4°
(19

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE

NACHRICHTEN.

herausgegeben

von

H. C. Schumacher,

Conferenzrathe, ordentlichem Professor der Astronomie in Copenhagen, Commandeur vom Dannebroge und Dannebrogsmann, Ritter des Königl. Preufsischen Rothen Adlerordens zweiter Classe, des Kaiserl. Russischen St. Annen- und Stanislausordens zweiter Classe, des Königl. Schwed. Nordsternordens und der Ehrenlegion, Mitgliede der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Copenhagen, London, Edinburgh, Stockholm, Göttingen und Upsala, der Königl. astron. Gesellschaft in London, der americanischen Gesellschaft der Wissenschaften in Philadelphia, der physiographischen Gesellschaft in Lund, und der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, Ehrenmitgliede der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Dublin, der meteorolog. Gesellschaft in London, der Society of useful arts in Edinburgh, der mathematischen Gesellschaft in Hamburg und der naturforschenden Gesellschaft in Rostock, Correspondenten des Französischen Instituts, der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Berlin, Brüssel, Neapel, Padua, Palermo und Turin.

Neunzehnter Band.

Mit einem Inhaltsverzeichnifs, Register und 3 Steindrücken.

Altona 1842.

gedruckt in der *Hammerich*- und *Lesser*'schen Buchdruckerei

Digitized by Google

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Digitized by Google

I n h a l t.

Nr. 433.

Beobachtungen über die Excentricität der Saturnkugel im Ringe 1841. Von Herrn Hofrath *Schwabe* 1. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen*, Directors der Sternwarte Seeberg 7. — Report of the Astronomer Royal to the Board of Visitors, Read at the Annual Visitation of the Royal Observatory, Greenwich, June 5. 1841. 7.

Nr. 434.

Astronomische Untersuchungen von *F. W. Bessel*. Erster Band. Königsberg 1841 im Verlage der Gebr. Bornträger. 4°. 17. — Physische Beobachtungen des Mars bei seiner Opposition im Jahre 1841. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat 19. — Ueber die Bahnen mehrerer Sternschnuppen am 10ten August 1839. Von den Herren *A. Erman* und *H. Petersen*. 25. — Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen, und Bedeckungen der letzteren, für 1843. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat. 31.

Nr. 435—437.

Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes. Von Herrn Prof. u. Ritter *Hansen*, Director der Sternwarte Seeberg 33. — Extrait du procès verbal de l'Académie impériale des sciences de St. Petersbourg du 24 Septembre (6 Octobre) 1841. 91. — Plejadenbedeckung am 31. Oct. 1841. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat 95.

Nr. 438.

Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*. 97.

Beil. zu Nr. 438.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. 117. — Sternbedeckungen beobachtet zu Breslau von 1840 August 24 bis 1841 Juli 4. 117. — Berichtigung. 119.

Nr. 439—441.

Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770. Von Herrn *Thomas Clausen* 121.

Nr. 442.

Ueber eine astronomische Aufgabe. Von Herrn Prof. Dr. *Grunert* in Greifswald 169. — Auszug aus einem Schreiben des Sir *J. F. W. Herschel* an den Herausgeber 175. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Th. Clausen* an den Herausgeber 177. — Oppositionen der Planeten Uranus, Ceres und Vesta im Jahre 1841. Von Herrn Dr. *Sawitsch* 177. — Beitrag zur Theorie der elliptischen Transcendenten. Von Herrn *Thomas Clausen* 181. — Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburgr Sternwarte, an den Herausgeber 183.

Beil. zu Nr. 442.

Anfang von Herrn *Rümckers* Sterncatalog (s. p. 183.)

Nr. 443.

Wiederkehr des *Pons*schen Cometen 1842. Von Herrn Professor *Encke* 185. — Tafel der allmähligen Verbesserungen der Planetenmassen 187. — Ephemeride des *Encke*schen Cometen 189. — Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und der Knotenlinie des Mondes, etc. Von Herrn Prof *Hansen* 191. Zweites Schreiben des Herrn Prof *Hansen*, Directors der Seeberger Sternwarte, an den Herausgeber 195. — Mondfinsternifs am 26. Jan. 1842 etc. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat 197. — Druckfehler in Nr. 423—426 u. Nr. 438. der Astron. Nachr. 199.

Nr. 444.

Ueber den Doppelstern p Ophiuchi. Von Hrn. Hofr *Mädler* 201. Partiale Sonnenfinsternifs am 18. Juli 1841 beobachtet am Dorpater Refraktor 209. — Schreiben des Herrn *Lamont*, Directors der Münchener Sternwarte, an den Herausgeber 211. Vermischte Nachrichten 215.

Nr. 445.

Ueber die Sonnenflecken im Jahre 1841. Von Herrn Hofrath *Schwabe* 217. — Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamb. Sternwarte, an den Herausgeber 219. — Fehler in *Burckhardts* Moudstafeln. Von Herrn *Thomas Clausen* 221. Suite des observations faites à l'Observ. Imp. de Vilna etc, par Mr. *Slavinsky* 227. — Vermischte Nachrichten 231.

Nr. 446.

Suite des observations faites à l'Observ. Impérial de Vilna etc., par Mr. *Slavinsky* (Beschluss) 233. — Meteorologische Beobachtungen auf der Dorpater Sternwarte. Von Herrn Hofrath *Mädler* 237. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Prof. *Hansteen*, Directors der Sternwarte in Christiania, an den Herausgeber 237. — Beobachtungen des Herrn Dr. *Bergius* auf der Altonaer Sternwarte mit einem Universal-Instrumente von *Repsold* 239. — Entwickelung der Wurzel einer cubischen Gleichung des irreduciblen Falles in einen Kettenbruch. Von Herrn *Thomas Clausen* 241. — Die Construction des Siebenzehnecks der Lemniscata. Von Demselben 243. — Schreiben des Herrn Prof. *Gerling* an den Herausgeber 245. — Vermischte Nachrichten 247.

Nr. 447.

Monds-Ephemeride für die Zeit der Culmination in Altona für 1842. Von Herrn *Th. Clausen* 249. — Ueber die Bestimmung der geographischen Länge aus beobachteten Mondsazimuthen. Von demselben 259. — Geometrische Construction einer astronom. Aufgabe. Von demselben 261. — Ueber die Längenbestimmung durch beobachtete Mondshöhen. Von demselben. 263. — Anzeige. 263

Nr. 448.

Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen. Von Herrn Prof. Dr. *Grunert* in Greifswalde. 265.

Digitized by Google

Nr. 449.

Avant-propos. 281. — Notice sur une révision de l'hémisphère celeste boréal, par rapport aux étoiles fixes jusqu'à la septième grandeur etc. Par *W. O. Struve* 283. — Mondculminationen in Altona 1842. Von Herrn *Th. Clausen* 287. — Ueber die täglichen Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden. Von Herrn Prof. und Ritter *Hansteen*, Director der Sternwarte in Christiania. 291. — Anzeige 303.

Nr. 450.

Schreiben des Herrn Prof. *Encke*, Directors der Sternwarte in Berlin, an den Herausgeber 305. — Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen; von *W. Struve*. 307. — Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen* 311.

Nr. 451.

Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen. Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *v. Struve*. (Beschluss.) 321. Vermischtes 335.

Nr. 452.

Mondculminationen in Altona 1842. Von Herrn *Th. Clausen* 337. Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus, mit *A. Ermans* magnet. Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen*. (Fortsetzung.) 341. — Ueber die terrestrische Refraction. Von Herrn *H. H. Denzler* 347. — Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber 349. — Sternbedeckungen beobachtet auf der Hamburger Sternwarte 351. — Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber 451.

Nr. 453.

Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-Amerika 353.

Nr. 454.

Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen*. (Beschluss.) 369. — Ueber eine Ausnahme von einem allgemeinen von *Moebius* aufgestellten Satz. Von Herrn *Thomas Clausen*. 375. — Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America. (Beschluss.) 377. — Anzeigen 383.

Nr. 455.

Mondculminationen in Altona 1842. Von Hrn. *Th. Clausen* 385. Beitrag zur Theorie der dreiseitigen Pyramide. Von demselben 389. — Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber 393.

Nr. 456.

Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald (Beschluss.) 401.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 433.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Beobachtungen über die Excentricität der Saturnkugel im Ringe. 1841.

Von Herrn Hofrath *Schwabe* in Dessau.

Als ich am 17ten December 1827 die Excentricität der Saturnkugel im Ringe fand, bemerkte ich in den darauf folgenden Beobachtungen auch sehr bald, dafs nur allein der östliche dunkele, zwischen Ring und Kugel befindliche Raum, zwar stets gröfser, aber nicht immer von gleicher Gröfse bleibt. Ich glaubte sogar eine Periode von ungefähr 3 Tagen gefunden zu haben, wo die äufserste Gröfse zurückkehrt; allein meine seit 14 Jahren fortgesetzten Beobachtungen scheinen diese Periode nicht zu bestätigen. Die gröfsere oder geringere Durchsichtigkeit der Luft, die Schwirrungen und Wallungen des Bildes, ja selbst die Stimmung, worin man sich befindet kleine Unterschiede aufzufassen, üben einen wesentlichen Einfluſs hierbei aus. Dagegen ist die eigentliche Hauptsache, die Stellung der Saturnkugel etwas westlich vom Schwerpunkte des Ringes, bei einiger Aufmerksamkeit meistens so leicht zu erkennen, dafs ich sie mit einem 3½füfsigen *Fraunhofer*schen Tubus 126mal. Vergröfserung entdeckte und dafs sie von vielen Personen bemerkt wird, die im Beobachten der Art ungeübt sind.

Auch in diesem Jahre habe ich meine Beobachtungen in dieser Beziehung eifrig fortgesetzt und ich erlaube mir dieselben vorzüglich deswegen hier mitzutheilen, weil Herr *de Vico* Director der Sternwarte zu Rom, mir versprochen hat, ebenfalls Beobachtungen über die Excentricität anzustellen und mir zu übersenden. Ich werde auch diese bekannt machen, um einen unbefangenen Vergleich mit den meinigen anstellen zu können.

Ein in meiner Nähe befindlicher Thurm verhinderte die Saturn-Beobachtungen vor dem 13ten Juli.

Juli 13. 10¼ bis 10½h Ab. 6füfs. Frannh. mit 216mal. Vergr. Die alte Ringspalte oft deutlich sichtbar; der östliche Zwischenraum sehr augenfällig gröfser, als der westliche; ein genauerer Vergleich konnte nicht gemacht werden.

Juli 15. 9¾ bis 10h Ab. 6f. F. mit 216 u. 144mal. Vergr. konnte ich wegen starker Luftschwirrungen zwar kein scharfes Bild erhalten, dennoch war die Ungleichheit der Zwischenräume aufserordentlich deutlich, so dafs der östliche in seiner äufsersten Gröfse zu sein schien.

Juli 16. 10h Ab. 6f. F. 216mal. Vergr. Der östliche Zwischenraum war bedeutend gröfser als der westliche, der Unterschied jedoch geringer als gestern.

Juli 25. 8½h Ab. 6f. F. mit 144mal. Vergr. Die Zwischenräume schienen fast gleich grofs zu sein, wenigstens erschien der östliche nur wenig gröfser; um 9½h Ab. fand ich mit 216mal. Vergr. den Unterschied bedeutender. Die Ringspalte war sehr gut sichtbar, mit 288—360mal. Vergr. konnte ich die *Encke*sche Theilung nicht sehen.

Juli 26. 9—9½h Ab. Schon mit dem 3½f. F. 168mal. Vergr. fand ich die beiden Zwischenräume fast von gleicher Gröfse; die Ringspalte ungemein deutlich und scharf. Mit dem 6f. F. 216m. Vergr. bestätigte sich dieses alles, allein ich bemerkte nun, dafs die Ringspalte auf der westlichen Anse viel deutlicher war, als auf der östlichen, jedoch konnte ich mit dieser Vergröfserung und mit der 288mal. keinen Unterschied in der Schärfe finden. Die *Encke*sche Theilung sah ich einigemal mit 288 u. 360mal. Vergr. sehr deutlich.

Juli 29. 9—9½h Ab. Mit dem 3½f. F 126 u. 168mal. Vergr. sah ich fast keinen Unterschied in der Gröfse der Zwischenräume; mit dem 6f. F. 216mal. Vergr. unterschied ich den östlichen als ein wenig gröfser. Die Ringspalte war selten, die *Encke*sche Theilung nie sichtbar.

Juli 30. 10h Ab. 6f. F. mit 216mal. Vergr. Die Zwischenräume waren an Gröfse so verschieden, dafs der östliche vielleicht seine äufserste Gröfse erreicht hatte. Die Ringspalte nur zuweilen sichtbar. Besonders auffallend war das mattere Gelb der Kugel gegen das hellere und glänzende des Ringes.

Aug. 5. 9—9½h Ab. Mit dem 3½f. F. mit 168mal. Vergr. fand ich den östlichen Zwischenraum so aufserordentlich viel gröfser als den westlichen, dafs der erste beinahe seine äufserste Gröfse erreicht haben konnte. Die Ringspalte war in der westlichen Anse zuweilen sehr deutlich sichtbar, in der östlichen hingegen fand ich nur eine undeutliche Spur von ihr. Der 6f.F. mit 216mal. Vergr. bestätigte die Verschiedenheit der Zwischenräume voll-

Digitized by Google

kommen und ich sah die Ringspalten in beiden Ansen, jedoch in der westlichen sehr augenfällig deutlicher als in der östlichen.

Aug. 8. 10^h Ab. 6f. F. Ungeachtet der Himmel so dunstig war, dafs der Saturn roth erschien, so zeigte er sich doch in einem so deutlichen Bilde, dafs ich mit 144 u. 216 mal. Vergr. die Ringspalte gut erkennen und sehr deutlich unterscheiden konnte, dafs der östliche Zwischenraum wenig, doch mit Gewifsheit gröfser war als der westliche.

Aug. 10. 8^h Ab. 3½f. F. mit 168m. Vergr. Die Ringspalte gleich deutlich auf beiden Ansen. Der östliche Zwischenraum augenfällig gröfser als der westliche. Der 6f. F. 216m. V. bestätigte diese Beobachtung. 9½^h Ab. sah ich mit dem 3½f. F. 168m. V. die Ringspalte noch deutlicher und der östliche Zwischenraum schien seine äufserste Gröfse erreicht zu haben. Der 6f. F. 216m. V. bestätigte dieses ebenfalls, jedoch unterschied ich deutlich, dafs die Ringspalte auf der westlichen Anse verwaschener, weniger scharf und weniger schwarz zu sein schien. Zuweilen kam es mir mit 360mal. Vergr. sogar vor, als ob hier dicht auf beiden Seiten der Spalte eine äufserst feine dunkele Linie sichtbar wäre, wodurch die Grenzen der Spalte ihr verwaschenes Ansehen erhielten. Die *Encke*sche Theilung, die nicht mit diesen beiden Linien zu verwechseln ist, war zuweilen nur auf der östlichen Anse sichtbar.

Aug. 13. 10^h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum augenfällig gröfser als der westliche. Die Ringspalte nicht deutlich.

Aug. 17. 9^h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum war so aufserordentlich viel gröfser, dafs er wahrscheinlich seine äufserste Gröfse erreicht hatte. Die (alte) Ringspalte äufserst deutlich; obgleich die westliche breiter war, so erschien sie wegen ihrer verwaschenen Grenzen doch weniger augenfällig, als die sehr schwarze und scharfe östliche Ringspalte; auch heute glaubte ich mit 288 und 360m. V. eine Linie auf beiden Seiten der westlichen zu bemerken. Die *Encke*sche Theilung sah ich nur auf der östlichen Anse.

Aug. 18. 9^h Ab. 6f. F. mit 144 u. 216m. V. Saturn nur zuweilen deutlich. Der östliche Zwischenraum augenfällig gröfser als der westliche, jedoch war der Unterschied weniger grofs als gestern. Die alte Ringspalte zuweilen sehr deutlich, jedoch konnte ich keinen genauen Vergleich machen.

Aug. 19. 8½^h Ab. mit 6f. F. 216m. V. Der östliche Zwischenraum schien seine äufserste Gröfse erreicht zu haben. Die Ringspalte ist auf der östlichen Anse sehr undeutlich und nur auf der westlichen deutlich sichtbar. Um 10^h Ab. konnte ich keine Veränderung wahrnehmen.

Aug. 20. 8^h Ab. 6f. F. mit 288mal. Vergr. Gegen meine Erwartung sah ich die scharfe Ringspalte auf der östlichen Anse deutlicher als auf der westlichen. Der östliche Zwischenraum war gröfser als der westliche, allein der Unterschied weit geringer als gestern. Um 9^h Ab., wo ich wieder mit der 216m. V. beobachtete, schien der Unterschied noch etwas geringer geworden zu sein, obgleich der östliche sehr augenfällig gröfser blieb.

Aug. 21. 9¼^h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum gröfser als gestern. Die Ringspalte nur zuweilen sichtbar.

Aug. 22. Von 8¼ bis 8¾^h Ab. fand ich mit dem 3½f. F. mit 126 u. 168m. V. den östlichen Zwischenraum beträchtlich gröfser. Der Unterschied beider Zwischenräume schien beträchtlicher als gestern zu sein. Die Ringspalte auf der westlichen Anse sehr deutlich, auf der östlichen undeutlich. Mit dem 6f. F. 144 u. 216m. V. bestätigte sich die Ungleichheit der Zwischenräume. Die Ringspalte erschien auf der westlichen Anse sehr deutlich breiter, doch verwaschener, als auf der östlichen, wo sie feiner und schärfer sichtbar war. Stärkere Vergröfserungen zeigten nichts mehr.

Aug. 26. 7^h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Der östliche Zwischenraum bedeutend gröfser; um 8¼^h Ab. fand ich mit 216m. V. den östlichen Zwischenraum wahrscheinlich in seiner äufsersten Gröfse. Die Ringspalte deutlich, auf der westlichen Anse deutlicher.

Aug. 27. 7^h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Der Unterschied der beiden Zwischenräume gering; der östliche nur wenig gröfser. Die Ringspalte auf beiden Ansen ziemlich gleich und deutlich sichtbar.

Aug. 28. Von 8 bis 9^h Ab. fand ich mit dem 3½f. F. 126m. V. den östlichen Zwischenraum so augenfällig gröfser, dafs sich derselbe wahrscheinlich in seiner äufsersten Gröfse fand. Die Ringspalte bemerkte ich deutlich nur in der westlichen Anse, in der östlichen war sie nur zuweilen sichtbar; mit 168 und 210m. V. fand ich dasselbe. Mit dem 6f. F. 216m. V. sah ich den grofsen Unterschied der Zwischenräume wie mit dem 3½f. F. Die Ringspalte war auf beiden Ansen sehr gut sichtbar, auf der westlichen breiter nur etwas verwaschen, auf der östlichen feiner, schärfer und dunkler. Mit dieser und 288 u. 360m. V. sah ich von der *Encke*schen Theilung keine Spur.

Aug. 29. 7^h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der Unterschied in der Gröfse der Zwischenräume schien weniger beträchtlich

Digitized by Google

als gestern. Die Ringspalte ziemlich gleich und gut sichtbar. Von 8 bis 8½ h Ab. schien die Gröfse des östlichen Zwischenraumes etwas zugenommen zu haben, auch fand ich die Ringspalte auf der westlichen Anse deutlicher als auf der östlichen. Eben so sah ich es auch mit dem 3½f. F. 168m. V.

Aug. 30. 7 bis 8 h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Der östliche Zwischenraum schien fast seine äufserste Gröfse erreicht zu haben. Dünste verhinderten eine genauere Beobachtung.

Aug. 31. 7½ bis 8 h Ab. 6f. F. mit 144 und 216m. V. Der östliche Zwischenraum sehr augenfällig gröfser, der Unterschied schien etwas geringer als gestern.

Sept. 1. 7½ h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Der Unterschied der Zwischenräume schien mir eben so beträchtlich zu sein wie gestern; der östliche hatte beinahe seine äufserste Gröfse erreicht. Die Ringspalte war auf der westlichen Anse entschieden deutlicher als auf der östlichen, wo sie nicht immer gut sichtbar war. 8 h Ab. konnte ich keine Veränderung bemerken.

Sept. 2. 7½ h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Der östliche Zwischenraum war deutlich, jedoch nur wenig gröfser als der westliche, so dafs der Unterschied geringer als bei den Beobachtungen von Aug. 28. 29. 30. 31 und Sept. 1 war. Die Ringspalte war in ruhigen Momenten fast gleich gut auf beiden Ansen kenntlich. Um 8½ h Ab. war keine Veränderung eingetreten.

Sept. 3. 7 bis 7½ h Ab. 3½f. F. mit 168 und 210m. V. Der Unterschied in der Gröfse der beiden Zwischenräume war so auffallend, dafs ich den östlichen in seiner äufsersten Gröfse erachtete. Die Ringspalte nur deutlich in der westlichen Anse. Mit dem 6f. F. 144 u. 216m. V. fand ich die Beobachtung bestätigt, dafs der östliche Zwischenraum seine äufserste Gröfse erlangt hatte. Die Ringspalte war in beiden Ansen gut sichtbar, in der westlichen jedoch entschieden deutlicher.

Sept. 6. 6¾ h Ab. 6f. F. mit 96m. V. Beide Zwischenräume schienen gleich grofs zu sein und in beiden Ansen die Ringspalte gleich gut kenntlich; nur mit 144m. V. unterschied ich den östlichen Zwischenraum als etwas gröfser.

Sept. 7. 8 bis 8½ h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Auch heute konnte ich keinen bedeutenden Unterschied in der Gröfse der Zwischenräume und keine Veränderung seit gestern finden.

Sept. 9. 6¾ bis 7 h Ab. 6f. F. mit 144m. V. Beide Zwischenräume waren fast von ganz gleicher Gröfse; ich würde den östlichen kaum als gröfser erkannt haben. Die Ringspalte in beiden Ansen gleich deutlich, gleich breit und gleich scharf. Um 8½ h Ab. schien mir die Gröfse des östlichen Zwischenraumes etwas zugenommen zu haben.

Sept. 10. 6½ bis 6¾ h Ab. 6f. F. mit 96m. V. Ich konnte keinen Unterschied in der Gröfse der Zwischenräume finden. Die Ringspalte in beiden Ansen deutlich. Auffallend war mir das fast schneeweifse Licht des Planeten, denn selbst die Farbe der Kugel war nur etwas matter weifs, als die des Ringes. Mit 144m. V. bemerkte ich, dafs ungeachtet der gleichen Gröfse der Zwischenräume, dennoch die Ringspalte auf der westlichen Anse deutlicher war als auf der östlichen; auf der westlichen erkannte ich mit 216m. V. einigemal Spuren der *Encke*schen Theilung. 7 h Ab. konnte ich die 288 u. 360m. V. mit Vortheil anwenden, den östlichen Zwischenraum als etwas gröfser unterscheiden und die *Encke*sche Theilung auf der westlichen Anse mit Gewifsheit erkennen. Auch mit den stärksten Vergröfserungen hatte Saturn eine ungewöhnlich weifse Farbe. 8½ h Ab. fand ich mit 216m. V. den östlichen Zwischenraum zwar nur wenig, doch entschieden gröfser als den westlichen.

Sept. 11. 6¾ bis 7¼ h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum deutlich gröfser, obgleich er seine äufserste Gröfse bei weitem nicht besafs. Die Ringspalte auf beiden Ansen gleich, scharf und deutlich. Das Licht des Planeten wie gewöhnlich gelb. 7¾ h Ab. hatte ich mit 288m. V. ein ungemein reines und scharfes Bild; ich fand keine Veränderung und die *Encke*sche Theilung, so viel ich vergleichen konnte, in beiden Ansen gleich deutlich.

Sept. 12. 7 bis 7½ h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum war sehr deutlich als gröfser zu erkennen, jedoch hatte er sein Maximum nicht erreicht. Die Ringspalte war auf der westlichen Anse entschieden deutlicher als auf der östlichen.

Sept. 14. 7 h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum nur sehr wenig gröfser als der westliche. Die Ringspalte in beiden Ansen deutlich.

Sept. 17. 6½ h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum augenfällig gröfser, hatte aber sein Maximum bei weitem nicht erreicht. Die Ringspalte nicht deutlich.

Sept. 20. 6¾ bis 6¾ h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum war nur sehr wenig gröfser als der westliche; um 7 h Ab. fand ich keine Veränderung. Die Ringspalte gleichförmig und gleich breit in beiden Ansen.

Sept. 21. 6¾ bis 7 h Ab. 6f. F. mit 216m. V. Der östliche Zwischenraum war so augenfällig gröfser, dafs er fast seine

Digitized by Google

äufserste Gröfse erreicht zu haben schien. Die Ringspalte war bei dem schönen scharfen Bilde wider Vermuthen undeutlich.

Sept. 27. $7\frac{3}{4}^h$ Ab. 6f. F. mit 181m. V. Der östliche Zwischenraum deutlich gröfser als der westliche. Die Ringspalte undeutlich.

Sept. 30. $6\frac{3}{4}$ bis $7\frac{1}{4}^h$ Ab. 6f. F. mit 144 u. 216m. V. Der östliche Zwischenraum sehr augenfällig gröfser als der westliche. Die Luftwallungen verhinderten eine genauere Beobachtung.

Oct. 1. $7\frac{1}{2}$ Ab. 6f. F. mit 144 u 216m. V. Der östliche Zwischenraum schien beinahe seine äufserste Gröfse erreicht zu haben. Starke Luftwallungen verhinderte einen genaueren Vergleich und die Sichtbarkeit der Ringspalte.

Oct. 10. $5\frac{1}{2}$ bis 6^h Ab. 6f. F. mit 144 u. 216m. V. Ich konnte den östlichen Zwischenraum sehr deutlich als gröfser erkennen, jedoch war der Unterschied nicht sehr beträchtlich. Die Ringspalte nicht recht deutlich, ich sah sie aber auf der westlichen Anse besser als auf der östlichen.

Dessau, den 13ten October 1841.

S. H. Schwabe.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen*, Directors der Sternwarte Seeberg.

Gotha 1841. Oct. 10.

Ich habe schon vor längerer Zeit zwei bisher unbekannte Störungsglieder des Uranus gefunden. Sie sind für die mittlere Länge

$$+31''5 \sin(3g'' - 6g' + 2g + 20^\circ 42')$$
$$-7''6 \sin(2g'' - 6g' + 2g + 44\ 11)$$

Die Richtigkeit dieser Coefficienten kann ich indefs nicht auf ein paar Secunden verbürgen, da ich sie aus älteren Rechnungen entnommen habe. In der Bewegung des Jupiters und Saturns kommen ähnliche Glieder vor, deren Coefficienten aber bedeutend kleiner sind. Es bedeuten hier g'', g' und g resp. die mittleren Anomalien des Uranus, Saturns und Jupiters. Die Periode des ersten Gliedes ist nahe 1600 Jahre, die des zweiten nahe die Umlaufszeit des Uranus.

Hansen.

Report of the Astronomer Royal to the board of visitors, Read at the Annual Visitation of the Royal Observatory, Greenwich, June 5, 1841 *).

For the sixth time, I have the honour to present to the notice of the Board of Visitors some remarks, intended to explain to them the general state of the Royal Observatory, and the course of its current work. Although it is probable that in such a statement, given by a person who is much occupied with the routine duties, various matters will be omitted which might have considerable interest for the Visitors; yet I should hope that it will be found to possess some value, as a full account of all that appears to me worthy of mention, and as possessing for future history that degree of authenticity which nothing can give so completely as annals written by the officer in principal charge. I shall follow nearly the same order as in the preceding Reports.

1. Grounds and Buildings. — No alteration whatever has been made in the grounds of the Observatory since the last Report. No progress, so far as I am aware, has been made in the arrangements for the Chatham Railway, noticed in the last Report. I have, however, understood that a line a little more distant than that there alluded to is at present meditated. No other external circumstance occurs to me as worthy of notice.

The front wall of the North Terrace has been rebuilt: and a flagged pavement has been laid round the foundation of that part of the Court Wall which appeared to be in the greatest danger. The old Camera Obscura has been removed from the north-western turret of the Great Room, to make way for the Anemometer, which I shall mention further below. Some additional shelves have been fitted in the library, and some of the old ones have been altered, for the reception of additional books. A small wooden house, the property of Capt. *Fitzroy*, R. N., which was carried by him, in the Beagle, in his circumnavigation of the globe, has been planted in the southern part of the Magnetic Ground for observations of the dipping-needle, and any other observations which would be prejudiced by the action of the large magnets in the Magnetic Observatory.

*) Diesen interessanten Aufsatz, obgleich er schon besonders abgedruckt ist, habe ich hier eingerückt, da er wahrscheinlich den meisten Lesern dieser Zeitschrift nicht zu Gesichte kommen wird. S.

Digitized by Google

2. Moveable Property in general. — No addition has been made to this, excepting the furniture which was necessary for the convenience of the Magnetic Assistants, and which is placed in the ante-room of the Magnetic Observatory. Additions have been made in the classes of Instruments and Books, which will be hereafter mentioned.

3. Manuscripts. — The whole of the Manuscripts which I found in the Observatory have been arranged, marked, and catalogued; and I have the plasure now of laying before the Board a copy of the catalogue, to be deposited, if they shall think fit, among the papers of the Board. A few only of the books of the calculations made during my own superintendence of the Observatory are not yet duly entered.

Having ascertained that the Manuscripts of the late Board of Longitude were separated, some being in the custody of the Admiralty, and the others in that of the Royal Society, I had the honour of representing to the Lords Commissioners of the Admiralty and the President of the Royal Society respectively, the great inconvenience of this separation, and of suggesting that it would be advantageous that the whole should be lodged at the Royal Observatory. In consequence of these applications, the whole of the Board of Longitude papers have been transferred hither; and Mr. *Main*, my first assistant, is now engaged, at leisure times, in taking a list of them, in preparation for a complete arrangement of the whole.

4. Library. — No remarkable addition has been made to the books in our Library, although I have lost no opportunity of adding such as appeared necessary to keep up the series of works of which the first parts were already in the Library, and such as should be found in a collection whose character ought to be emphatically astronomical.

I ought not, however, to omit to state that, within a short time, the Royal Society of Edinburgh have presented the Observatory with a complete set of their valuable Transactions. For this we are indebted, I believe, in the first instance, to the intercession of Professor *Henderson*.

5. Instruments. — Confining myself for the present to the Astronomical department, I have only the following remarks to make: —

As regards the Transit, nothing worthy of notice has happened, except a change in the mounting of its object-glass. It will be in the recollection of the Board, that, at their last Visitation, I stated that it had been found necessary to separate the crown and flint lenses of the transit object-glass, for the purpose of cleaning them. The lenses were originally burnished into their cell: and after the cleaning, they were again burnished into their cell, but not so tightly as before. The performance of the object-glass was then most admirable. In no long time after this, the object-glass (from a fault in the shutters) was twice dreuched with water; and on each occasion a considerable quantity insinuated itself between the two lenses. There were no meaus of getting rid of it, but by long-continued heating: an operation attended with some risk, and likely to interrupt those observations which above all others ought to be as little as possible interrupted — I mean the observations of the Moon. At length, I directed Mr. *Simms* to construct a new cell, in which the two lenses should be screwed together. The definition of stars, since the object-glass was mounted in this cell, though by no means bad, has not been so good as it was after its first cleaning. By a few trials (which can be attempted only on very fine evenings, and when there is no risk of losing observations of the Moon), I have no doubt of being able to restore the object-glass to its former excellence.

On *Troughton's* Circle I have nothing to remark. *Jones's* second Circle (that originally mounted at the Cape) has not yet been mounted here. The condition of this instrument deserves notice. I stated in my last Report, that observations had been made with a fühl-hebel for ascertaining the form of its large steel pivot. These observations being finished, it was thought desirable to proceed with the re-turning of the steel pivot, and Mr. *Simms* came to Greenwich to make the proper arrangements for that purpose. To our great astonishment, the steel collar was found to be so loose that the hand of a child could turn it. Mr. *Jones*, in explanation, has stated to me (verbally) that this part of the construction of the Circle was managed by Messrs. *Maudslay*, and that the steel collar, in stead of being pinned on, as is usual in such instruments, had been fastened only with soft solder. And thus, by the incompetency of some person who had the immediate charge of the work, an instrument has been produced which, I believe, may truly be said to have shortened the life of one zealous astronomer, and to have given years of vexation and labour to two others. The whole affair reflects little credit on the construction of English instruments. Mr. *Simms* has at present in charge to construct a new steel collar, and other necessary parts of the Circle; and I am in daily expectation of his coming here to attach them.

The results of the Zenith-Tube observations are not yet sufficiently examined to enable me to say whether the construction, to which I alluded in my last Report, has completely stopped the irregularities which I conceived to arise from the twist of the plumb-line. I perceive that there remain irregularities in the results at the stage to which they are at present arrived; but I cannot yet decide on the cause of them.

Digitized by Google

Nothing has yet been done to that quadrant of the Declination-Circle of the Eastern Equatoreal which had a small defect in its graduation. I have not, however, lost sight of this, and shall be prepared to attend to it as soon as leisure permits.

The old clock for observing Right-Ascensions in Arc, presented (I believe) by Sir *George Shuckburgh*, has lately been put in order.

The three large models of Chronometers, constructed by *Harrison*, which have been in the hands of Messrs. *Arnold* and *Dent* some years for examination and repair, have been restored to the Observatory. A detailed description of them, with elaborate plans, was transmitted by Messrs. *Arnold* and *Dent* to the Lords Commissioners of the Admiralty; by whose command the description and plans were lodged in the Safe-Room of the Observatory.

6. Observations. — The subjects of observation, since I last reported to the Board, have been principally the following: — With the Meridional Instruments: Observations on the stars of the Nautical Almanac list, determined in number by the rule which I some years ago laid down, that in any consecutive three years each star should, if possible, be observed twenty times with each instrument; Observations of the Sun, the Moon, and all the Planets, at every opportunity; Moon-culminating Stars in the Nautical Almanac lists, as far as 1843; Stars observed with *Galle's* second Comet, with *Bremiker's* Comet, and with Mars in the Opposition of 1841; Stars observed by Col. *Everest* at the stations of the Great Indian Arc of Meridian; Circumpolar Stars, intended for determination of low refractions; and some Stars remaining from former lists. With the Equatoreals: Transits of Moon's diameter; Observations of *Bremiker's* Comet and stars near it; Observations of Mars and stars near him at the late opposition; and Occasional Observations. With the Zenith-Tube: regular Observations of γ Draconis. With the Double-Image-Micrometer: Observations of distance and position of circumpolar double stars to the end of 1840; and occasional Measures of the diameters of planets in 1841. With the detached Telescopes: Observations of the Occultations marked in the Nautical Almanac; and of the Eclipses, etc. of Jupiter's Satellites, at every opportunity. Of the Magnetic and Meteorological Observations I shall speak separately hereafter.

7. The Reductions are at present in the following state. The Transits are completely reduced, and their results entered in ledger, to the end of October 1830: the reduction as far as True Time of Transit is finished to the end of December. The Circle Observations are reduced and their results entered in ledger, to the end of 1840. The investigation of the difference between direct-results and reflexion-results, and that of the correction of latitude, are lately finished: the former seems to show (as has been remarked with *Troughton's* circle for several years past) that the difference in question is insensible: the latter gives the same quantity as in the last three years. The observations with the Zenith-Tube are nearly, but not quite, reduced. The computations of the Equatoreal Observations of 1840 are nearly finished. The computations of the observations of Eclipses and Occultations are scarcely begun. The distances observed with the double-image micrometer are completely reduced, but the angles of position are not yet fully reduced. Since the last Report, it will be perceived, we have not entirely kept up our reductions: this will be amply explained by circumstances to be mentioned hereafter.

8. Printing. — The state of the printing is nearly as follows. The Transits are printed to the extend of 80 pages (latter part of August 1840), and the Circle Observations to 64 pages (end of May). It is proceeding in the same form as in the last years: I propose, however, to make a small alteration in the arrangement of the mean places of stars in A. R. and in N. P. D., so that the results from observations of the two classes will be included in one form containing a complete catalogue both of A. R. and of N. P. D.

Several of the skeleton forms, used in the ordinary calculations, have been reprinted in the last year, and I have reserved copies for binding with the volume of Observations now in hand.

Application having been made by the President and Council of the Royal Society, for twenty-five copies of the printed Observations for distribution, I directed Mr. *Murray* (the Admiralty publisher) to supply the Society with that number of copies of the Observations from 1836 to 1839, and requested him to transmit to me a statement of the number of copies now in his hands. It appears that he has now in store 18 copies of the Observations for 1836, 16 of those for 1837, 22 of those for 1838, and 33 of those for 1839. About 20 copies of each are in my own hands. It may, perhaps, be a matter for the consideration of this Board, whether the impression, beginning with the volume for 1841, should be enlarged.

9. Chronometers. — The number of chronometers on hand for constant rating, from the beginning of the present year, has usually exceeded one hundred. When it is considered that each of these is rated twice every day, that the rates are regularly reported in duplicate, and that besides this there is the whole charge of selection of chronometers for purchase, and of repairs of the Government chronometers, with occasional

Digitized by Google

trouble in the issues of chronometers to the navy, it will be acknowledged that the labour of this department is a fearful load upon the energies of the Observatory. I do not speak of this with any bitterness for the arrangements made by the Lords Commissioners of the Admiralty and by the Hydrographer, since my accession to this office, have removed several of the inconveniences which caused so much personal annoyance to myself, and interfered so severely with my personal attention to the Observatory: but I am desirous that it should be known to this Board, and to the scientific world, that our establishment of Assistants, nominally large, is really not large: and that about one-third of our whole strength is employed upon the business of chronometers.

It was understood last year to be the wish of this Board, that steps should be taken for making public the relative merits of different chronometer-makers. For this purpose, two measures have been undertaken under my direction. The first is, the printing of an abstract of the rates of all the chronometers purchased by the Board of Admiralty, digested in the form in which I had usually arranged them for assisting my own judgment. This was done after the annual purchase in August last; and I propose, if it is approved by the Board, to continue it in future. The second measure is, a digest of the expence of repair of every chronometer whose repairs have passed through my hands. This has not been pressed, as it is hardly possible that the experience of this number of years can afford sure grounds for discrimination among the different makers: but the Board will see, from the prepared books now placed before them, that all the preliminary arrangements are completed and can be followed up at any time.

10. Magnetism and Meteorology. — It will be remembered by the Visitors that, in the beginning of 1836, a scheme for the erection of a Magnetical Observatory was by me brought before the Board of Visitors: and that, in consequence of the interest taken by the Board in this proposal, the Magnetical Observatory in the south-east part of the grounds was constructed, and in it were made the observations contained in the printed Volume for 1839. In the summer of last year I heard indirectly that the Council of the Royal Society had it in contemplation to recommend to the Government the prosecution of magnetical and meteorological observations at some place near to London, in general correspondence with the observations of Capt. *Ross's* expedition. I therefore addressed to the President of the Royal Society a statement, of the facilities which already existed at Greenwich for the prosecution of the proposed observations, and of the great reduction of expense which might, in my opinion, be insured by locating the observations there. These reasons weighed so strongly with the Council of the Royal Society, that they were induced to recommend to the Lords of the Treasury, that the plan which I had suggested should be followed out by their Lordships. On their Lordships assenting, measures were immediately taken by me for carrying out the whole plan; but it was not till November last that the new assistants were engaged in regular observation with the meteorological apparatus and the two principal magnetic instruments (that for declination or deviation, and that for horizontal force); and the third magnetical instrument (that for vertical force), was mounted only in time for the term-observations of last week. The following account will give the Visitors a general idea of the Magnetical and Meteorological Establishment. Three additional assistants were engaged (Mr. *Dunkin*, Mr. *Hind*, and Mr. *Paul*). Of these, Mr. *Paul* is usually employed in the astronomical department; Messrs. *Dunkin* and *Hind* are placed under the directions of Mr. *Glaisher*, who is entirely charged with the care of the magnetical and meteorological department, and is for the present withdrawn from the astronomical department. Occasional superintendence is intrusted to Mr. *Main*. The regular work of the establishment is, to observe the meridional needle, the bifilar needle (for variations of horizontal force), the horizontal needle mounted on knife-edges (for variations of vertical force), the barometer, and the wet and dry thermometers, every two hours (night and day) except on Sundays; to observe the dew-point four times every day; to observe the dipping-needle twice each week: to observe circumpolar stars occasionally for the verification of the zero of the theodolite; to pursue incessantly the magnetic observations when aurora, thunder-storm, or any other unusual circumstances seem to make it desirable; to observe two of the three instruments at intervals of five minutes during twenty-four hours on one term day in each month; to adjust the papers, etc. for the self-registering anemometer and rain-gauge every day; and to make occasional observations on the measure of radiation, etc. Indeed, I believe I may state that the whole of the observations recommended in the Report of the Royal Society are fully marked out, excepting only those which apply to electricity. Great care is taken in the periodical examination of the adjustments. The reduction of the observations is carried so far as to free them from arbitrary constants: thus the changes of deviation are expressed in minutes and seconds; the changes of horizontal force in parts of the whole horizontal force; and the changes of vertical force are to be expressed in parts of the whole vertical force. The whole of the reductions, and the exhibition of the results in a tabular form, are nearly complete to the present time, as well as the for-

Digitized by Google

mation of the curves, etc. for exhibiting to the eye the general law of results. The amount of work which has been done in this department is very great. My best thanks are due to Mr. *Main* and Mr. *Glaisher* for the steadiness and the vigour with which it has been carried on; but more particularly to Mr. *Glaisher*, whose energy and perseverance, displayed as well in his own share of the harassing observations and tedious reductions, as in the order which he has maintained in the operations of his subordinates, require my special acknowledgment. I am not yet prepared to describe the plan which I should propose to follow in printing these observations.

11. Personal Establishment. — I have already noticed the addition made to the regular party of Assistants. I have only to add, that I continue to have every reason to be satisfied with the regularity and zeal of every one of the Assistants. And in publicly acknowledging my obligations to those who are subordinate to me, I must not omit to state that I am deeply indebted to my official superiors for the readiness with which they have listened to my suggestions on points affecting the efficiency of the Observatory. The Board of Admiralty, on my representation of the interruption to our business caused by the labour of rating so many chronometers, and by my own employment on public business unconnected with the Observatory, immediately sanctionned the employment of an additional computer; and by his assistance only we have been able to keep the reductions to their present advanced state.

12. Reduction of Ancient Observations. — Although the subject to which I am now about to allude has not usually been noticed in my annual Reports, I trust it will be thought that the present is a fitting occasion for its mention. It is probably known to several Members of this Board, that, at my instance, the British Association applied several years since to the Government for pecuniary assistance, for the reduction of all the Greenwich Observations of Planets from 1750 to 1830; and the same body, at the instance of Sir *J. W. Lubbock*, applied at a later time for similar assistance for the reduction of the Lunar Observations. The superintendence of the computations was in both cases undertaken by me. The labour of this superintendence has probably been far greater than would be imagined by any one who has not had to rectify all the blunders made by old observers, who have never fully reduced their own observations. I am happy, however, to state, that the reduction of the Planetary Observations is now finished, and that the whole is written out for the press, wanting only some perfaces, etc., which must be written by myself. Every observation of every planet is completely reduced, with uniform elements of reduction, to longitude and latitude; and every one (except those of the small planets) is compared with the place computed from the best modern tables, altered in some places for better agreement with theory, and, finally, an equation is obtained in longitude, expressing the relation between the errors of heliocentric longitude and radius vector of the planet and the earth, and another expression is found for the absolute error of the heliocentric latitude. These are the most complete results possible, not proceeding to correction of the elements of the tables. The reduction of the Lunar Observations has been for some time in hand, but a much smaller comparative progress is yet made in it. This will not appear surprising when the total amount of labour is considered. Eight thousand places of the Moon are to be deduced from observation, under the same difficulties to which I have alluded as applying in the planetary observations, and with many others peculiar to the Moon: and eight thousand places are to be computed in duplicate, from tables exhibiting the complicated results of the most advanced modern theory. In extend and in importance this work may be considered comparable to any that hat yet been undertaken in Astronomy.

I may, perhaps, be allowed to speculate one moment on the tendency of these works as affecting the character of this institution. Within the last few years we have advanced little, or perhaps nothing, in the extent of our observations; but we have advanced greatly in the extent of our reductions. It is not only in our printed books, but also in the habits of our minds, that we have learned to give an important place to the interpretation of our instrumental results, as bearing upon the grand questions of the system of the world. This feeling is greatly strengthened by the reduction of the ancient observations. In a word, we have made little or no progress in the character of Observers, but we have advanced very much in the character of Astronomers. The Board whom I am addressing will, I am confident, sympathize with me in satisfaction at this change.

Royal Observatory, Greenwich, June 3, 1841.

G. B. Airy.

Beobachtungen über die Excentricität der Saturnkugel im Ringe 1841. Von Herrn Hofrath *Schwabe*. p. 1.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansen*, Directors der Sternwarte Seeberg. p. 7.
Report of the Astronomer Royal to the Board of Visitors, Read at the Annual Visitation of the Royal Observatory, Greenwich, June 5. 1841. p. 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 434.

Astronomische Untersuchungen von *F. W. Bessel.* Erster Band. Königsberg 1841 im Verlage der Gebrüder Bornträger. 4to.

Wenn auch ein neues Werk *Bessels* keiner Ankündigung bedarf, sondern wie jede glänzende Erscheinung sich selbst verkündet, so glaubt der Herausgeber dieser Blätter doch, dafs eine kurze Anzeige seines Inhaltes denjenigen Lesern, die es noch nicht besitzen, angenehm seyn werde, und betrachtet sogar die Astronomischen Nachrichten, die dem berühmten Verfasser soviel verdanken, ebendeshalb als besonders berechtigt auf die Ehre, eine solche Anzeige zu geben, Anspruch zu machen.

Bessel giebt in der Vorrede, um den Zweck dieses Werkes zu erklären, in wenigen Worten das an, was er seit fast 40 Jahren durch seine astronomischen Arbeiten beabsichtigte. Ohne Vorliebe für eine oder die andere astronomische Beschäftigung zogen ihn immer nur die Resultate an. Um zu diesen zu gelangen, um entweder einen bestimmten Gegenstand, vollständiger als er bekannt war, kennen zu lernen, oder ein deutlich hervortretendes Hindernifs wegzuräumen, welches der Kenntnifs mehrerer Gegenstände zugleich hindernd in den Weg trat, weifs Jeder, der auch nur seine Reduction der *Bradley*schen Beobachtungen und seine Zonen kennt, dafs er, weder ungeheuere Rechnungen noch die langwierigsten und ermüdendsten Reihen von Beobachtungen scheute. Er sammelte aber nie Material, ohne seine Benutzung zu beabsichtigen, überzeugt dafs eigenes Fortschreiten bis zu den Resultaten astronomischer Arbeiten, wenn auch nicht gradezu Bedingung ihres Gelingens, doch diesem die sicherste Bürgschaft gewähre, weil es ihre Mängel verräth, und die Veranlassung herbeiführt, zur Beseitigung derselben geeignete Mittel zu ergreifen. Bei dieser Richtung seiner erstaunenswerthen Thätigkeit mufste er nothwendig auf eine Menge von Untersuchungen geführt werden, welche, insofern sie nicht Theile eines Ganzen waren, dem ein eigenes Buch gewidmet wurde, zu zahlreichen Abhandlungen oder Aufsätzen meistens, wie ich mit Stolz bemerke, in diesen Blättern bekannt geworden sind, von denen die wenigsten mit dem Fortschreiten der Zeit an Interesse verloren haben. Die Veranlassung des gegenwärtigen Werks ist nun das Bedürfnifs, welches durch Vermehrung der Hülfsmittel zu einer Untersuchung, oder durch Erlangung besserer Einsichten in ihre Natur herbeigeführt ward, an frühere Arbeiten wesentliche Verbesserungen anzubringen; doch soll es mit den verbesserten älteren Arbeiten zugleich neue enthalten, die, wie mein hochverehrter Freund glaubt (ich weifs nicht, ob die Leser dieser Blätter derselben Meinung sind) zuviel Raum erfordern, um sie in den Astronomischen Nachrichten erscheinen zu lassen.

Der erste Band bezieht sich auf das Königsberger Heliometer und die damit erhaltenen Resultate, aber schliefst diese Untersuchungen nicht, die noch in dem zweiten Bande fortgesetzt werden sollen, der unter andern die Untersuchungen über die Jupiterstrabanten enthalten wird.

Die erste Abhandlung dieses Bandes handelt die Theorie des Heliometers im Allgemeinen ab, einen Gegenstand, den *Bessel* schon in der 15ten Abtheilung seiner Beobachtungen behandelt hat, der hier aber neu bearbeitet ist. Die zweite, welche hier zum erstenmal erscheint, und fast ein Drittel des Bandes füllt, bezieht sich besonders auf das Königsberger Heliometer, und steht deshalb in der engsten Verbindung mit allen durch das Instrument erhaltenen Resultaten. Aus dieser Abhandlung sind nur allgemeine dioptrische Untersuchungen (§. 13—16) in den Astronomischen Nachrichten früher bekannt gemacht und vor der Erscheinung des *Gauss*'schen Werkes, ein Umstand, der den Verfasser verhinderte die Verdienste des grofsen Geometers in Göttingen um diesen Gegenstand anzuführen.

Die dritte Abhandlung, über den Einfluss der Strahlenbrechung auf Micrometerbeobachtungen, ist auch die dritte, welche *Bessel* über diesen Gegenstand geschrieben hat. Die erste erschien im 17ten Bande der Mon. Corr., die zweite in Nr. 69 der Astronomischen Nachrichten. Diesesmal hat er die für alle Arten von Micrometerbeobachtungen nöthigen Vorschriften aus einem Principe abgeleitet, welches den Vortheil hat, dafs es zur leichten Uebersicht der Fehler führt, welche einige nicht völlig wahre, aber die Rechnung beträchtlich abkürzende Voraussetzungen erzeugen. Es geht daraus hervor, dafs die möglichst einfachen Näherungsformeln, welche die Abhandlung enthält, noch wenn die Punkte zwischen denen Micrometermessungen gemacht werden, eine Zenithdistanz von

Digitized by Google

85° haben, den wünschenswerthen Grad von Genauigkeit geben.

Die vierte Abhandlung entwickelt den Einfluſs der Präcession, Nutation und Aberration auf die Resultate micrometrischer Messungen.

Die fünfte Abhandlung enthält Beobachtungen der Sterne in den Plejaden, die zur Bestimmung einiger zur Kenntniſs des Heliometers nöthigen Elemente gedient haben und auf denen Cataloge der hellern Sterne dieses Sternbildes bis zur 9ten Gröſse incl. gegründet sind. Diese Cataloge allein sind schon in den A. N. Nr. 387 und 430 abgedruckt.

Die sechste Abhandlung, über die scheinbare Figur einer unvollständig erleuchteten Planetenscheibe, ist hier eingerückt, weil ihre Resultate für die Berechnungen der Heliometerbeobachtungen der Jupiterstrabanten nöthig sind. Sie ist in Nr. 277 der A. N. gegeben, hier aber verbessert und durch Entwickelung der verschiedenen vorkommenden Fälle vervollständigt, abgedruckt.

Die siebente Abhandlung enthält Beobachtungen der gegenseitigen Stellungen von 38 Doppelsternen, die achte handelt von dem merkwürdigen Doppelsterne p Ophiuchi, und giebt eine wesentliche Erläuterung der mit dem Heliometer gemachten Beobachtungen der Doppelsterne im Allgemeinen.

Die erstere ist aus den Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaften für 1833 aufgenommen, weil die letztere (zuerst in den A. N. Nr. 343 abgedruckt) sich auf sie bezieht, beide sind hier gegeben, um in diesem Bande Alles zusammenzustellen, was zu der Kenntniſs des Heliometers und der damit gemachten Beobachtungen erforderlich ist. An beiden sind hier einige Aenderungen angebracht

Schlieſslich bemerke ich, daſs bei der Anzeige des Inhalts der einzelnen Abhandlungen, soweit es thunlich war, *Bessels* eigene Worte gebraucht sind.

Der Druck des 2ten Bandes ist schon angefangen und schreitet rasch vorwärts.

S.

Physische Beobachtungen des Mars bei seiner Opposition im Jahre 1841.

Von Herrn Hofrath *Mädler*.

Diese Beobachtungen sind als eine Fortsetzung derjenigen zu betrachten, welche seit 1830 zu fünf wiederholten Malen von Herrn *W. Beer* und mir veröffentlicht worden sind. Es ist die gegenwärtige Opposition also die 6ste, welche ich zu diesem Zwecke beobachte, und in der Voraussicht, daſs die beiden nächsten 1843 u. 45 für meinen gegenwärtigen Beobachtungsort keine, oder doch höchst unbedeutende Ausbeute versprechen, da Mars zu tief südlich steht, war ich diesmal bemüht, ihm so viel als möglich abzugewinnen.

Das beiliegende Blatt *) giebt 40 Zeichnungen seiner Oberfläche, deren Datum ich hier, nach Pariser mittlerer Zeit geordnet, mit einigen die besondern Umstände der Beobachtung betreffenden Anmerkungen mittheile.

Nr.	Datum.	M. Par. Zt.	Bemerkungen.
1	Jan. 24	16h 39′	Der Fleck etwas unsicher. Therm. — 4°0 R.
2	31	16 40	Desgleichen. — 13°3 R.
3	März 22	11 14	In SO., NNW. und NNO. schwache ungewisse Spuren weiſser Flecke.
4	25	11 19	Ungünstige Luft.
5	April 1	11 44	Sehr guter Luftzustand. Die ganze Mitte zwischen den stärkern Flecken roth; der NW.Rand bläulich, darüber im S. weiſsschimmernd, im NO. deutlich ein begrenzter weiſser Fleck.
6		12 8	
7	5	9 13	Begrenzung beider weiſser Flecke unbestimmt. Die Mitte, besonders nach NW. zu, stark geröthet.
8		10 13	Der nordöstliche Fleck kleiner und schwächer als der südwestliche.
9		10 55	Aehnlich wie 8.
10	12	9 28	Der graue Streifen sehr unbestimmt, andere Flecke gar nicht sichtbar.
11	14	9 20	
12	25	9 14	Weiſser Fleck sehr bestimmt.
13		9 46	Das Weiſs in SSW. sehr unbestimmt; der kleine schwarze Fleck daneben besser sichtbar.
14	26	9 12	Prachtvolle Deutlichkeit; etwas unter der Mitte eine helle Region.
15		9 52	Die Luft ward während des Zeichnens unruhig, und nur die nördliche Hälfte ist als gut gelungen zu betrachten.
16	29	8 50	Ziemlich heiter.
17	Mai 4	7 57	Ostrand bläulich, Mitte roth.
18		8 19	Ostrand und Südgrenze bläulich, Südwest lichtblau. Die Mitte, so wie die schmalen hellen Stellen in N. sämmtlich roth. Der Längendurchmesser des weiſsen Flecks in NO. = 0,11 und sein Querdurchmesser = 0,08 des Marsdurchmessers. (NB. Ein schmaler grauer Streif in NO. nach der Mitte zu, ähnlich der in Fig. 19, ist in der Figur vergessen.)

*) Ist nicht mitgekommen, und wird wahrscheinlich nachgesandt werden. *S.*

Digitized by Google

Nr.	Datum.	M. Par. Zt.	Bemerkungen.
19	Mai 5	8h 16′	Farben wie in 18, nur dafs auch der NW.Rand mattblau erschien.
20		9 5	Viel Blau am Rande herum, im O. am stärksten. Die Mitte mattroth, die nördlichen Theile stärkeres Roth. Das lichte Blau in SW. ist verschwunden.
21	8	8 4	Das stärkste Blau im WSW., die Mitte und der SO. roth.
22		8 41	Wie vorhin, nur dafs der Ost bläulich schimmert und in WSW. ein weifser Fleck, ähnlich dem constanten in NO., erscheint.
23	9	8 11	Nur geringe Spuren von Roth in der Mitte.
24	11	7 54	Von der Mitte aus nach SO. und NW. hin roth, nach NO. und SW. weifs.
25		8 18	Luftzustand besser als bei 24. Das stärkste Roth von der Mitte nach SO. hin. Der weifse Fleck in NO. bestimmter als je vorher, im Durchmesser $\frac{1}{13}$ des Mars, und links neben ihm ein sehr kleiner intensiv schwarzer Punkt.
26		8 45	Die Theile im NO. zwischen den Streifen erscheinen gelb, der SW. weifsgelb, das Uebrige roth. Der weifse Fleck 0,08; der schwarze Punkt 0,02.
27	12	7 26	Aehnlich wie 26, nur weniger deutlich.
28		8 55	Besser. Der schwarze Punkt (obgleich in der Zeichnung fehlend) noch sichtbar. Im SW. sehr starkes Weifsblau.
29	15	8 2	Weifsblau im SW., stark roth in der Mitte und gegen NW.; blafsroth in NO., SO. und SW. bis an die Grenze des weifsen Flecks.
30	18	7 23	Die Farben bleich. Das Weifs zunächst von Blau begrenzt, im S. gelbröthlich. Etwas windig.
31		7 34	Geringe Spur von Farben. Wind.
32	31	6 51	
33		7 16	
34	Juni 1	7 19	Die helle Dämmerung und ein nicht sehr günstiger Luftzustand liefsen zwar die Flecke ziemlich deutlich sehen, von den Farben aber wenig wahrnehmen.
35		7 33	
36	2	7 40	
37	11	7 20	
38	16	7 21	Der weifse Fleck schlecht begrenzt. Das Innere und der NW. roth, im SW. schimmert weifsgelb.
39	20	7 19	Fast alles roth, bis auf den weifsen Polarfleck.
40	21	7 32	Alles sehr schwach; der weifse Fleck kaum noch als solcher zu unterscheiden.

Die Beobachtungen mufsten hier aufgegeben werden, da Mars zu früh am Tage culminirte.

Aus den vorstehenden Bemerkungen ergiebt sich, dafs die Veränderlichkeit der Farben ziemlich stark, jedenfalls bedeutender war, als ich sie 1830, 1837 und 1839 wahrgenommen hatte. Dafs übrigens die bemerkten Farben gänzlich frei von jeder Einwirkung der Refraction gewesen seien, wage ich nicht zu behaupten, wiewol ich bemüht gewesen bin, mich von störenden Einflüssen möglichst frei zu erhalten, was aber bei dem tiefen Stande des Mars (einige Beobachtungen mufsten bei 75° Zenithdistanz gemacht werden) nicht durchaus gelingen konnte. Von einer meniskenartigen Einfassung der beiden Ränder, deren frühere Beobachter erwähnen, habe ich nichts wahrgenommen, als die oben bemerkten Andeutungen über den bläulichen, weifsbläulichen und gelblichen Rand. Nach der Mitte zu war nie eine andere Farbe als Roth wahrzunehmen und nur die Intensität desselben wechselte; oft aber erstreckte sich das Roth auch bis an eine oder die andere Stelle des Randes. Meist aber war die Farbe des letztern von der der Mitte sehr verschieden.

Den weifsen Fleck am Nordpole sah ich seit dem 1sten April fortwährend und ohne dafs die Gröfse sich merklich änderte, nur die Deutlichkeit seiner Begrenzung war sehr verschieden. Aus den Schätzungen, die ich an Abenden, wo er deutlich begrenzt erschien, machte, nemlich am 4ten Mai 0,110, am 11ten um 8h 18′...0,083 und um 8h 45′...0,080, folgt im Mittel 0,091, also ein Radius von 5° 14′ der Marskugel. An allen Abenden, wo er unbestimmter begrenzt war, würde ich ihn gröfser, bis zu 0,15, haben schätzen müssen. Merkwürdig war der kleine schwarze Fleck am 11ten und 12ten Mai westlich an der Grenze des weifsen, von dem ich weder vor- noch nachher eine Spur bemerkt habe.

Die Kürze der Zeit, wo Mars an jedem dieser Abende beobachtet werden konnte, liefs über seine Bewegung nichts entscheiden. Nur seine intensive Schwärze machte es möglich, ihn bei diesem geringen Durchmesser von 20 geogr. Meilen, etwa zu erkennen. Er schien mit keinem der übrigen in Verbindung zu stehen.

Bei den Beobachtungen von 1837 und theilweise auch denen von 1839 bemerkte ich eine dunkle Zone von ungleicher Breite und ziemlicher Intensität, welche den weifsen Fleck in scharfer Begrenzung umgab. Diesmal konnte ich nichts der Art mit Bestimmtheit erkennen. Die schwarzen zonenartigen Flecke in der Nähe des Polarflecks waren von ihm durch eine wenn auch oft sehr schmale, lichte, gewöhnlich rothe, Zone getrennt, oder berührten ihn doch nur in einzelnen Punkten.

Digitized by Google

Was nun die Vergleichung mit früher wahrgenommenen Flecken betrifft, so kommen fast alle in bestimmtern Umrissen wahrnehmbare in den Zeichnungen von 1830—39 vor. So der Fleck im Süden in den Zeichnungen 5 und 6, der sich in 18, 20, 21 und sonst noch einigemale, nur weniger bestimmt, wiederholt, und den ich 1830 eben so erkannte. Noch bestimmter ist dies der Fall mit dem zonenartigen Fleck am S.Rande in den Zeichnungen 10, 11, 16, 28, 29. 30. 31 und einigen andern. Den wellenförmigen in der nördlichen Halbkugel, welcher in 29 und 32 am deutlichsten, so wie in vielen andern erscheint, und der 1830 abgewandt sein mufste, sah ich 1837 deutlich und er kommt schon bei *Kunowsky* 1821 und 22 vor (Berl. Jahrbuch auf 1826). Gleichwohl scheinen andere, und nicht ganz schwache, früher nicht, wenigstens nicht so, wahrgenommen zu sein, und eben so suchte ich vergebens nach einigen andern, z. B. nach dem schwarzen Punkte in 8° südlicher Breite, der 1830 gewählt worden war, um den ersten Meridian durch ihn zu legen.

Indefs halte ich es für zu gewagt, aus Beobachtungen, die der südlichen Declination wegen in dieser Beziehung ungünstig genannt werden müssen, bestimmte Folgerungen über Constanz oder Veränderlichkeit einzelner Flecke zu ziehen. Dies wird bei künftigen Oppositionen von 1847 an besser geschehen können und ich setze bis dahin die specielleren Vergleichungen, so wie die Untersuchungen über die Rotation aus, indem ich nur noch die Messungen mittheile, welche in dieser Opposition über die Lage verschiedener Flecke, insbesondere des nördlichen Polarflecks angestellt wurden.

A. Positionen des weifsen Flecks im NO.

	St. Z.			
April 1.	$14^h 20'$	$27°46'5$	aus 5	Beobb.
	14 42,5	27 51,2	— 3	—
5.	12 11	29 10,7	— 5	—
	13 7	30 26,1	— 5	—
	13 35,5	31 19,3	— 5	—
6.	11 10	27 19,5	— 1	—
12.	12 20	31 55,2	— 6	—
14.	12 21,5	34 33,3	— 5	— Fleck sehr matt.
18.	11 55	32 11,1	— 5	—
20.	12 52	29 45,3	— 4	—
	13 8	32 1,3	— 5	—
25.	13 15	31 51,3	— 5	—
	13 45,5	34 32,7	— 5	—
	13 58	36 7,9	— 5	—
	14 8	35 55,7	— 5	—
26.	13 0,5	32 4,1	— 5	—
	13 36,5	35 8,5	— 5	— } unruhige Luft.
	13 57,5	37 22,5	— 5	— }
27.	13 5	33 16,8	— 3	—
	13 28	35 30,2	— 3	—
28.	13 47	33 44,1	— 5	—
	14 6	34 35,1	— 4	—

	St. Z.			
Mai 4.	12 18	33 25,5	— 3	—
	12 54	34 25,5	— 3	—
	13 6	34 21,2	— 3	—
5.	12 41,5	33 32,1	— 5	—
	13 12	34 38,5	— 4	—
	13 30,5	35 24,3	— 4	—
	13 41	35 9,0	— 4	—
8.	12 52,5	35 4,3	— 4	—
	13 10,5	34 7,0	— 4	—
	13 32,5	34 57,5	— 4	—
9.	13 8	34 13,5	— 3	—
	13 26	34 26,8	— 3	—
11.	12 55	33 53,8	— 4	—
	13 25	37 11,5	— 4	—
12.	13 46	38 41,8	— 4	—
	13 57	38 2,8	— 4	—
15.	13 24	36 26,8	— 3	—
	13 45	37 33,8	— 3	—
18.	12 50	35 4,1	— 5	—

Aus diesen 170 einzelnen Ablesungen folgt, dafs die Excentricität des Flecks in Beziehung auf den Nordpol des Mars sehr gering, wo nicht gleich Null ist. Ihre wahrscheinlichen Grenzen sind 0° und 2°. Da die Ausdehnung des Flecks jedenfalls weit gröfser ist, so folgt, dafs er den Nordpol einschliefse. Die Beobachtungen vom 20—28ten April machen eine kleine Excentricität wahrscheinlich.

B. Positionswinkel der weifsen oder weifsblauen Region in SW.

	St. Z.			
April 1.	$14^h 10'$	$252°40'5$	aus 5	Beobb.
	14 35,5	256 20,7	— 4	—
5.	12 7,6	209 13,3	— 5	—
	12 57,2	213 47,7	— 5	—
	13 21,0	220 4,3	— 5	—
	13 44,5	223 22,5	— 5	—
Mai 5.	12 54	246 25,8	— 4	—
	13 16	253 38,3	— 4	—
9.	13 5	231 25,5	— 3	—
	13 30	237 31,8	— 3	—
11.	12 58	222 40,5	— 3	—
	13 31	227 8,0	— 4	—

Es ist hieraus deutlich ersichtlich, dafs diese weifslichte Region an der Rotation Theil nahm und keineswegs am Südpol oder doch diesem nahe lag. Die Stellungsveränderung betrug am 1sten April in $25'5....3°40'$; am 5ten in $97'....14°9'$; am 5ten Mai in $22'...7°13'$; am 9ten in $25'...6°6'$; endlich am 11ten in $33'...4°28'$; und die gröfste vorkommende Veränderung vom 1—5ten April ist $47°7'$. Wir können also dem Mittelpunkt dieser Region keine höhere areographische Breite als etwa 55° ertheilen, und der Südpol des Mars mufste uns abgewandt sein.

Digitized by Google

C. Positionswinkel eines am 25 und 26ten wahrgenommenen schwärzlichen Punktes.

April 25.	13h52′	233°26′3	aus 5 Beobb.
	14 2	236 45,0	— 2 —
26	13 17,5	223 37,9	— 5 —
	13 42	227 21,5	— 3 —

Auch dieser dem SW.Rande ziemlich nahe Fleck hatte also eine Breite von höchstens 50° und deutet wie der vorige darauf hin, dafs der Südpol des Mars diesmal abgewandt war, was mit der von *Herschel* bestimmten Axenstellung nicht ganz übereinstimmt.

Die Messungen des Durchmessers behalte ich für eine künftige Zusammenstellung vor.

Mädler.

Ueber die Bahnen mehrerer Sternschnuppen vom 10ten August 1839.

Von den Herren *A. Erman* und *H. Petersen.*

Unter den in Breslau 1839 August 10 beobachteten Sternschnuppen, von welchen Herr *v. Boguslawski* vor einigen Monaten ein Verzeichnifs mittheilte, haben sich wieder mehrere correspondirende zu unseren, in den Astr. Nachr. Nr. 402 und 404 abgedruckten, Berliner Beobachtungen gefunden. Wir wollen hier die nach der *Bessel*'schen Methode berechneten Resultate derselben angeben, haben aber zuvor an die Zeiten in dem genannten Verzeichnisse unserer Beobachtungen eine Berichtigung anzubringen. Zur Bestimmung der Stände des Chronometers (K), nach welchem das Erscheinen der Sternschnuppen angeschrieben wurde, gegen mittl. Zeit (M) hatte man zuerst folgende directe Beobachtungen, zwischen denen die Uhr theils in Ruhe geblieben, theils auch, zwischen der zweiten und vierten, mehrmals getragen und gefahren wurde:

1839 Juni	29,38	$M-K$ =	+ 6′ 30″88
Juli	1,38	=	+ 6 22,21
	11,38	=	+ 6 19,28
Aug.	9,38	=	+ 6 40,35
	14,38	=	+ 6 26,11.

Aufserdem aber, so lange man die Identität zweier in Berlin gesehenen Sternschnuppen (August 10. Nr. 12 und 22) mit zweien in Altona gesehenen (August 10 Nr. 6 und Nr. 8) *) voraussetzte, die zwei Bedingungen:

1839 Aug. 10.	10° 5′	$M-K$ =	+ 37′ 9″32 — L
10.	10 20	=	+ 37 9,12 — L

wenn L die Länge des Beobachtungsortes in Altona östlich von Paris bedeutet, die des Berliner aber, so wie früher angeführt, 44′ 19″22 gesetzt wird. Wir entschieden uns demnach für

Aug. 10,42 $M-K$ = + 6′ 44″2

und nahmen für die folgenden Tage einen der Zeit proportionalen Uebergang von diesem Stande, bis zu dem für Aug. 14 beobachteten an. Diese Voraussetzung, welche

L = 30′ 25″

giebt, schien auch mit unsern directen Zeitbestimmungen sich noch vereinigen zu lassen. Da indessen in Altona gar keine Angabe über die scheinbare Bahn der genannten Sternschnuppen gemacht worden, so war doch deren Identität mit den Berlinern und somit auch die Richtigkeit des genannten Uhrstandes für Aug. 10 nicht entschieden.

Unter den zwischen 1839 August 10. 9h 40′ und 11h 12′ Berliner Zeit gelegenen Berliner und Breslauer Beobachtungen, haben wir aber jetzt 15 Paare gefunden, für welche die Identität auch aus der scheinbaren Lage der Anfangs- und Endpunkte hervorgeht, und welche, wenn man Breslau um L' Ost von Paris setzt, für $M-K$ folgende Bedingungen geben:

Nach der Berl. Beob.		$(M-K)+L'$
Aug. 10. Nr.	1	+ 65′ 26″52
	9	+ 65 26,52
	11	+ 65 24,12
	13	+ 65 25,52
	19	+ 65 26,02
	22	+ 65 25,32
	23	+ 65 28,52
	27	+ 65 23,52
	29	+ 65 25,22
	31	+ 65 27,22
	33	+ 65 25,12
	36	+ 65 25,22
	38	+ 65 26,62
	46	+ 65 28,22
	50	+ 65 26,62

oder nach allen:

für August 10,43 $M-K$ = 65′ 26″03 — $L' \pm 1''34$.

Wir glauben hiernach die zwei Altonaer Sternschnuppen August 10 Nr. 6 und 8 für verschieden von allen in Berlin gesehenen halten, und zu unsern früheren Zeitangaben, für ein zwischen August 10 und August 14 gelegenes Datum d:

— 1″7 (August 14,4 — d)

*) Diese sind von Herrn Conferenzrath *Schumacher* bekannt gemacht in Astr. Nachr. Nr. 383.

Digitized by Google

zulegen zu müssen. Diese Correction macht jene Angaben mit den zwei letzten der vorgenannten Uhrstände für August 9 und August 14 vollständig übereinstimmend, und giebt

$$L' = 58'\,48''67 \pm 1''34,$$

sehr nahe an der aus Herrn Professor *Hansen's* Berechnung von Sternbedeckungen hervorgehenden Länge von Breslau:

$$58'\,48''20.$$

Dieses Resultat scheint auch wiederum die Anwendbarkeit der Sternschnuppenbeobachtungen zu Längenbestimmungen zu bestätigen, denn wahrscheinlich wären die einzelnen Werthe für L' noch übereinstimmender ausgefallen, wenn sich nicht bisweilen die Aufmerksamkeit der Beobachter zwischen der Zeit der Erscheinung, und dem Orte derselben getheilt hätte.

Bei den folgenden Angaben über die Bahnen der correspondirend beobachteten Sternschnuppen sind die Bezeichnungen der *Bessel*schen Abhandlung in Astr. Nachr. Nr. 380 und 381 angewendet, und zwar gelten die mit π bezeichneten Positionswinkel für die Breslauer Beobachtungsmomente, die mit p bezeichneten und die Coordinaten zweier Punkte in der Bahn aber für die Berliner.

Beobachtungen in

Berlin 1839 August 10.

Nr.	Mittl. Zeit.	Anfang. AR.	Anfang. Decl.	Ende. AR.	Ende. Decl.	Ansehen.
1	9h40′52″4	11°6	+48°5	8°6	+36°5	———
9	9 58 23,4	335,5	— 6,6	329,5	—14,6	———
11	10 0 5,8	338,5	— 5,5	323,5	— 8,6	1Gr. m. Sp.
13	10 6 17,4	323,5	— 9,6	319,5	—18,0	———
19	10 12 29,8	294,0	+ 2,7	279,5	— 7,4	2Gr. m. Sp.
22	10 20 8,6	325,5	—14,6	318,5	—22,7	———
23	10 20 22,4	2,5	+15,5	357,0	— 1,5	1Gr. m. Sp.
27	10 28 1,4	27,5	+43,4	22,5	+38,4	1Gr.
29	10 31 13,7	337,5	—12,6	329,0	—21,5	———
31	10 33 6,5	311,0	—10,5	305,5	—15,7	— m. Sp.
33	10 35 57,8	302,0	— 8,8	298,5	—16,7	— m Sp.
36	10 40 15,7	18,6	+28,4	8,5	+15,5	— m. Sp.
38	10 43 28,3	336,4	+26,5	327,4	+17,4	1Gr. m. Sp.
46	10 59 22,7	338,0	+ 3,4	327,5	— 3,1	———
50	11 11 26,5	325,5	+14,4	319,5	+ 7,4	1Gr. m. Sp.

Breslau 1839 August 10.

Mittl. Zeit.	Anfang. AR.	Anfang. Decl.	Ende. AR.	Ende. Decl.	Ansehen.	Dauer.
9h55′22″3	105°0	+58°0	118°0	+52°0	3 Gr.	1″
10 12 53,3	280,0	+ 4,0	267,0	—20,0	———	———
10 14 33,3	317,5	+ 9,0	303,0	—11,0	2 Gr.	1
10 20 46,3	291,0	+ 6,0	266,0	+ 4,0	wie ♀	1,3
10 26 59,3	212,0	+19,0	219,0	+ 3,0	2 Gr.	2,7
10 34 37,3	261,5	+35,0	232,0	+ 6,0	1 Gr.	1,3
10 34 54,3	15,0	+53,0	5,0	+49,0	1 Gr.	1,0
10 42 28,3	38,0	+60,0	22,0	+50,0	1 Gr.	1
10 45 42,3	293,0	+ 4,0	287,0	—18,0	4 Gr.	1
10 47 37,3	261,5	0,0	244,0	— 1,0	4 Gr.	0,7
10 50 26,3	215,0	+22,0	229,0	+10,0	1 Gr.	1
10 54 44,3	158,0	+70,0	192,0	+60,0	1 Gr.	1,3
10 57 58,3	277,0	+25,0	268,0	+ 5,0	1 Gr.	1
11 13 54,3	212,0	+37,0	213,0	+24,0	3 Gr.	1
11 25 56,3	306,0	+30,0	291,0	+12,0	1 Gr.	1,0

Resultate.

Nr.	f	f'	p	p'	π	π'	H	H'	$H-H'$	$lg\,r$	$lg\,r'$
1	7°7	8°1	+16°2	+18°1	+33°4	+ 37°9	———	———	———	———	———
9	6,3	7,2	—56,8	—82,3	—80,6	—108,0	17 ± 12,4 s	13 ± 11,5 s	+ 4 ± 23,5 s	1,6821	1,6864
11	1,2	4,2	—50,6	—74,8	—55,5	— 88,3	24 ± 1,6 -	48 ± 7,9 -	—24 ± 8,3 -	1,8215	2,0388
13	0,7	2,8	—77,1	—93,8	—75,0	— 86,0	18 ± 0,9 -	11 ± 0,3 -	+ 7 ± 1,2 -	1,7701	1,5993
19	2,4	5,4	—77,8	—93,1	—85,0	—106,4	14 ± 0,7 -	13 ± 0,7 -	+ 1 ± 1,4 -	1,3137	1,4019
22	11,2	2,6	—87,0	—89,5	—54,6	— 97,2	12 ± 0,1 -	8 ± 0,1 -	+ 4 ± 0,0 -	1,5201	1,5155
23	1,7	2,9	+ 4,7	— 8,8	+ 9,5	+ 3,7	30 ± 3,9 -	15 ± 1,5 -	+15 ± 4,2 -	1,8153	1,7105
27	1,4	2,4	+20,5	+19,3	+17,6	+ 14,0	46 ± 29,2 -	44 ± 11,8 -	+ 2 ± 26,4 -	1,9130	1,9076
29	0,1	6,6	—79,2	—83,0	—78,8	—102,9	17 ± 0,9 -	21 ± 1,6 -	— 4 ± 2,1 -	1,7246	1,7626
31	2,6	5,4	—87,7	—88,5	—93,6	—101,2	32 ± 9,5 -	28 ± 4,5 -	+ 4 ± 9,4 -	1,8299	1,8486
33	3,2	1,5	—89,1	—98,9	—79,2	— 95,0	12 ± 0,6 -	12 ± 1,3 -	0 ± 1,9 -	1,1926	1,5278
36	2,3	4,0	+16,7	+ 7,2	+10,9	— 5,9	17 ± 1,2 -	13 ± 2,9 -	+ 4 ± 2,7 -	1,5575	1,4847
38	15,3	17,5	—32,2	—47,6	—66,8	— 87,6	44 ± 4,2 -	40 ± 2,7 -	+ 4 ± 2,7 -	1,8064	1,7736
46	3,3	0,1	—56,6	—73,5	—43,9	— 73,7	10 ± 0,3 -	9 ± 0,4 -	+ 1 ± 0,7 -	1,2643	1,2251
50	1,4	3,9	—55,7	—66,7	—52,5	— 75,2	73 ± 5,7 -	66 ± 5,0 -	+ 7 ± 9,9 -	1,9823	1,9629

Nr.	Anfang. Breite.	Anfang. Länge O. v. Par.	Ende. Breite.	Ende. Länge O. v. Par.
1	———	———	———	———
9	50°4	14°7	50°0	14°3
11	49,8	16,2	46,9	17,0
13	50,0	13,7	50,1	13,0

Nr.	Anfang. Breite.	Anfang. Länge O. v. Par.	Ende. Breite.	Ende. Länge O. v. Par.
19	51°3	11°2	50°9	10°5
22	50,5	12,9	50,4	12,4
23	51,7	17,3	51,0	15,9
27	54,4	17,6	53,9	17,9

Digitized by Google

	Anfang.		Ende.	
Nr.	Breite.	Länge O. v. Par.	Breite.	Länge O. v. Par.
29	49°7	14°4	49°3	14°0
31	48,6	12,7	48,1	12,1
33	50,9	11,3	50,3	11,1
36	52,7	14,5	52,1	14,0
38	51,3	14,1	50,7	13,5
46	51,6	12,2	51,9	11,8
50	49,7	13,6	48,4	13,3

Wir haben die Resultate über die Bahn der Sternschnuppen Nr. 1 nicht mit aufgenommen, weil sie auf eine, im Vergleich mit allen übrigen, unwahrscheinlich grofse Geschwindigkeit der Bewegung führen. Die Logarithmen der Abstände von Berlin in Meilen ergeben sich namentlich

$$\log r = 3{,}5212$$
$$\log r' = 2{,}0600.$$

Diese sind aber ebenso und aus demselben Grunde unsicher, wie die berechneten Höhen

$$H = 3702$$
$$H' = 64,$$

auf welche Beobachtungsfehler von s'' einen respective durch $\pm 165500.s$ und $\pm 102.s$ ausgedrückten Einfluſs ausüben konnten. Die übrigen Bahnen, welche sicherer bestimmt scheinen, bestätigen die allgemeinen Thatsachen, welche aus den Rechnungs-Resultaten in Nr. 381 und 404 der Astr. Nachr. hervorgehen. Es ist keine einzige darunter, welche zur Annahme des von *Bessel* bezweifelten Aufsteigens der Sternschnuppen veranlafste, und ihre Höhen waren auch diesmal wieder, selbst wenn man nur die zuverlässigsten Resultate beachtet, zwischen sehr weiten Gränzen, 73 und 8 geographischen Meilen, verschieden. Von zweien einander näher gelegenen Standpunkten würde man wohl auch noch niedrigere bestimmt haben. In Beziehung auf das Convergiren der scheinbaren Bahnen, welches grade an jenem Tage so auffallend war, und auf Parallelismus der relativen Bewegungen (gegen die Erde) und gleiche Geschwindigkeit derselben schliefsen liefs, schien es von Interesse zu sein, ob sich diese letzten Eigenschaften nun auch durch die Rechnungsresultate bestätigen. Es beziehen sich hierauf die folgenden:

Längen und Richtungen der relativen Bewegungen.

Sternschn.	Meilen.	AR.	Decl.
Nr. 9	8,4	233,7	−53°2
11	48,6	302,4	− 11,9
13	20,7	150,9	− 6,9
19	8,4	234,3	− 30,2
22	6,0	206,5	− 45,6
23	22,8	205,0	− 45,6
27	8,9	330,9	− 42,3
29	11,6	261,6	− 56,7
31	9,5	231,2	− 45,7
33	10,0	287°9	−36°2
36	10,7	260,2	− 56,9
38	14,0	237,7	− 50,3
46	4,0	216,6	− 26,8
50	15,6	220,8	− 51,0

Diese Richtungen zeigen nun wohl in der That die erwartete Annäherung an diejenige, welche zwischen allen scheinbaren Bahnen von Auguststernschnuppen, die man in dieser Beziehung verglichen hat, das Mittel hält, nämlich an: AR. 218° Decl. −53°. Etwa die Hälfte derselben bleibt dagegen von diesem eben genannten Punkte weit entfernt. Bei näherer Untersuchung wird es aber sehr wahrscheinlich, daſs viele dieser Abweichungen nicht wirklich vorgekommen sind, sondern nur von Beobachtungsfehlern an einem der beiden Orte herrühren. So namentlich bei Nr. 11 und 46, für welche die Richtung der scheinbaren Bahn nach den Angaben in Breslau, äufserst nahe an jenem mittlern Convergenzpunkt vorbeiführte, auch denen in Berlin aber beträchtlich davon abwich. Bei Nr. 22, 27 und 31 wurde umgekehrt der scheinbaren Bahn in Berlin fast genau die mittlere Richtung, in Breslau aber eine davon sehr verschiedene zugeschrieben. Der Wahrscheinlichkeit ist es aber wohl angemessen, nicht die Uebereinstimmungen einzelner Beobachtungen mit demjenigen besonderen Werthe, welcher sich im Mittel aus allen ergiebt, sondern vielmehr die unter sich ganz verschiedenen Abweichungen der übrigen von diesem besondern Werthe für die Folge zufälliger Beobachtungsfehler zu halten, und somit anzunehmen, daſs sich aus fehlerfreien Beobachtungen ein noch weit vollständigerer Parallelismus der Bewegungen ergeben würde.

Wenn man aber endlich auch die gegen die Erde relativen Geschwindigkeiten jener Sternschnuppen, mit Hülfe der eben angeführten Längen ihrer relativen Bewegungen, beurtheilen will, so ist zunächst zu beachten, daſs die in Berlin beobachteten Bahnstücke, für welche diese letzteren gelten sollen, nicht immer gleich lang waren mit denjenigen Stücken derselben Bahn, für welche in Breslau die Dauer der Bewegung geschätzt wurde. Nach Berücksichtigung dieses Umstandes, welche bei den meisten schon durch Vergleichung der Veränderungen der Positionswinkel, $\pi - \pi'$ mit $p - p'$ näherungsweise erfolgen kann, wird man aber dennoch auf sowohl äufserst ungleiche als auch anderweitig unwahrscheinliche Geschwindigkeiten der einzelnen geführt. So würde z. B. Nr. 11 mehr als 60 Meilen, Nr. 19 aber kaum 3 Meilen in der Sekunde beschrieben haben. Wenn man aber nur diejenigen berücksichtigt, deren scheinbare Bahn an beiden Orten dem Convergenzpunkte nahe kam, so fände man doch ihre mittlere relative Geschwindigkeit auch den in Breslau angegebenen End-

Digitized by Google

punkten und Dauern ihrer Bahnen, kaum unter 20 Meilen in der Sekunde, mithin mehr als zweimal so grofs als das Maximum der Geschwindigkeit, welches die Auguststernschnuppen in einer Bahn um die Sonne besitzen könnten (Astr. Nachr. Nr. 385). Man mufs wohl vermuthen, dafs die Schätzung der Dauern noch sehr unsicher geblieben ist.

A. Erman und *H. Petersen.*

Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen, und Bedeckungen der letzteren, für 1843.

Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat.

Für diese Untersuchungen wurden aus sämmtlichen Sternen des *Baily*schen Catalogs diejenigen ausgewählt, für welche ein beiläufiger Ueberschlag eine Zusammenkunft innerhalb 5′ gab. Es fanden sich für Venus 10, für Merkur 6, für Mars 6, für Jupiter 1 Stern, und für diese 23 hat die genauere Untersuchung folgendes ergeben:

	Stern.		Conjunction in AR. M. Par. Zeit.		AR. app.			Decl. app.			Das Centr. des Planeten steht nördl.(+)oder südl.(−)	Stündl. Bewegung des Planeten in AR.	Stündl. Bewegung des Planeten in Decl.	
Merkur	4 Capricorni	6m	Jan. 11.	2h 27′	20h	8′	47″77	−22°	17′	18″46	− 62″2	+ 17″70	+ 51″9	
	k Tauri	6m	Mai 14.	19 34	4	48	33,38	+24	48	10,83	− 1,3	+ 16,66	+ 37,6	Bedeckung.
	5 Gemin.	7m	31.	3 33	6	1	55,56	+24	26	57,99	−372	+ 5,00	− 30,6	
	θ Virginis	4m	Oct. 27.	10 20	13	1	51,93	− 4	41	59,60	+360	+ 5,61	− 7,2	
	[2199]Sagittarii	7m	Dec. 24.	5 11	18	52	54,35	−25	3	21,40	− 14,2	+ 17,65	+ 18,1	
	[2282]Sagittarii	7m	28.	19 37	19	25	8,01	−24	11	22,92	− 45,4	+ 17,10	+ 41,8	
Venus	[2104]Clyp.Sob.	7m	Febr. 5.	4 40	18	8	16,41	−18	30	45,67	−371	+ 8,13	− 9,1	
	[2128]Sagittarii	6m	8.	22 57	18	20	58,51	−18	49	17,15	− 5,3	+ 8,72	− 14,4	Bedeckung.
	[2592]Aquarii	7m	März 28.	11 29	21	41	12,36	−13	27	1,72	−233	+ 11,12	+ 43,3	
	[2639]Aquarii	7m	April 2.	14 2	22	3	53,72	−11	49	——	(− 7′)	+ 11,08	+ 48,2	
	81 Aquarii	6m	13.	18 59	22	53	14,66	− 7	53	55,30	−160	+ 11,16	+ 57,8	
	n Piscium	5m	24.	11 32	23	39	52,75	− 3	37	50,40	+ 90,5	+ 11,28	+ 63,2	
	ω′ Tauri	6m	Juni 20.	17 6	3	59	49,34	+19	11	33,80	+ 35,2	+ 12,40	+ 40,4	
	4 Gemin.	7m	Juli 14.	6 38	6	0	59,42	+23	1	14,62	− 38,5	+ 13,19	+ 3,3	
	ω″ Gemin.	6m	24.	15 41	6	55	52,49	+22	51	58,48	− 21,9	+ 13,22	− 11,7	
	e² Oph.	5m	Nov. 29.	2 16	17	21	54,79	−23	50	2,34	+ 8,2	+ 13,64	− 18,2	Bedeckung.
Mars	ν Libræ	6m	Jan. 26.	8 28	14	57	53,56	−15	38	40,22	+150	+ 5,40	− 23,8	
	β Scorpii	2m	Febr. 23.	8 15	15	56	20,90	−19	22	15,54	+ 89,6	+ 4,97	− 16,2	
	θ Oph.	3m	Mai 22.	23 23	17	12	26,29	−24	50	11,22	+ 33,4	- 2,71	− 5,1	
	A Oph.	4m	Aug. 23.	16 19	17	5	8,03	−26	22	2,05	+ 36,1	+ 5,00	− 3,9	
	[2349]Sagittarii	6m	Oct. 25.	21 49	19	52	4,31	−23	9	31,79	− 43,7	+ 7,37	+ 23,2	
	[2356]Sagittarii	6m	26.	18 12	19	54	29,61	−23	1	41,31	− 63,4	+ 7,37	+ 23,4	
Jupiter	d² Capricorni	6m	April 9.	19 54	21	34	31,13	−15	6	19,79	− 36,1	+ 1,71	+ 7,9	

Die Bedeckung von k Tauri durch Merkur erfolgt für Europa am Tage, indefs möchte eine Beobachtung mit sehr lichtstarken Instrumenten möglich sein. Die nördlichsten wie die südlichsten Gegenden der Erde sehen nur einen nahen Vorübergang.

Auch die Bedeckung von [2128] Sagittarii durch Venus tritt am Tage ein, da sie indefs ihrer gröfsten Elongation nahe steht, so dürfte die Beobachtung gelingen. Im nördlichen Europa ist es nur ein Vorübergang.

Die Bedeckung von e² Ophiuchi wird des tiefen Standes wegen im nördlichen Europa nur schwer beobachtet werden können. In den östlichsten Gegenden Europa's erfolgt sie Abends, westlicher am Tage. In den südlichen Gegenden der Erde wird nur ein naher Vorübergang statt finden.

Die neuern Planeten habe ich nicht untersucht, und auch für die ältern alle der Conjunction mit der Sonne zu nahe fallende Bedeckungen und Zusammenkünfte ausgeschlossen.

Dorpat im October 1841. *Mädler.*

Astronomische Untersuchungen von *F. W. Bessel.* Erster Band. Königsberg 1841 im Verlage der Gebrüder Bornträger. 4°. p. 17. — Physische Beobachtungen des Mars bei seiner Wiederkehr im Jahre 1841. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat. p. 19. — Ueber die Bahnen mehrerer Sternschnuppen am 10ten August 1839. Von den Herren *A. Erman* und *H. Petersen.* p. 23. — Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen, u Bedeckungen der letzteren, für 1843. Von Hrn. Hofrath *Mädler* in Dorpat. p. 31.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Nº. 435—437.

Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Sternwarte Seeberg.

Herr *Lubbock* hat in dem 4ten Theile seiner Theory of the Moon ein Urtheil über meine Arbeiten in der Störungstheorie im Allgemeinen ausgesprochen, das deshalb gänzlich verfehlt ist, weil er den Hauptzweck derselben übersieht, ja diesen, wie es scheint, gar nicht ahnet. Seine Absicht bei seinen Arbeiten in dieser Theorie ist, vorhandene Rechnungen, namentlich *Plana's* analytische Ausdrücke für die Coefficienten der Mondstörungen, hinsichtlich ihrer Richtigkeit zu untersuchen, und diese Idee scheint ihn so zu erfüllen, dafs er keinen Raum für andere gewinnen kann. Denn nachdem er in der Vorrede ziemlich deutlich zu erkennen gegeben hat, dafs er eigentlich gar nicht wisse, was ich mit meinen Arbeiten in der Mondtheorie wolle, räth er mir ähnliche Arbeiten wie die seinigen vorzunehmen; er wünscht namentlich, dafs ich unternehmen möchte die Gröfsen *b* der Méc. cél. zu verificiren, und drückt in etwas starken Worten seine Ueberzeugung aus, dafs ich mich durch Theilnahme an diesen Arbeiten sehr um die Wissenschaft verdient machen könne. Für diesen gewifs wohlgemeinten Rath bin ich Hrn. *Lubbock* sehr dankbar, bedaure aber, dafs ich davon keinen Gebrauch machen kann, da wenigstens vom astronomischen Standpunkt aus betrachtet andere wesentliche Umstände zu erörtern übrig sind.

Seit des unsterblichen *Newtons* Zeiten sagen wir Astronomen, dafs die von ihm entdeckte allgemeine Gravitation die einzige auf die Körper unsers Sonnensystems stets fortwirkende accelerirende Kraft sey, haben aber bis jetzt keinen vollgültigen Beweis dafür. Denn wenn diese Behauptung richtig ist, so müssen die Oerter des Mondes und der Planeten, die wir durch die allgemeine Gravitation berechnen, mit den durch die astronomischen Beobachtungen erlangten, bis auf Unterschiede übereinstimmen, die wenigstens nicht gröfser sind, wie die wahrscheinlichen Fehler dieser Beobachtungen, und das ist gegenwärtig nicht der Fall. Die durch Anwendung der allgemeinen Gravitation (aus den jetzigen Mond- und Planetentafeln) berechneten Oerter weichen oftmals von den beobachteten Oertern um Gröfsen ab, die weit gröfser sind, wie die wahrscheinlichen Fehler dieser. Unter den so bewandten Umständen sind zwei Annahmen möglich. Entweder wirken auf die Himmelskörper aufser der allgemeinen *Newtons*chen Gravitation noch andere accelerirende Kräfte fortwährend ein, oder unsere Tafeln geben die aus jenem Prinzip folgenden Oerter mit weniger Genauigkeit, wie die verfeinerte Beobachtungskunst der gegenwärtigen Zeit die beobachteten. Hierüber ins Reine zu kommen ist die Aufgabe, die ich mir gestellt habe, und ich mufs, um sie lösen zu können, vor allen Dingen alle Störungscoefficienten, die aus der allgemeinen *Newton*schen Gravitation folgen, so genau berechnen, dafs der Fehler eines jeden derselben nur einen kleinen Theil Einer Secunde beträgt. Meine erste Arbeit dieser Art bezog sich auf den Jupiter und Saturn, darauf habe ich, durch andere Umstände mit veranlafst, die Erde vorgenommen, (eine Arbeit, die noch nicht erschienen ist) gegenwärtig beschäftigt mich der Mond. Herr *Lubbock* wird hieraus erkennen können, dafs die Aufgabe die ich mir gestellt habe eine astronomische ist, und die Mathematik hiebei nur deshalb in Betracht kommt, weil sie ein unumgänglich nothwendiges Hülfsmittel zur Lösung derselben ist. Die Entwickelung und Berechnung analytischer Ausdrücke der Störungscoefficienten könnte somit nur in dem Falle für meinen Zweck eine wesentliche Vorarbeit seyn, wenn dadurch die numerischen Werthe derselben bis zum oben angeführten Grade der Genauigkeit einfacher und sicherer berechnet werden könnten, wie ohne diese Entwickelung. Wenn nun diese Entwickelung ein sicheres Mittel zur Berechnung der genauen numerischen Werthe der Störungscoefficienten seyn soll, so müssen die unendlichen Reihen, die sie für jeden Coefficienten giebt, convergiren, und man mufs von jeder derselben wenigstens eine hinreichende Anzahl von Gliedern berechnet haben. Nun ist aber keinesweges a priori bewiesen, ja es ist nicht einmal ein Versuch zu solchem Beweise vorhanden, dafs diese unendlichen Reihen convergiren müssen, und *Plana's* Resultate für den Mond zeigen eben so wenig a posteriori, dafs sie in allen Fällen für den in der Natur stattfindenden numerischen Werth des Verhältnisses der mittleren Bewegungen des Mondes und der Erde convergiren. Denn es kommt darin häufig vor, dafs Glieder einer gewissen Ordnung gröfser sind, wie die Glieder niedriger Ordnung in demselben Coefficienten. Für

Digitized by Google

die von *Plana* nicht berechneten Glieder liegt dieser Umstand ganz im Dunkeln, denn die allgemeinen Glieder dieser unendlichen Reihen sind nicht gegeben worden, und werden schwerlich je gegeben werden. Ferner zeigen die von *Plana* aus seinen analytischen Ausdrücken berechneten numerischen Werthe, dafs man, um den oben ausgesprochenen Grad der Genauigkeit in den Störungscoefficienten zu erhalten, die analytischen Ausdrücke für fast alle Coefficienten viel weiter fortsetzen müfste, wie er gethan hat, wodurch aber die Arbeit in einem sehr grofsen Verhältnisse sich steigern würde. *Plana* selbst giebt zu erkennen, dafs die aus seinen analytischen Ausdrücken gefolgerten numerischen Werthe der Störungscoefficienten des Mondes für die Anwendung nicht hinreichend genau seyen, denn er fügt vielen derselben ein durch nichts weniger wie analytische Entwickelung erlangtes numerisches Glied, welches er mit „Induction" bezeichnet, hinzu..

Da es sich mit der analytischen Entwickelung der Störungscoefficienten des Mondes so verhält, so kann sie mir zur Erreichung meines oben ausgesprochenen Zweckes nicht dienen, und ich habe sie daher vermieden. Ich habe ein anderes Verfahren an die Stelle gesetzt, durch welches ich sogleich die numerischen Werthe der Störungscoefficienten, und zwar von Annäherung zu Annäherung immer genauer erhalte. Davon abzugehen habe ich um so weniger Grund, da sich bei demselben die geringe oder am Ende gar keine Convergenz der analytischen Ausdrücke in schnelle Abnahme der successive zu berechnenden numerischen Theile der Störungscoefficienten verwandelt.

Ich schliefse, um jeder Misdeutung vorzubeugen, das was ich hier im Allgemeinen über den *Lubbock*schen Angriff auf meine Arbeiten in der Mondstheorie gesagt habe, mit der Bemerkung, dafs ich *Plana's* Resultat in mathematischer Beziehung als schätzbar betrachte und die Ausdauer bewundere, die er, um es zu erhalten, hat anwenden müssen. Wenden wir uns nun speciell zum Inhalte des *Lubbock*schen Buches.

Herr *Lubbock* fängt den 4ten Theil seines Buchs (p. 355), in dem er sich besonders mit meinen Methoden beschäftigt, mit der folgenden Ueberschrift an: „Calculation of the first term in the longitude, appertaining to the arguments 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 and 7, in illustration of M. *Hansen's* equation." Nach diesem sollte man vor allen Dingen erwarten, dafs er nun die von mir gegebenen Gleichungen vornähme, und sie auch aus meinen Abhandlungen entlehnte. Aber dem ist nicht so. Der Text lautet anfänglich wie folgt: „M. *Encke*, in his paper entitled: Ueber die vom Director *Hansen* eingeführte Form die Störungen in unserm Sonnensystem vollständig zu entwickeln," has given an equation, which may be written as follows:

$$\frac{d.\delta\lambda}{dt} = -3(t-\bar{t})\frac{a.d\lambda}{d\bar{t}}\frac{dR}{\mu} - \frac{a}{(1-e^2)}F(\xi,\bar{\xi})\frac{d\lambda}{d\bar{t}}\frac{dK}{\mu}$$
$$+\frac{a}{2(1-e^2)}\left\{\frac{d.F(\xi,\bar{\xi})}{d\xi}+\frac{\bar{r}^2}{a^2}+3(1-e^2)\right\}\frac{d\lambda}{d\bar{t}}\frac{rdR}{\mu dr}$$

und aus dieser Gleichung entwickelt er zuerst die in der Ueberschrift genannten Glieder. Da diese Gleichung in keiner meiner Abhandlungen, sondern nur im Laufe der *Encke*schen Ableitungen meiner Gleichungen vorkommt, so halte ich mich nicht mit der Beleuchtung der Anwendung auf, die Herr *Lubbock* von derselben macht, obgleich sie zu wesentlichen Erörterungen Anlafs geben würde. Er giebt auch zu erkennen, dafs ich anders verfahre, denn nach seiner Entwickelung fährt er (p. 361) folgender Maafsen fort: „Instead of proceeding in this manner, M. *Hansen* proposes *) to introduce auxiliary variables ζ and s, such that

$$\frac{d\zeta}{dt} = \left\{1+\frac{d\zeta}{d\bar{t}}\right\}\frac{\frac{d.\delta\lambda}{dt}}{\frac{d\lambda}{d\bar{t}}}$$

and s being the value of ζ, which arises when $\bar{t}$ is made equal to t in the expression for ζ, λ is the same function of $t+s$ in the disturbed which it is of t in the undisturbed motion.

Moreover M. *Hansen* assumes

$$T = \frac{d.\frac{d.\delta\lambda}{dt}}{\frac{d\lambda}{d\bar{t}}}$$
$$\frac{d\zeta}{dt} = \left\{1+\frac{d\zeta}{d\bar{t}}\right\}\left\{\int T d\bar{t} + Ft\right\}$$
$$\zeta = \int\left\{\left\{1+\frac{d\zeta}{d\bar{t}}\right\}\left\{\int T d\bar{t}+Ft\right\}\right\}dt$$

As $\frac{\frac{d\zeta}{dt}}{\left\{1+\frac{d\zeta}{d\bar{t}}\right\}} = 0$, when $\bar{t}$ is made equal to t, Ft may be found by making $\bar{t}=t$ in $\int T d\bar{t}$, Ft is equal to the quantity so obtained taken with a contrary sign."

Mit Ausnahme der Veränderungen, die Herr *Lubbock* damit vornimmt, sind dies allerdings Gleichungen, die in meiner Planetentheorie, so wie ich sie zuerst publicirt habe, vorkommen; allein es ist mir nie in den Sinn gekommen, diese Gleichungen auf den Mond anzuwenden, und zwar aus dem

*) Ich habe es nicht blofs vorgeschlagen, sondern auch ausgeführt

Digitized by Google

einfachen Grunde, weil sie in der Mondtheorie, in welcher die mit der Zeit aufserhalb der Sinusse und Cosinusse multiplicirten Glieder fortgeschafft werden müssen, gar nicht gelten. Belege dafür sind unter andern Stellen die ersten 11 Artikel des zweiten Abschnittes der Fundamenta. Die in diesem Werke, dem einzigen, in welchem meine Mondtheorie dargelegt ist, vorkommenden Gleichungen sind alle anders, aber Herr *Lubbock* hat sich dadurch nicht abhalten lassen die obigen Gleichungen zur Berechnung der in der Ueberschrift angeführten Störungscoefficienten anzuwenden. Die Folge davon ist, dafs er zu ganz eigenen Mitteln seine Zuflucht hat nehmen müssen, um ein Resultat zu erhalten, welches mit dem früher von ihm auf anderem Wege erlangten, übereinstimmt, und nicht richtiger ist, wie dieses. Ich werde weiter unten hierauf zurückkommen, jetzt aber den Gang, welchen Herr *Lubbock* bei seiner sogenannten Erläuterung meiner Gleichungen einschlägt, weiter verfolgen. Er fährt an der oben abgebrochenen Stelle also fort:

„M. *Encke*, p. 39 of the paper before referred to, gives an expression for T which may be written thus: (See also *Hansen's* Fundamenta, p. 130)

$$T = \frac{an}{\mu\sqrt{(1-e^2)}}\frac{dR}{d\lambda} - \frac{2an\bar{r}}{r\sqrt{(1-e^2)}}\cos(\bar{v}-v)\frac{dR}{\mu d\lambda}$$
$$-\frac{2r\bar{r}}{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}\left\{\cos(\bar{v}-v)-1\right\}\frac{dR}{d\lambda}+\frac{2an\bar{r}}{r\sqrt{(1-e^2)}}\sin(\bar{v}-v)\frac{r\,dR}{\mu\,dr}.$$

Die angeführte Einleitung, welche Herr *Lubbock* dieser Gleichung voransendet, mufs jeden Leser, der die Sache nicht bis in alle Einzelnheiten kennt, veranlassen zu glauben, dafs mein hochgeschätzter Freund *Encke* diese Gleichung ursprünglich gegeben, und ich sie nach ihm in meinen Fundamentis aufgenommen habe. Sie ist aber, abgesehen von den Veränderungen, die sie erlitten hat, die Gleichung, welche ich unter andern in meiner ersten Abhandlung über die Störungstheorie (Astr. Nachr. Bd. 7. p. 437) gegeben habe. Schlagen wir die Fundamenta p. 130 nach, so finden wir einen Ausdruck für T, der von dem obigen wesentlich verschieden ist, indem er aufser den obigen Gliedern noch das Glied $-\frac{(n)\gamma h}{k(M+m)}\cdot\frac{d\rho^2}{d\tau}$ enthält, durch welches die mit der Zeit selbst multiplicirten Glieder fortgeschafft werden, und welches in der zweiten und den folgenden Approximationen den Störungscoefficienten bedeutende Glieder hinzufügt. Ohne darauf im geringsten Rücksicht zu nehmen, entwickelte Herr *Lubbock* nun den oben angeführten Ausdruck für T, nach den Potenzen der Excentricitäten der Mond- und Erdbahn. Hiebei habe ich erstens zu bemerken, dafs ich bei der Ableitung meiner Gleichungen eine Entwickelung nach den Potenzen der Excentricitäten u. s. w. nie beabsichtigt habe, wie meine Abhandlungen über die Störungstheorie zur Genüge beurkunden, zweitens dafs Herr *Lubbock* bei seiner Entwickelung dieses Ausdruckes von andern Grundzügen und andern Hülfsgröfsen ausgegangen ist, wie ich. Es kann deshalb mir nicht zur Last fallen, dafs diese *Lubbock*sche Entwickelung von einigen wenigen Gliedern von T, 4½ zum Theil mit kleiner Schrift und kleinen Zahlen gedruckte Seiten seines Buches füllt. Nach so langer Rechnung kommt er endlich dahin, $Td\bar{t}$ integriren zu können. Seinen Ausdruck für dieses Integral so wie die Fortsetzung des Textes seines Buches führe ich hier an, weil ich einige Bemerkungen daran zu knüpfen habe. Um die Uebersicht seines Resultats zu erleichtern, werde ich mir erlauben, die Glieder und Argumente seiner Ausdrücke, die in seinem Buche ohne Ordnung durch einander dastehen, zu ordnen, sonst aber mich jeder Abänderung enthalten. Herr *Lubbock* hat p. 366 u. f. gefunden:

$$\begin{aligned}
\int Td\bar{t} = {} & m^2\cos(\bar{\xi}-\xi)\\
& -\bar{t}\,\tfrac{1}{2}m^2e\sin\xi+\frac{m^2}{2}e\cos(-\bar{\xi}+2\xi)-\tfrac{1}{2}m^2e\cos\bar{\xi}+\frac{m}{4}e\cos(2\bar{\xi}-\xi)\\
& +\tfrac{1}{2}m^2e_1\cos(-\bar{\xi}+\xi-\xi_1)+\tfrac{1}{2}m^2e_1\cos(\bar{\xi}-\xi-\xi_1)\\
& -\bar{t}\,\tfrac{1}{2}m^2e_1\sin(2\tau+\xi_1)+\tfrac{1}{2}m^2e_1\cos(-\bar{\xi}+\xi+2\tau+\xi_1)-\tfrac{1}{2}m^2e_1\cos(\bar{\xi}-\xi+2\tau+\xi_1)\\
& -\bar{t}\,\tfrac{3}{4}m^2e\sin(2\tau-\xi)+\tfrac{3}{2}m^2e\cos(-\bar{\xi}+2\tau)-\tfrac{1}{2}m^2e\cos(-2\bar{\xi}+2\tau+\xi)\\
& \qquad -\tfrac{1}{4}m^2e\cos(\bar{\xi}+2\tau-2\xi)\\
& +\bar{t}\,\tfrac{1}{2}m^2\sin2\tau-\tfrac{1}{2}m^2\cos(-\bar{\xi}+2\tau+\xi)+\tfrac{1}{2}m^2\cos(\bar{\xi}+2\tau-\xi)\\
& +\bar{t}\,\tfrac{3}{4}m^2e\sin(2\tau+\xi)-3m^2e\cos(-\bar{\xi}+2\tau+2\xi)\\
& \qquad +3m^2e\cos(\bar{\xi}+2\tau)+\tfrac{3}{8}m^2e\cos(2\bar{\xi}+2\tau-\xi)\\
& +\bar{t}\,\tfrac{9}{4}m^2e_1\sin(2\tau-\xi_1)-\tfrac{3}{4}m^2e_1\cos(-\bar{\xi}+2\tau+\xi-\xi_1)+\tfrac{9}{4}m^2e_1\cos(\bar{\xi}+2\tau-\xi-\xi_1)
\end{aligned}$$

When $\bar{t}$ is made equal to t, the preceding expression for $\int Td\bar{t}$ becomes:

$$\begin{aligned}
& m^2\\
& -t\,\tfrac{1}{2}m^2e\sin\xi-\tfrac{1}{4}m^2\cos\xi\ldots\ldots\ldots\ldots{}^{1})\\
& \qquad +3m^2e_1\cos(-\xi_1)
\end{aligned}$$

[1]) Dieses Glied müfste dem vorhergehenden zufolge heifsen $-\frac{1}{4}m^2e\cos\xi$. Die Weglassung von e scheint ein blofser Druckfehler zu seyn aber der Coefficient ist jedenfalls unrichtig berechnet, denn der Fehler pflanzt sich in den folgenden Rechnungen fort.

Digitized by Google

$$
\begin{aligned}
&- t\,\tfrac{9}{2}\,m^2 e,\sin(2\tau+\xi,) + \tfrac{3}{2}\,m^2 e,\cos(2\tau+\xi,) \ldots\ldots\ldots\

Verfahren, welches er auf diese anwendet, nicht den geringsten Grund darbieten weshalb man dieses Glied weglassen könnte oder müfste. Verfolgen wir von dem angeführten Ausdrucke von $\int T d\bar{t}$ an die Rechnung strenge, so finden wir

$$\text{in } \zeta \text{ das Glied } -\tfrac{3}{4}\, t m^2 e \cos \bar{\xi}$$
$$\text{und in } nz \text{ das Glied } -\tfrac{3}{4}\, nt\, m^2 e \cos \xi,$$

denn $\bar{\xi}$, in meiner Bezeichnung γ, ist blofse Function von $\bar{t}$, in meiner Bezeichnung τ, also in dieser Integration constant. Der so entstehende Ausdruck für nz oder die Störungen der mittleren Länge des Mondes ist freilich grundfalsch, da die astronomischen Beobachtungen von diesem, wegen des Factors t bedeutenden Gliede keine Spur zeigen, aber eben so unrichtig ist es, aus einem analytischen Ausdrucke ein Glied, welches nicht ins Resultat pafst, ohne Weiteres wegzulassen. Herrn *Lubbocks* Resultat ist also schon um dieser Ursache willen falsch, denn einestheils stimmt wegen der unbegründeten Weglassung dieses Gliedes das Ende seiner Rechnung nicht mit dem Anfange zusammen, und anderntheils erhält man, wenn man diese Zusammenstimmung bewirkt, einen unzulässigen Ausdruck für die Mondstörungen. Es sind noch mehr Fehler darin. Durch Verwandlung von τ ($\bar{t}$ in den vorstehenden Ausdrücken des Herrn *Lubbock*) in t, wodurch $\bar{\xi}$ in ξ übergeht, mufs ζ in z übergehen, betrachten wir aber in dieser Beziehung die vorstehenden Ausdrücke von ζ und nz, so ergiebt sich, dafs Herr *Lubbock* bei dieser Verwandlung dem Ausdrucke für nz das Glied $2e \sin \xi$ hinzugefügt hat. Der Grund hievon ist gar nicht einzusehen, auch macht dieses Glied den Ausdruck für nz bedeutend falsch, denn es theilt ihm ein der Mittelpunktsgleichung des Mondes fast gleichkommendes Glied zu, welches gar nicht in den Störungen der mittleren Länge vorhanden ist, und bei richtiger Behandlung richtiger Formeln sich auch gar nicht zeigt. Ferner ist das Glied $\frac{1}{4} m^2 e \sin \xi$ falsch, es ergiebt sich statt dessen, wenn man Herrn *Lubbocks* Entwickelung ohne Fehler zu machen verfolgt $\frac{3}{4} m^2 e \sin \xi$, aber demungeachtet stimmt weder dieses noch das Glied $-m^2 nt$ mit meiner Mondtheorie überein, denn in dieser ist der Coefficient von nt in nz gleich Eins, und der vom Sinus der mittleren Anomalie des Mondes, das ist von $\sin \xi$, gleich Null. Ferner ist das Glied $\frac{9}{4} m^2 e \sin(2\tau - \xi)$ in nz unrichtig. Herr *Lubbock* meint, man könne dieses Glied erst in der zweiten Approximation richtig bekommen, und berechnet es weiter unten so, aber diese Behauptung ist in Bezug auf meine Methode unrichtig; sie giebt, wie ich weiter unten zeigen werde, nicht nur dieses Glied, sondern alle Glieder dritter Ordnung der in nz vorkommenden Coefficienten in der ersten Approximation richtig. Der Uebergang von nz zu λ durch die obigen Ausdrücke des Herrn *Lubbock* ist wenigstens unregelmäfsig, denn es ist gar kein Grund vorhanden λ zur Function von $t+2$ zu machen, und anfserdem kommen in den obigen Ausdrücken mehrere Unregelmäfsigkeiten und kleine Unrichtigkeiten vor, bei deren Anfzählung ich mich aber nicht aufhalten will.

Herr *Lubbock* wendet sich nun zur Berechnung derselben Glieder des Logarithmus des Radius Vectors und wendet dazu die folgende Formel an:

$$\frac{d.\log(\bar{r})}{dt} = -\tfrac{1}{2} T - \frac{an}{2\mu} \frac{dR}{d\lambda}$$

Einen mit diesem Identischen Ausdruck habe ich im Laufe meiner Entwickelungen gegeben, ihn aber nie als Endresultat angeführt, noch zu würklichen Berechnungen dieser Störungen weder bei Planeten noch beim Monde angewandt. Aus diesem Grunde und weil die obige Darlegung der Berechnung der Störungen der mittleren Länge schon ein Bild von der Beschaffenheit der *Lubbock*'schen Entwickelungen meiner Gleichungen giebt, enthalte ich mich der weiteren Erörterungen dieser Rechnungen, und führe blofs an, dafs sie zwei Seiten in Herrn *Lubbock's* Buche einnehmen.

Diesen Rechnungen, die als Erläuterungen meiner Gleichungen dienen sollen, und die im Ganzen 16½ Seiten einnehmen, stellt Herr *Lubbock* eine Berechnung angeblich derselben Glieder nach seiner Methode gegenüber, und verwendet dazu nur 1½ Seiten. Da auch diese Berechnung zu Erörterungen Anlafs giebt, so werde ich sie hier vollständig anführen. P. 371 u. 372 liest man:

„I will now show how the same terms may be calculated by my methods founded upon the equations

$$\frac{d^2 r^2}{2dt^2} - \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{a} + 2\int dR + r\frac{dR}{dr} = 0$$
$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{h}{r^2} - \frac{1}{r^2}\int \frac{dR}{d\lambda}\, dt.$$

When e^2 is neglected $\frac{h}{a^2} = n$.

If $\mathfrak{r}$ be the value of r which includes the arguments which occur in the elliptic theory, so that

$$\frac{a}{r} = a\left\{\frac{1}{\mathfrak{r}} + \delta\frac{1}{r}\right\}$$
$$r^2 = \mathfrak{r}^2 - 2\mathfrak{r}^3\delta\frac{1}{r} + 3\mathfrak{r}^4\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 - \text{etc.}$$

and if

$$-\mathfrak{r}^3\delta\frac{1}{r} + \tfrac{3}{2}\mathfrak{r}^4\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 - \text{etc.} = -a\delta\frac{1}{r} + \mathfrak{r}$$

$$a\delta\frac{1}{r} = r_0 + r_1\cos 2\tau + r_2 e\cos(2\tau - \xi) + r_4 e\cos(2\tau + \xi)$$
$$r_3 e_1 \cos\xi_1 + r_6 e_1 \cos(2\tau - \xi_1) + r_7 e_1 \cos(2\tau + \xi_1)$$

Digitized by Google

$$2\int dR + \frac{r\,dR}{dr} = \frac{\mu}{a}\Big\{-\frac{m^2}{2} - 3m^2\cos 2\tau + 2m^2 e\cos\xi + 9m^2 e\cos(2\tau-\xi)$$
$$- 6m^2 e\cos(2\tau+\xi) - \tfrac{3}{2}m^2 e_1\cos\xi_1 - \tfrac{21}{8}m^2 e_1\cos(2\tau-\xi_1)$$
$$+ \tfrac{3}{2}m^2 e_1\cos(2\tau+\xi_1)\Big\}$$

$$r_3 = 3r_0,\quad r_3 = \tfrac{3}{2}m^2,\quad r_4 = \tfrac{3}{2}m^2,\quad r_5 = 0,\quad r_6 = 0,\quad r_7 = 0$$
$$r_0 = -\frac{m^2}{2} \qquad 3r_1 = 3m^2, \qquad r_1 = m^2$$
$$\{[1-2m]^{-2}-1\}r_2 = \tfrac{3}{2}m^2 - 9m^2, \qquad r_2 = \tfrac{15}{8}m$$
$$8r_4 = 9\times\tfrac{3}{2}m^2 + 6m^2,\quad r_4 = \tfrac{21}{16}m^2,\quad r_5 = -\tfrac{3}{2}m^2,\quad 3r_6 = \tfrac{21}{8}m^2$$
$$r_6 = \tfrac{7}{8}m^2,\quad 3r_7 = -\tfrac{3}{2}m^2,\quad r_7 = -\tfrac{1}{2}m^2$$

$$\frac{a^2}{r^2} = 1 - \frac{m^2}{3} + 2e\cos\xi + 2m^2\cos 2\tau + \tfrac{15}{8}me\cos(2\tau-\xi)$$
$$+\{\tfrac{15}{8}+1\}m^2\cos(2\tau+\xi) - 3m^2 e_1\cos\xi_1 + 7m^2 e_1\cos(2\tau-\xi_1) - m^2 e_1\cos(2\tau+\xi_1)$$
$$-\frac{na}{\mu}\int\frac{dR}{d\lambda}dt = \tfrac{3}{4}m^2\cos 2\tau - \tfrac{3}{8}m^2 e\cos(2\tau-\xi) + \frac{m^2}{2}e\cos(2\tau+\xi)$$
$$+ \tfrac{21}{8}m^2 e_1\cos(2\tau-\xi_1) - \tfrac{3}{8}m^2 e_1\cos(2\tau+\xi_1)$$
$$\lambda = n(1-m^2)t + \{1+\tfrac{3}{8}\}m^2\sin 2\tau + \tfrac{15}{4}me\sin(2\tau-\xi)$$
$$+\{\tfrac{15}{8}+\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{8}+\tfrac{1}{4}\}m^2 e\sin(2\tau+\xi) - 3me_1\sin\xi_1$$
$$+\{\tfrac{7}{2}+\tfrac{21}{16}\}m^2 e_1\sin(2\tau-\xi) + \{-\tfrac{1}{2}-\tfrac{3}{16}\}m^2 e_1\sin(2\tau+\xi_1).$$

Beim ersten Anblick dieser Rechnung ist ein auffallender Unterschied mit der vorhergehenden in Bezug auf die Darlegung bemerkbar. Während Herr *Lubbock* bei den vorhergehenden Rechnungen, die die Erläuterung meiner Gleichungen vorstellen sollen, alle Entwickelungen, welche er um sein Ziel zu erreichen für nöthig gefunden hat zu machen, mit grofser Umständlichkeit auseinander gesetzt hat, hält er hier, wo er nach seiner Methode rechnet, die Darlegung so kurz, dafs kein Zusammenhang darin ist. Niemand lernt durch dieselbe kennen, wie eigentlich die angeführten Coefficienten berechnet worden sind, da die Bildung der Bedingungsgleichungen die Zwischenrechnungen, so wie alle Erläuterungen weggelassen sind. Auch läfst er die Berechnung der beiden resp. mit $m^2\sin\xi$ und $m^2\sin(2\tau-\xi)$ multiplicirten Glieder ganz weg, während er im Eingange verspricht, dieselben Glieder zu berechnen, die er vorher berechnet hat. Da unter diesen Umständen eine unpartheiische Vergleichung unserer Methoden unmöglich ist, so wird Herr *Lubbock* es billig finden, dafs ich die vollständige Berechnung der obigen Glieder nach seiner Methode, insoweit ich von ihr aus seinem Werke eine klare Vorstellung habe, hier gebe. In der Vorrede zum zweiten Theile seines Buches steht:

„I employ throughout the well-known equation

$$\frac{d^2r^2}{2dt^2} - \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{a} + 2\int dR + r\frac{dR}{dr} = 0$$

to determine the inequalities of the reciprocal of the radius vector in the following manner:

Making $\frac{a}{r} = a\left\{\frac{1}{\mathfrak{r}} + \delta\frac{1}{r}\right\}$

where $\mathfrak{r}$ is the ecliptic value of r or the same fonction of a and e as in the elliptic theorie, when the perturbations are neglected, and a is connected with n the observed mean motion, by the equation $\mu = n^2a^3$

$$\frac{r^2}{2} = \frac{\mathfrak{r}^2}{2} - \mathfrak{r}^3\left(\delta\frac{1}{r}\right) + \tfrac{3}{2}\mathfrak{r}^4\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 - 2\mathfrak{r}^5\left(\delta\frac{1}{r}\right)^3 + \text{etc.}$$

Since

$$\frac{\mathfrak{r}^3}{a^3} = 1 + 3e^2 + \tfrac{3}{8}e^4 - 3e(1+\tfrac{3}{8}e^2)\cos\xi + \tfrac{3}{4}e^4\cos 2\xi$$
$$+ e^3\cos 3\xi + \frac{e^4}{8}\cos 4\xi + \text{etc.}$$

ξ being the mean anomaly,

$$\text{if } \frac{r^2}{2a^2} = -a(1+3e^2+\tfrac{3}{8}e^4)\delta\frac{1}{r} + \mathfrak{r}$$
$$\frac{a}{\mu}\left\{2\int dR + r\frac{dR}{dr}\right\} = P$$

and if $a\delta\frac{1}{r}$, $\mathfrak{r}$ and P are expressed in a series of cosines of angles of the form $int + q$, so that Σ being the sign of summation,

$$a\delta\frac{1}{r} = \Sigma E r_n\cos(int+q)$$
$$\mathfrak{r} = \Sigma E\mathfrak{r}_n\cos(int+q)$$
$$P = \Sigma E P_n\cos(int+q)$$

E being the product of certain powers of the eccentricities

Digitized by Google

and inclinations and n the index of the argument, (see p. 23) then generally *)

$$(A)\ldots\ldots r_n\left\{i^2\left(1+3e^2+\frac{3}{8}e^4\right)-1\right\}=i^2\,\mathfrak{r}_n-P_n$$

which equation by continual approximation or methods of false position serves to determine all the inequalities of the parallax. etc. etc.

Die obigen Gleichungen sind die einzigen allgemeinen, die ich bei Herrn *Lubbock* habe finden können, alle seine übrigen Gleichungen sind speciel, und haben für jeden andern Störungscoefficienten, oder jeden andern Index eine andere Form. Man mufs daher, um die Berechnung irgend eines Coefficienten vollständig darzulegen, alles anführen, was aufser der Ableitung der obigen Gleichungen zu entwickeln und zu berechnen nöthig ist. Vor allen Dingen ist nun nöthig die Coefficienten $\mathfrak{r}_n$ zu berechnen. Zu dem Ende geben die obigen *Lubbock*schen Gleichungen mit Weglassung der Quadrate der Störungen und der Excentricitäten einestheils

$$\frac{r^2}{2a^2}=\tfrac{1}{2}-e\cos\xi-a\delta\frac{1}{r}+3a\delta\frac{1}{r}e\cos\xi$$

und anderntheils

$$\frac{r^2}{2a^2}=-a\delta\frac{1}{r}+\mathfrak{r}$$

also

$$\mathfrak{r}=\tfrac{1}{2}-e\cos\xi+3ea\delta\frac{1}{r}\cos\xi$$

Ich setze nun mit Herrn *Lubbock*

$$a\delta\frac{1}{r}=r_0+r_1\cos 2\tau+r_2e\cos\xi+r_3e\cos(2\tau-\xi)+r_4e\cos(2\tau+\xi)+r_5e_,\cos\xi_,+r_6e_,\cos(2\tau-\xi_,)+r_7e_,\cos(2\tau+\xi_,)$$

und somit giebt die vorhergehende Gleichung mit alleiniger Rücksicht auf die hier zu berechnenden Glieder

$\mathfrak{r}=\frac{1}{2}-e\cos\xi+3r_0e\cos\xi+\frac{3}{2}r_,e\cos(2\tau-\xi)+\frac{3}{2}r_,e\cos(2\tau+\xi)$.

Setzen wir wieder mit Herrn *Lubbock*

$\mathfrak{r}=\mathfrak{r}_0+\mathfrak{r}_1\cos 2\tau+\mathfrak{r}_2e\cos\xi+\mathfrak{r}_3e\cos(2\tau-\xi)+\mathfrak{r}_4e\cos(2\tau+\xi)$ + etc.

so giebt die Vergleichung dieser beiden Gleichungen

$\mathfrak{r}_0=\frac{1}{2}$, $\mathfrak{r}_1=0$, $\mathfrak{r}_2=-1+3r_0$, $\mathfrak{r}_3=\frac{3}{2}r_,$, $\mathfrak{r}_4=\frac{3}{2}r_,$,
$\mathfrak{r}_5=0$, $\mathfrak{r}_6=0$, $\mathfrak{r}_7=0$.

Die Entwickelung der Störungsfunction R will ich als bekannt annehmen, und setze daher ohne Weiteres,

$$\frac{a}{\mu}R=-\tfrac{1}{4}m^2-\tfrac{3}{4}m^2\cos 2\tau+\tfrac{1}{2}m^2e\cos\xi+\tfrac{3}{2}m^2e\cos(2\tau-\xi)$$
$$-\tfrac{3}{2}m^2e\cos(2\tau+\xi)-\tfrac{3}{4}m^2e_,\cos\xi_,-\tfrac{21}{8}m^2e_,\cos(2\tau-\xi_,)+\tfrac{3}{8}m^2e_,\cos(2\tau+\xi_,)$$

Da dR das Differential dieser Gröfse ist, wenn während der Differentiation blofs die Coordinaten des Mondes als veränderlich angesehen werden, und im vorliegenden Falle bei der auf diese Differentiation folgenden Integration, mit Ausnahme der von 2τ und $2\tau-\xi$ abhängigen Glieder auch die Coordinaten der Sonne constant gesetzt werden können, so sind für die obigen Glieder bei dieser Differentiation die Factoren der Reihe nach:

0, -2, -1, -1, -3, 0, -2, -2,

und bei der darauf folgenden Integration die Divisoren der Reihe nach:

fehlt, $-(2-2m)$, -1, $-(1-2m)$, -3, fehlt, -2, -2,

hieraus folgt:

$$\frac{a}{\mu}\int dR=(-\tfrac{3}{4}m^2-\tfrac{3}{4}m^3)\cos 2\tau+\tfrac{1}{2}m^2e\cos\xi+(\tfrac{9}{4}m^2+\tfrac{9}{8}m^3)e\cos(2\tau-\xi)$$
$$-\tfrac{3}{4}m^2e\cos(2\tau+\xi)-\tfrac{21}{8}m^2e_,\cos(2\tau-\xi_,)+\tfrac{3}{8}m^2e_,\cos(2\tau+\xi_,).$$

Es ist ferner für die obigen Glieder $r\frac{dR}{dr}=2R$, also

$$\frac{a}{\mu}\left\{2\int dR+r\frac{dR}{dr}\right\}=-\tfrac{1}{2}m^2+(-3m^2-\tfrac{3}{4}m^3)\cos 2\tau+2m^2e\cos\xi$$
$$+(9m^2+9m^3)e\cos(2\tau-\xi)-3m^2e\cos(2\tau+\xi)$$
$$-\tfrac{3}{2}m^2e_,\cos\xi_,-\tfrac{21}{8}m^2e_,\cos(2\tau-\xi_,)+\tfrac{3}{8}m^2e_,\cos(2\tau+\xi_,)$$

Hiemit haben wir

$P_0=-\frac{1}{2}m^2$, $P_1=-3m^2-\frac{3}{4}m^3$, $P_2=2m^2$, $P_3=9m^2+9m^3$,
$P_4=-3m^2$, $P_5=-\frac{3}{2}m^2$, $P_6=-\frac{21}{8}m^2$, $P_7=\frac{3}{8}m^2$,

---

*) The exceptions are the Arguments 2. 8, 20, etc., which occur in the elliptic theory. See p. 136, p. 124, and p. 147. in which cases the equation is slightly modified by the terms which arise from the quantity

$$\frac{d^2r^2}{2dt^2}-\frac{\mu}{r}.$$

Ich füge dieser Anmerkung hinzu, dass auch das mit dem Index 0 bezeichnete constante Glied der Störungen des Radius Vectors eine Ausnahme von dieser Regel macht.

Digitized by Google

endlich ist, wenn wir die Factoren von nt in den Argumenten, welche Herr *Lubbock* ohne Unterscheidungszeichen i nennt, mit i_n bezeichnen,

$$i_0 = 0, \quad i_1 = 2-2m, \quad i_2 = c, \quad i_3 = 1-2m,$$
$$i_4 = 3, \quad i_5 = m, \quad i_6 = 2, \quad i_7 = 2,$$

wo c das Verhältnifs der Bewegung der mittleren Anomalie des Mondes zur Bewegung der mittleren Länge bedeutet. Nun können wir durch die obige Gleichung (A) die Bedingungsgleichungen für die Störungscoefficienten r_n aufstellen, wobei jedoch jetzt noch die Gleichungen für r_0 und r_2 weggelassen werden müssen, weil sie Ausnahmen sind. Also:

$$r_1\{(2-2m)^2-1\} = 0+3m^2+\tfrac{3}{2}m^3$$
$$r_3\{(1-2m)^2-1\} = \tfrac{1}{2}(1-2m)^2 r_1 - 9m^2 - 9m_3$$
$$r_4\{9-1\} = 9\times\tfrac{3}{2}r_1+3m^2$$
$$r_5\{m^2-1\} = 0+\tfrac{1}{2}m^2$$
$$r_6\{4-1\} = 0+\tfrac{21}{2}m^2$$
$$r_7\{4-1\} = 0-\tfrac{3}{2}m^2.$$

Die Glieder in r_1, welche von m^3 abhängen, habe ich hier aufnehmen müssen, um wo möglich in dieser ersten Approximation das in r_3 mit m^2 multiplicirte Glied richtig zu bekommen, welches Herr *Lubbock* dort, wo er von meinen Gleichungen handelt, berechnet, bei seiner Rechnung nach seinen Methoden aber übergeht.

Aus den vorstehenden Gleichungen ergiebt sich erstens

$$r_1 = \frac{3m^2+\frac{3}{2}m^3}{3-8m} = m^2+\tfrac{19}{8}m^3$$

Hiemit wird die Gleichung für r_3

$$r_3 = \frac{(\frac{3}{2}-9 = -\frac{15}{2})m^2+(\frac{19}{4}-6-9 = -\frac{41}{4})m^3}{-4m+4m^2} = \tfrac{19}{8}m+\tfrac{71}{16}m^2$$

ferner

$$r_4 = \tfrac{33}{16}m^2, \quad r_5 = -\tfrac{3}{2}m^2, \quad r_6 = \tfrac{7}{2}m^2, \quad r_7 = -\tfrac{1}{2}m^2.$$

Um die noch fehlenden Bedingungsgleichungen für die Indices 0 und 2 zu erhalten, substituire ich die obigen *Lubbock*schen Ausdrücke für $\frac{a}{r}$, r^2, etc. in die Differentialgleichung für r^2, somit erhalte ich mit Weglassung des Quadrats der Störungen und der Excentricität

$$-\frac{1}{n^2}\frac{d^2 a\delta\frac{1}{r}}{dt}+\frac{1}{n^2}\frac{d^2\mathfrak{r}}{dt^2}-\frac{a}{r}-a\delta\frac{1}{r}+\frac{a}{a}+P=0.$$

Wendet man diese Gleichung auf die Indices 0 und 2 an, so ergiebt sich

$$-1-r_0+\frac{a}{a}+P_0=0$$
$$c^2r_2-c^2\mathfrak{r}_2-1-r_2+P_2=0.$$

Die erstere dieser giebt nach der Substitution des Werthes $-\frac{1}{2}m^2$ von P_0

$$r_0 = -\tfrac{1}{2}m^2+\frac{a}{a}-1$$

und die zweite nach der Substitution der oben gegebenen Werthe von $\mathfrak{r}_2$ und P_2

$$c^2r_2+c^2-3c^2r_0-1-r_2+2m^2=0,$$

welche sich auf folgende Form bringen läfst,

$$(c^2-1)(r_2+1) = 3c^2r_0-2m^2$$

Da r_2 jedenfalls mit m^2 multiplicirt seyn mufs, so fällt diese Gröfse wenigstens in dieser ersten Approximation aus dieser Gleichung heraus, welche statt dessen c giebt. Da auch r_0 jedenfalls mit m^2 multiplicirt seyn mufs, so können wir bei dieser Bestimmung von c im Gliede $3c^2r_0$ gleich 1 machen, und bekommen somit nach der Substitution des vorstehenden Werthes von r_0

$$c^2 = 1-\tfrac{7}{2}m^2+3\left(\frac{a}{a}-1\right); \quad c = 1-\tfrac{7}{4}m^2+\tfrac{3}{2}\left(\frac{a}{a}-1\right).$$

Das Verhältnifs $a:a$ so wie r_2 können wir erst bestimmen, wenn die Störungen der Länge entwickelt sind.

Wir haben also jetzt erhalten

$$\frac{a}{r} = \frac{a}{\mathfrak{r}}+a\frac{M}{r} = 1-\tfrac{1}{2}m^2+\left(\frac{a}{a}-1\right)+(1+r_2)e\cos\xi+(m^2+\tfrac{19}{8}m^3)\cos 2\tau$$
$$+(\tfrac{15}{8}m+\tfrac{71}{16}m^2)e\cos(2\tau-\xi)+\tfrac{33}{16}m^2e\cos(2\tau+\xi)-\tfrac{3}{2}m^2e_1\cos\xi_1$$
$$+\tfrac{7}{2}m^2e_1\cos(2\tau-\xi_1)-\tfrac{1}{2}m^2e_1\cos(2\tau+\xi_1).$$

Für die Berechnung der den obigen correspondirenden Glieder der Länge nach Herrn *Lubbocks* Methoden müssen wir nun $\frac{dR}{d\lambda}$ berechnen. Wir finden diese Gröfse aus R, wenn wir darin die den Indices 0, 2 und 5 zugehörigen Glieder weglassen, die übrigen mit -2 multipliciren, und die Cosinusse in Sinusse verwandeln, oder mit andern Worten, wenn wir R nach τ differentiiren. Also

$$\frac{a}{\mu}\frac{dR}{d\lambda} = \tfrac{3}{2}m^2\sin 2\tau-\tfrac{5}{2}m^2e\sin(2\tau-\xi)+\tfrac{3}{2}m^2e\sin(2\tau+\xi)+\tfrac{21}{4}m^2e_1\sin(2\tau-\xi_1)-\tfrac{3}{4}m^2e_1\sin(2\tau+\xi_1).$$

Hiemit

$$-\frac{na}{\mu}\int\frac{dR}{d\lambda}dt = -\frac{1}{na^2}\int\frac{dR}{d\lambda}dt = (\tfrac{3}{4}m^2+\tfrac{3}{4}m^3)\cos 2\tau-\tfrac{5}{2}m^2e\cos(2\tau-\xi)$$
$$+\tfrac{1}{2}m^2e\cos(2\tau+\xi)+\tfrac{21}{8}m^2e_1\cos(2\tau-\xi_1)-\tfrac{3}{8}m^2e_1\cos(2\tau+\xi_1).$$

Digitized by Google

Ferner giebt der oben gefundene Werth von $\frac{a}{r}$, wenn man ihn ins Quadrat erhebt,

$$\frac{a^2}{r^2} = 1 - m^2 + 2\left(\frac{a}{a} - 1\right) + \left(2 + 2r_2 - m^2 + 2\left(\frac{a}{a} - 1\right)\right) e \cos\xi$$
$$+ (2m^2 + \tfrac{15}{8}m^2)\cos 2\tau + \left\{\tfrac{15}{4}m + (\tfrac{21}{8} + 1)m^2\right\} e \cos(2\tau - \xi)$$
$$+ (\tfrac{13}{8} + 1)\, e \cos(2\tau + \xi) - 3m^2 e_1 \cos\xi_1 + 7m^2 e_1 \cos(2\tau - \xi_1)$$
$$- m^2 e_1 \cos(2\tau + \xi_1).$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{h}{r^2} - \frac{1}{r^3}\int \frac{dR}{d\lambda}\, dt$$

und erlaubt sich in den von m abhängigen Gliedern der Kürze wegen sogleich n für $\frac{h}{a^2}$ zu substituiren, da sich nachher ergeben wird, dafs dieses erlaubt ist, so bekommt man

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{h}{a^2}\left\{1 - m^2 + 2\left(\frac{a}{a} - 1\right)\right\} + \frac{h}{a^2}\left\{2 + 2r_2 - m^2 + 2\left(\frac{a}{a} - 1\right)\right\} e \cos\xi$$
$$+ n\left\{(2 + \tfrac{3}{4})m^2 + (\tfrac{15}{8} + \tfrac{3}{4})m^2\right\}\cos 2\tau + n\left\{\tfrac{15}{4}m + (\tfrac{21}{8} + 1 - \tfrac{3}{2} + \tfrac{3}{4})m^2\right\} e \cos(2\tau - \xi)$$
$$+ n\left\{\tfrac{13}{8} + 1 + \tfrac{1}{4} + \tfrac{3}{4}\right\} m^2 e \cos(2\tau + \xi) - 3n\, m^2 e_1 \cos\xi_1$$
$$+ n(7 + \tfrac{21}{8})\, m^2 e_1 \cos(2\tau - \xi_1) + n(-1 - \tfrac{3}{8})\, m^2 e_1 \cos(2\tau + \xi_1)$$

und nach der Integration, bei welcher der oben gefundene mit n zu multiplicirende Werth von c der Divisor des mit $\cos\xi$ multiplicirten Gliedes ist.

$$\lambda = const. + \frac{h}{a^2}\left\{1 - m^2 + 2\left(\frac{a}{a} - 1\right)\right\} t + \frac{h}{na^2}\left\{2 + 2r_2 + \tfrac{3}{2}m^2 - \left(\frac{a}{a} - 1\right)\right\} e \sin\xi$$
$$+ \left\{\tfrac{15}{8}m^2 + \tfrac{69}{32}m^2\right\}\sin 2\tau + \left\{\tfrac{15}{4}m + \tfrac{105}{8}m^2\right\} e \sin(2\tau - \xi) + \tfrac{15}{8}m^2 e \sin(2\tau + \xi)$$
$$- 3m e_1 \sin\xi_1 + \tfrac{77}{8}m^2 e_1 \sin(2\tau - \xi_1) - \tfrac{11}{8}m^2 e_1 \sin(2\tau + \xi_1).$$

Die bei der Integration hinzugefügte Constante ist die mittlere Länge für den Zeitpunkt $t = 0$, welche ich ε nennen will. Das in diesem Ausdrucke für λ mit t multiplicirte Glied soll in Herrn *Lubbocks* Bezeichnung n sein, wir haben also die Gleichung

$$\frac{h}{a^2}\left\{1 - m^2 + 2\left(\frac{a}{a} - 1\right)\right\} = n.$$

Machen wir in dieser die von der störenden Kraft abhängigen Glieder Null, so mufs n in n und a in a übergehen, sie giebt also

$$\frac{h}{a^2} = n$$

und wenn wir hiemit h eliminiren,

$$\frac{a^2}{a^2}\left\{1 - m^2 + 2\left(\frac{a}{a} - 1\right)\right\} = \frac{n}{n}.$$

Aber $\mu = a^3 n^2 = a^3 n^2$, also wenn wir hiemit $\frac{n}{n}$ eliminiren,

$$1 - m^2 + 2\left(\frac{a}{a} - 1\right) = \frac{a^3}{a^3}$$

woraus

$$\frac{a}{a} = 1 + \tfrac{3}{2}m^2$$

folgt. Substituiren wir diesen Werth in die vorstehenden Ausdrücke, so bekommen wir

$$c = 1 - \tfrac{3}{2}m^2, \qquad h = na^2(1 - \tfrac{1}{2}m^2)$$
$$\frac{a}{r} = 1 + \tfrac{1}{2}m^2 + (1 + r_2)\, e \cos\xi + (m^2 + \tfrac{15}{8}m^2)\cos 2\tau$$
$$+ (\tfrac{15}{8}m + \tfrac{77}{16}m^2)\, e \cos(2\tau - \xi) + \tfrac{13}{16}m^2 e \cos(2\tau + \xi) - \tfrac{3}{2}m^2 e_1 \cos\xi$$
$$+ \tfrac{7}{2}m^2 e_1 \cos(2\tau - \xi_1) - \tfrac{1}{2}m^2 e_1 \cos(2\tau + \xi_1)$$
$$\lambda = \varepsilon + nt + (2 + 2r_2 + \tfrac{7}{8}m^2)\, e \sin\xi + (\tfrac{15}{8}m^2 + \tfrac{69}{32}m^2)\sin 2\tau + (\tfrac{15}{4}m + \tfrac{105}{8}m^2)\, e \sin(2\tau - \xi)$$
$$+ \tfrac{15}{8}m^2 e \sin(2\tau + \xi) - 3m e_1 \sin\xi_1 + \tfrac{77}{8}m^2 e_1 \sin(2\tau - \xi_1) - \tfrac{11}{8}m^2 e_1 \sin(2\tau + \xi_1).$$

Um die noch unbestimmte Gröfse r_2 zu bestimmen, bemerke ich, dafs Herr *Lubbock* bald die Störungen so einrichtet, dafs $2e$ der Coefficient von $\sin\xi$ in λ, (On the theory of the moon part 1 pag. 55 u. 56) bald dafs e der Coefficient von $\cos\xi$ in $\frac{a}{r}$ werde (ejusd. libr. Part. II. p. VIII.). Im ersten Falle erhalten wir durch den vorstehenden Werth von λ

$$2r_2 + \tfrac{7}{8}m^2 = 0, \quad r_2 = -\tfrac{7}{16}m^2,$$

im zweiten Falle giebt der vorstehende Werth von $\frac{a}{r}$

$$r_2 = 0.$$

So steht die Rechnung der obigen Glieder nach Herrn *Lubbocks* Methode, wenn man, wie sich's gehört, nicht Wesentliches weglassen, und keine specielien Relationen aus frü-

Digitized by Google

heren Rechnungen entlehnen will. Aber wir sind noch nicht zu Ende. Der Coefficient $\frac{19}{8} m^2 e$ in der Länge und der correspondirende im Radius Vector sind durch diese Rechnung unrichtig gefunden worden, und wir müssen daher, um ihn richtig zu erhalten, noch folgende der zweiten Approximation angehörige Rechnung ausführen.

In der Gleichung für r muſs das Quadrat der Störungen berücksichtigt werden, also ist, da man hier r^3 übergehen und $r^4 = a^4$ setzen kann, einestheils

$$\frac{r^2}{2a^2} = -a\delta\frac{1}{r} + 3e\,a\delta\frac{1}{r}\cos\xi + \frac{3}{2}a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2$$

und anderntheils

$$\frac{r^2}{2a^2} = -a\delta\frac{1}{r} + r$$

woraus

$$r = 3e\,a\delta\frac{1}{r}\cos\xi + \frac{3}{2}a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2$$

folgt. In $a\delta\frac{1}{r}$ haben wir wie oben das Glied $r_1 \cos 2\tau$ zu berücksichtigen, und für $a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2$ die Glieder r_0 und $r_2 e\cos(2\tau-\xi)$ zu combiniren. Es ist also hiefür

$$a\delta\frac{1}{r} = r_1\cos 2\tau, \quad a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 = 2r_0 r_2\cos(2\tau-\xi)$$

also giebt der vorstehende Ausdruck

$$r_2 = \frac{3}{2}r_1 + 3r_0 r_2.$$

Ferner ist

$$dR = \left(\frac{dR}{d\lambda}\right)\frac{d\lambda}{dt} + \left(\frac{dR}{dr}\right)\frac{dr}{dt} + \left(\frac{dR}{ds}\right)\frac{ds}{dt}.$$

Das erste und dritte Glied dieses Ausdruckes können im gegenwärtigen Falle dem in der ersten Approximation gefundenen Werthe von dR nichts hinzufügen, das zweite giebt aber ein Glied, und zwar

$$-r\left(\frac{dR}{dr}\right)\frac{d.r\delta\frac{1}{r}}{dt}$$

welches wir für die Berechnung des in Rede stehenden Coefficienten in folgendes abkürzen können:

$$-2R\frac{d.\delta\frac{a}{r}}{dt}.$$

Wir haben nun aus dem Vorhergehenden

$$\frac{a}{\mu}R = -\frac{1}{4}m^2, \quad \text{und} \quad \frac{d.\delta\frac{a}{r}}{dt} = -n\,\tfrac{19}{8}\,m\,e\sin(2\tau-\xi)$$

Hieraus

$$-2\frac{a}{\mu}R\frac{d.\delta\frac{a}{r}}{dt} = -n\,\tfrac{19}{16}m^2 e\sin(2\tau-\xi)$$

folglich mit Zuziehung des betreffenden Gliedes der ersten Approximation

$$\frac{a}{\mu}dR = n\left(-\tfrac{9}{4}m^2 - \tfrac{19}{16}m^2\right)e\sin(2\tau-\xi).$$

Hieraus durch Division mit $-n(1-2m)$,

$$\frac{a}{\mu}\int dR = \left(\tfrac{9}{4}m^2 + \tfrac{37}{16}m^2\right)e\cos(2\tau-\xi).$$

Die Gröfse $r\left(\frac{dR}{dr}\right)$ giebt nach der Entwickelung auch ein hieher gehöriges Glied, nemlich

$$r\left(\frac{d.r\left(\frac{dR}{dr}\right)}{dr}\right)\frac{\delta r}{r}$$

welches in folgendes abgekürzt werden kann,

$$-4R\delta\frac{a}{r}.$$

Aus dem Vorhergehenden entnehme ich hier

$$\frac{a}{\mu}R = -\tfrac{1}{4}m^2, \quad \delta\frac{a}{r} = \tfrac{19}{8}\,m\,e\cos(2\tau-\xi),$$

also

$$-4\frac{a}{\mu}R\delta\frac{a}{r} = \tfrac{19}{2}m^2 e\cos(2\tau-\xi)$$

und somit, wenn wir das betreffende Glied der ersten Approximation hinzufügen,

$$\frac{a}{\mu}r\left(\frac{dR}{dr}\right) = \left\{\tfrac{9}{4}m^2 + \tfrac{19}{8}m^2\right\}e\cos(2\tau-\xi).$$

Hiemit wird

$$\frac{a}{\mu}\left\{2\int dR + r\left(\frac{dR}{dr}\right)\right\} = \left\{9m^2 + \tfrac{45}{4}m^2\right\}e\cos(2\tau-\xi)$$

und

$$P_2 = 9m^2 + \tfrac{45}{4}m^2.$$

Endlich ist jetzt

$$i_2 = 2-2m-c = 1-2m+\tfrac{3}{4}m^2$$

und die Gleichung (A) giebt

$$r_2\left\{(1-2m+\tfrac{3}{4}m^2)^2-1\right\} = (1-2m)^2(\tfrac{3}{2}r_1+3r_0r_2) - 9m^2 - \tfrac{45}{4}m^2.$$

Da nun in der ersten Approximation

$$r_1 = m^2 + \tfrac{19}{8}m^2, \quad r_0 = \tfrac{1}{8}m^2, \quad r_2 = \tfrac{15}{8}m$$

gefunden wurde, so ergiebt sich

$$r_2 = \frac{(1-4m)\left\{\tfrac{3}{2}m^2 + (\tfrac{19}{4}+\tfrac{15}{16} = \tfrac{91}{16})m^2\right\} - 9m^2 - \tfrac{45}{4}m^2}{-4m + \tfrac{19}{2}m^2}$$

$$= \frac{-\tfrac{19}{2}m^2 - \tfrac{209}{16}m^2}{-4m(1-\tfrac{19}{8}m^2)} = (1+\tfrac{19}{8}m)(\tfrac{19}{8}m + \tfrac{209}{64}m^2)$$

$$= \tfrac{19}{8}m + \tfrac{1987}{512}m^2,$$

welches der richtige Werth dieser Glieder ist. Um das correspondirende Glied der Länge richtig zu bekommen, ist nun nichts weiter zu thun, wie diese Glieder in die obigen Ausdrücke für die Längenstörungen zu substituiren. Wir haben somit

$$\frac{a^2}{r^2} = \left\{\tfrac{19}{4}m + (\tfrac{1987}{128}+1 = \tfrac{2115}{128})m^2\right\}e\cos(2\tau-\xi)$$

Digitized by Google

und wie oben

$$-\frac{1}{r^2}\int\frac{dR}{d\lambda}\,dt = n(-\tfrac{3}{2}+\tfrac{3}{4} = -\tfrac{3}{4})m^2 e\cos(2\tau-\xi).$$

Hieraus, und mit dem Werthe $h = a^2 n$

$$\frac{d\lambda}{dt} = n\left\{\tfrac{3}{4}m+(\tfrac{203}{16}-\tfrac{3}{8} = \tfrac{193}{16})m^2\right\}e\cos(2\tau-\xi)$$
$$\lambda = (1+2m)(\tfrac{3}{4}m+\tfrac{193}{16}m^2)e\cos(2\tau-\xi)$$
$$= (\tfrac{3}{4}m+\tfrac{263}{16}m^2)e\sin(2\tau-\xi),$$

welches der richtige Werth dieser Glieder ist.

Pag. 50 im ersten Theile seines Buches giebt Herr *Lubbock* folgende abgekürzte Darstellung der Berechnung dieses Gliedes:

„The term $\frac{3}{8}m$ in r_2, already found, see p. 37 gives the term $\frac{15}{16}m^2 e\cos(2\tau-\xi)$ in dR *)

$$\frac{(2-2m-c)^2}{(2-2m-c)^2-1} = \frac{1-4m}{-4m+\frac{3}{2}m^2} = -\frac{1}{4m}(1-4m-\tfrac{3}{8}m)$$
$$= -\frac{1}{4m}+\tfrac{31}{32}.$$

Again,

$$-\frac{2}{(2-2m-c)^2-1}\left\{\frac{2-c}{2-2m-c}-1\right\} = \frac{2}{4m}(1+\tfrac{3}{8}m)\left(\frac{1}{1-2m}+1\right)$$
$$= \frac{1}{m}(1+\tfrac{3}{8}m)(1+m)$$
$$= \frac{1}{m}+\tfrac{3}{8}.$$

Hence,

$$r_3 = -\left(\frac{1}{4m}-\tfrac{31}{32}\right)\left(\tfrac{3}{2}m^2+\frac{19.3}{6.2}m^3\,\frac{3.15}{6.8}m^3\right)$$
$$+\left(\frac{1}{m}+\tfrac{3}{8}\right)(\tfrac{3}{2}m^2+\tfrac{15}{16}m^3)$$
$$= \tfrac{3}{8}m+\tfrac{197}{32}m^2$$
$$\lambda_3 = \left(2r_3+r_1-\frac{(t+2r_3)}{(t-2m)}\tfrac{3}{2}m^2\right)\left(\frac{1}{1-2m}\right)$$
$$= (\tfrac{15}{4}m+\tfrac{197}{16}m^2+m^2-(1+2m+\tfrac{3}{4}m)\tfrac{3}{2}m^2\,\frac{1}{1-2m}$$
$$= \tfrac{3}{4}m+\tfrac{203}{16}m^2-\tfrac{3}{8}m^2+\tfrac{3}{2}m^2+\tfrac{3}{4}m^2$$
$$= \tfrac{3}{4}m+\tfrac{263}{16}m^2.$$

Ich sehe mich genöthigt zu der obigen Darlegung zu bemerken, dafs ich vielleicht bei der Bestimmung der Gröfsen h, n und $a:a$ von Herrn *Lubbocks* Verfahren etwas abgewichen bin. Aber es ist mir nicht möglich geworden genau aufzufinden, wie er eigentlich bei deren Bestimmung verfährt, da die dahin gehörigen Rechnungen zerstreut und abgekürzt dargestellt in seinem Buche vorkommen. So viel glaube ich bemerkt zu haben, dafs er überflüssige Hülfsmittel und Gleichungen anwendet. Im ersten Theile nemlich p. 48 sagt er: „The relation between the constants h and a may be obtained by means of the equations

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{h}{r^2}-\frac{1}{r^2}\int\frac{dR}{d\lambda}\,dt$$
$$(x)\ldots\ldots\ldots \frac{r^2 d\lambda^2+dr^2}{dt^2}-\frac{2\mu}{r^2}+\frac{\mu}{a}+2\int dR = 0.$$

und hiernach führt er eine Rechnung aus, die ich mich gescheut habe hier aufzunehmen, da sie gänzlich von der oben aus der Vorrede zum 2ten Theile entnommenen, und in der Originalsprache angeführten Beschreibung seiner Methode abweicht. Die hier angeführte Gleichung (x) ist bei Anwendung dieser Methode jedenfalls überflüssig, und die Bestimmung von h u. s. w. darnach würde die eben dargelegte Berechnung der in Rede stehenden Glieder verlängert haben.

Ich komme nun zur Berechnung derselben Glieder durch meine in den Fundamentis gegebenen Ausdrücke, habe aber in Bezug darauf folgendes zu bevorworten. Jeder der meine Fundamenta auch nur oberflächlich kennt, ja der davon nur die Vorrede gelesen hat, wird wissen, dafs ich die Störungscoefficienten des Mondes nicht nach den Potenzen und Producten gewisser darin vorkommenden Gröfsen entwickele, sondern dafs ich, wie ich schon beim Jupiter und Saturn ausgeführt habe, dieselben von Annäherung zu Annäherung sogleich numerisch berechne. Für diese Rechnungsart sind meine Formeln entwickelt; ich habe sie so gestellt, wie ich sie dafür am einfachsten und zweckmäfsigsten halte. Wenn daher eine Entwickelung der Störungen nach den Potenzen und Producten der Excentricitäten, der Neigung und des Verhältnisses der mittleren Bewegungen des Mondes und der Sonne durch meine Gleichungen minder einfach ausfiele, wie durch irgend eine andere ausdrücklich auf diese Entwickelungsart eingerichtete Methode, so kann dieses keineswegs als ein gegründeter Einwurf gegen meine Methode betrachtet werden, da ich, wie gesagt, bei der Ableitung derselben einen ganz andern Gesichtspunkt vor Augen gehabt habe. Wenn ich solche Entwickelung beabsichtigt hätte, so würde ich vielleicht diese oder jene Formel anders gestellt, und diese oder jene Reihenentwickelung anders angeordnet haben. Die Sache verhält sich indefs so, dafs meine, in den Fundamentis gegebenen Formeln und sonstigen Vorschriften auch diesen Prüfsteln nicht zu fürchten brauchen, sondern sich wenigstens den *Lubbock*schen Methoden auch in dieser, ihnen im Grunde fremdartigen Beziehung ungescheut an die Seite stellen können.

Die oben berücksichtigten Argumente sind in meinen Bezeichnungen folgende, denen ich zur leichteren Vergleichung die *Lubbock*'schen zur Seite stelle.

*) Die Berechnung dieses Gliedes habe ich in Herrn *Lubbocks* Buche nicht finden können.

Digitized by Google

$$\begin{aligned}
&g \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \xi\\
&-g' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots -\xi_1\\
&2g-g'+H_2 \ldots\ldots\ldots 2\tau+\xi_1\\
&g-2g'+H_2 \ldots\ldots\ldots 2\tau-\xi\\
&2g-2g'+H_2 \ldots\ldots\ldots 2\tau\\
&3g-2g'+H_2 \ldots\ldots\ldots 2\tau+\xi\\
&2g-3g'+H_2 \ldots\ldots\ldots 2\tau-\xi_1.
\end{aligned}$$

Bei mir bedeuten g und g' die mittleren Anomalien des Mondes und der Sonne, und es ist vollständig $H_2 = n(2\gamma-2\gamma'-4\eta)t+4k$, wo n die Bewegung der mittleren Anomalie des Mondes, $\gamma-2\eta$ das Verhältnifs der Bewegung des Perigäums zur Bewegung der mittleren Anomalie, γ' dasselbe in Bezug auf die Sonne, und k eine Constante ist, deren Bedeutung Fundamenta p. 124 erklärt ist. Für die hier zu berechnenden Glieder kommen η und γ' nicht in Betracht, und wir können demnach setzen.

$$H_2 = 2\gamma n t + 4k.$$

Meine Ausdrücke zur Berechnung der Störungen der ersten Approximation sind (Fundamenta p. 193, 195 und 196)

$$(B)\ldots\ldots \begin{cases} W = -b + 2\xi\cos\gamma + \int T dt \\ nz = g + n\int \overline{W}\,dt - n\gamma\int \frac{r^2}{a^2}\,dt \\ w = C + \frac{1}{2}s - \frac{1}{2}n\int\left(\frac{\overline{dW}}{d\gamma}\right)dt + \frac{1}{2}n\gamma\int\frac{d.r^2}{a^2 dg}\,dt \end{cases}$$

wo

$$C = \text{term. const. in}\left(-\tfrac{1}{2}\gamma\frac{r^2}{a^2}\right),\quad s = \tfrac{1}{2}b$$

Vor allen Dingen ist also T zu berechnen. Dieses kann auf mehrere Arten geschehen. Entweder durch den Ausdruck (3) pag. 181 der Fundamenta, zu welchem Ende wir im vorliegenden Falle aufser den betreffenden Gliedern der Störungsfunction Ω die Hülfsgröfsen

$$h_1 = h_2 = 2;\quad f_1 = 0;\quad f_2 = 2;\quad H_2^{(1)} = -e$$

$$\begin{aligned}
&X_e^{0,0} = -3; \quad X_e^{1,0} = -\tfrac{1}{2}e; \quad X_e^{-1,1} = 2; \quad X_e^{0,1} = -3e; \quad X_e^{-1,2} = \tfrac{5}{2}e\\
&\qquad\quad X_e^{1,0} = \tfrac{1}{2}e; \quad X_e^{-1,1} = 1; \quad X_e^{0,1} = -\tfrac{3}{2}e; \quad X_e^{-1,2} = \tfrac{3}{2}e
\end{aligned}$$

brauchen. Diese Rechnung setzt folgende Form für T voraus

$$\frac{1}{n}T = Aa\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) + Bar\left(\frac{d\Omega}{dr}\right) + C\gamma$$

wo v die wahre Länge bedeutet, $a\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) = a\left(\frac{d\Omega}{d.nyt}\right)$, $ar\left(\frac{d\Omega}{dr}\right) = 2a\Omega$, und

$$\begin{aligned}
A &= -3+4\cos(\gamma-g)-e\cos\gamma-6e\cos g+5e\cos(-\gamma+2g)\\
B &= \quad -2\sin(\gamma-g)+e\sin\gamma-3e\sin g+3e\sin(-\gamma+2g)\\
C &= -2e\sin\gamma
\end{aligned}$$

ist. Oder durch das Differential des Ausdrucks (17) p. 18. der „gegenseitigen Störungen des Jupiters und Saturns." Diese Rechnung setzt folgende Form für T voraus

$$\frac{1}{n}T = A_1 a\left(\frac{d\Omega}{dg}\right) + B_1 ar\left(\frac{d\Omega}{dr}\right) + C\gamma$$

wo

$$\begin{aligned}
A_1 &= -3+4\cos(\gamma-g)-5e\cos\gamma+e\cos(-\gamma+2g)\\
B_1 &= \quad -2\sin(\gamma-g)-e\sin\gamma+e\sin(-\gamma+2g)\\
C &= -2e\sin\gamma
\end{aligned}$$

Ueberdies ist noch eine dritte nicht unzweckmäfsige Art möglich, die auf folgender Form von $\mathring{T}$ beruht: *)

$$\frac{1}{n}\mathring{T} = -3a\left(\frac{d\Omega}{dg}\right) + \frac{a}{e}\left\{\left(\frac{d\Omega}{dg}\right) - \frac{1}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{d.nyt}\right)\right\}\left\{2\frac{\rho}{a}\cos\varphi\ 3e\right\} + \frac{a}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)2\frac{\rho}{a}\sin\varphi$$

bei deren Anwendung man nur die ersten Glieder der darin vorkommenden Functionen von τ braucht. Nemlich

$$\begin{aligned}
2\frac{\rho}{a}\cos\varphi + 3e &= 2(1-\tfrac{3}{8}e^2+\tfrac{45}{192}e^4\mp\ldots)\cos\gamma\\
2\frac{\rho}{a}\frac{\sin\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}} &= 2(1-\tfrac{1}{8}e^2+\tfrac{15}{192}e^4\mp\ldots)\sin\gamma.
\end{aligned}$$

Sie erfordert wie man sieht keine Summation, aber sie verlangt die Entwickelnog von Ω, um eine Ordnung höher in Bezug auf e, wie die beiden vorhergehenden Arten. Bei einer ausgedehnteren Entwickelung der Störungen nach den Potenzen von e, etc. würde ich sie jenen Arten vorziehen, in dem einfachen vorliegenden Falle werde ich mich aber an die obige zweite Art der Entwickelung von T halten.

Wie oben sehe ich auch hier die Entwickelung der Störungsfunction als gegeben an, also

$$\begin{aligned}
a\Omega = {} & \tfrac{1}{4}u^2 - \tfrac{1}{2}u^2 e\cos g + \tfrac{3}{4}u^2 e'\cos(-g') - \tfrac{3}{8}u^2 e'\cos(2g-g'+H_2) - \tfrac{3}{4}u^2 e\cos(g-2g'+H_2)\\
& + \tfrac{3}{4}u^2\cos(2g-2g'+H_2) + \tfrac{3}{4}u^2 e\cos(3g-2g'+H_2) + \tfrac{21}{8}u^2 e'\cos(2g-3g'+H_2),
\end{aligned}$$

wo u das Verhältnifs der Bewegung der mittleren Anomalie des Mondes zu der der Sonne bedeutet.

Dieser Ausdruck giebt

$$\begin{aligned}
a\left(\frac{d\Omega}{dg}\right) = {} & \tfrac{1}{2}u^2 e\sin g + \tfrac{3}{4}u^2 e'\sin(2g-g'+H_2) + \tfrac{3}{4}u^2 e\sin(g-2g'+H_2) - \tfrac{3}{4}u^2\sin(2g-2g'+H_2)\\
& - \tfrac{3}{4}u^2 e\sin(3g-2g'+H_2) - \tfrac{21}{4}u^2 e'\sin(2g-3g'+H_2)
\end{aligned}$$

*) Im gegenwärtigen Falle $T = \mathring{T} + nCy$.

Digitized by Google

und somit bekommen wir

$$\frac{1}{n}T = -u^2\sin(\gamma-g)$$
$$-\tfrac{1}{2}u^2e\sin g + (1-1+\tfrac{1}{2}=\tfrac{1}{2})u^2e\sin(-\gamma+2g) + \{(1+1-\tfrac{1}{2}=\tfrac{3}{2})u^2e-2e\gamma\}\sin\gamma$$
$$+\tfrac{3}{2}u^2e'\sin(-\gamma+g-g') - \tfrac{3}{2}u^2e'\sin(\gamma-g-g')$$
$$-\tfrac{9}{4}u^2e'\sin(2g-g'+H_2) + (\tfrac{3}{2}-\tfrac{3}{4}=\tfrac{3}{4})u^2e'\sin(-\gamma+3g-g'+H_2) + (\tfrac{3}{2}+\tfrac{3}{4}=\tfrac{9}{4})u^2e'\sin(\gamma+g-g'+H_2)$$
$$-\tfrac{27}{4}u^2e\sin(g-2g'+H_2) + (\tfrac{9}{2}-\tfrac{9}{2}+\tfrac{15}{4}+\tfrac{3}{4}=\tfrac{9}{2})u^2e\sin(-\gamma+2g-2g'+H_2) + (\tfrac{9}{2}+\tfrac{9}{2}-\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}=\tfrac{15}{2})u^2e\sin(\gamma-2g'+H_2)$$
$$+\tfrac{9}{2}u^2\sin(2g-2g'+H_2) + (-3+\tfrac{3}{2}=-\tfrac{3}{2})u^2\sin(-\gamma+3g-2g'+H_2) + (-3-\tfrac{3}{2}=-\tfrac{9}{2})u^2\sin(\gamma+g-2g'+H_2)$$
$$+\tfrac{27}{4}u^2e\sin(3g-2g'+H_2) + (-\tfrac{9}{2}+\tfrac{3}{2}-\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}=-3)u^2e\sin(-\gamma+4g-2g'+H_2) + (-\tfrac{9}{2}-\tfrac{3}{2}+\tfrac{15}{4}-\tfrac{3}{4}=-3)u^2e\sin(\gamma+2g-2g'+H_2)$$
$$+\tfrac{63}{8}u^2e'\sin(2g-3g'+H_2) + (-\tfrac{21}{2}+\tfrac{21}{4}=-\tfrac{21}{4})u^2e'\sin(-\gamma+3g-3g'+H_2) + (-\tfrac{21}{2}-\tfrac{21}{4}=-\tfrac{63}{4})u^2e'\sin(\gamma+g-3g'+H_2).$$

Die in den Fundamentis erklärte Bedingung, dafs der Coefficient von $\sin\gamma$ gleich Null seyn mufs, giebt uns sogleich

$$\gamma = \tfrac{3}{4}u^2,$$

weiches das erste Glied des analytischen Ausdruckes des Verhältnisses der Bewegung des Perigäums des Mondes zur Bewegung der mittleren Anomalie desselben ist.

Den Gleichungen (B) zufolge mufs durch Integration des vorstehenden Ausdruckes von T die Gröfse W ermittelt werden. Die bei dieser Integration anzuwendenden Divisoren, die ich in den Fundamentis allgemein mit $i+i'u+\nu_s$ bezeichnet habe, sind nichts weiter wie die Coefficienten von nt in den resp. Argumenten. Sie sind für die Glieder, deren Berechnung hier bezweckt wird, mit wenigen Ausnahmen dem Coefficienten von g des betreffenden Arguments gleich. Die Ausnahmen sind: $1-u$; $-1-u$; $-2u+\frac{3}{2}u^2$ *); $2-2u$; $3-2u$; $1-2u$; resp. für die Glieder $-\gamma+g-g'$; $\gamma-g-g'$; $\gamma-2g'+H_2$; $2g-2g'+H_2$; $-\gamma+3g-2g'+H_2$; $\gamma+g-2g'+H_2$. Aufserdem müssen, weil im Differential die Sinusse der Bögen enthalten sind, die Zeichen aller Glieder umgekehrt werden. Hiemit bekommen wir also

$$W = -b - u^2\cos(\gamma-g)$$
$$+\tfrac{3}{2}u^2e\cos g - \tfrac{3}{4}u^2e\cos(-\gamma+2g) + 2\xi\cos\gamma$$
$$+(\tfrac{3}{4}u^2+\tfrac{3}{2}u^3)e'\cos(-\gamma+g-g') + (\tfrac{3}{2}u^2-\tfrac{3}{2}u^3)e'\cos(\gamma-g-g')$$
$$+\tfrac{9}{8}u^2e'\cos(2g-g'+H_2) - \tfrac{3}{4}u^2e'\cos(-\gamma+3g-g'+H_2) - \tfrac{9}{4}u^2e'\cos(\gamma+g-g'+H_2)$$
$$+\tfrac{27}{4}u^2e\cos(g-2g'+H_2) - \tfrac{9}{4}u^2e\cos(-\gamma+2g-2g'+H_2) + (\tfrac{15}{4}u+\tfrac{11}{16}u^2)e\cos(\gamma-2g'+H_2)$$
$$-(\tfrac{9}{4}u^2+\tfrac{9}{8}u^3)\cos(2g-2g'+H_2) + (\tfrac{1}{2}u^2+\tfrac{1}{2}u^3)\cos(-\gamma+3g-2g'+H_2) + (\tfrac{9}{2}u^2+9u^3)\cos(\gamma+g-2g'+H_2)$$
$$-\tfrac{9}{4}u^2e\cos(3g-2g'+H_2) + \tfrac{3}{4}u^2e\cos(-\gamma+4g-2g'+H_2) + \tfrac{3}{4}u^2e\cos(\gamma+2g-2g'+H_2)$$
$$-\tfrac{63}{8}u^2e'\cos(2g-3g'+H_2) + \tfrac{7}{4}u^2e'\cos(-\gamma+3g-3g'+H_2) + \tfrac{63}{4}u^2e'\cos(\gamma+g-3g'+H_2)$$

Bevor ns und ω aus diesem Ausdrucke berechnet werden können, müssen die noch fehlenden Glieder durch Multiplication einiger der dastehenden mit $\eta^{(1)} = \frac{1}{2}e$ (Fundamenta p. 190), zufolge des Theorems, welches in den Fundamentis p. 187 gegeben ist, berechnet werden. Sie sind

$$-\tfrac{1}{2}u^2e\cos(2\gamma-g) + \tfrac{1}{4}u^2e\cos(-2\gamma+3g-2g'+H_2) + \tfrac{9}{4}u^2e\cos(2\gamma+g-2g'+H_2)$$

und entstehen durch die genannte Multiplication aus den drei obigen resp. von

$$\gamma-g;\quad -\gamma+3g-2g'+H_2;\quad \gamma+g-2g'+H_2;$$

abhängigen Gliedern in W. Da nun

$$\frac{r^2}{a^2} = 1-2e\cos g, \text{ also } \gamma\frac{r^2}{a^2} = \tfrac{3}{4}u^2-\tfrac{1}{2}u^2e\cos g$$

ist, so bekommen wir, nachdem wir in $W...\gamma$ in g verwandelt haben, durch die zweite Gleichung (B)

$$\frac{dz}{dt} = 1-b-u^2-\tfrac{3}{4}u^2+\{(\tfrac{3}{2}-\tfrac{1}{4}-\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2})u^2e+2\xi\}\cos g + \{(-\tfrac{3}{2}-\tfrac{3}{2})u^2-(\tfrac{3}{2}-\tfrac{3}{2})u^3\}e'\cos(-g')$$
$$+(\tfrac{9}{8}-\tfrac{1}{4}-\tfrac{9}{8})u^2e'\cos(2g-g'+H_2) + \{\tfrac{15}{4}u+(\tfrac{27}{4}-\tfrac{9}{4}+\tfrac{1}{4}+\tfrac{11}{16})u^2\}e\cos(g-2g'+H_2)$$
$$+\{(-\tfrac{9}{4}+\tfrac{1}{2}+\tfrac{9}{2})u^2+(-\tfrac{9}{4}+\tfrac{1}{2}+9)u^3\}\cos(2g-2g'+H_2) + (-\tfrac{9}{4}+\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4}+\tfrac{3}{4})u^2e\cos(3g-2g'+H_2)$$
$$+(-\tfrac{63}{8}+\tfrac{7}{4}+\tfrac{63}{4})u^2e'\cos(2g-3g'+H_2).$$

Da die Gröfsen b und ξ so bestimmt werden müssen, (Fundamenta pp. 77 u. f.) dafs der Coefficient von nt in ns gleich Eins, und der von $\sin g$ gleich Null werde, so giebt der vorstehende Ausdruck sogleich

$$0 = -b-u^2-\tfrac{3}{4}u^2;\quad 0 = (\tfrac{3}{2}-\tfrac{1}{4}-\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2})u^2e+2\xi.$$

*) $\frac{3}{4}u^2$ wegen $H = 2ny't+4k = \frac{3}{2}u^2nt+4k$.

Digitized by Google

woraus $b = -\frac{7}{4}u^2$ und $\xi = -\frac{5}{8}u^2 e$

folgt. Die Integration, bei welcher die Divisoren resp. folgende: $-u$, 2, $1-2u$, $2-2u$, 3, 2 sind giebt nun

$$ns = g + 3ue'\sin(-g') - \tfrac{11}{6}u^2e'\sin(2g-g'+H_2) + (\tfrac{19}{4}u + \tfrac{2411}{576}u^2)e\sin(g-2g'+H_2)$$
$$+(\tfrac{13}{8}u^2 + \tfrac{59}{12}u^3)\sin(2g-2g'+H_2) + \tfrac{3}{4}u^2e\sin(3g-2g'+H_2) + \tfrac{17}{6}u^2e'\sin(2g-3g'+H_2).$$

Um durch die Gleichung (B) w zu erhalten, bekommen wir mit Berücksichtigung der oben gegebenen Werthe von b, ξ und $\gamma\frac{r^2}{a^2}$, aus obigem Ausdrucke für W unmittelbar

$$-\frac{2}{n}\frac{dw}{dt} = \{-\tfrac{1}{4}+\tfrac{9}{4}+1-\tfrac{5}{2}\}u^2e\sin g + \{(-\tfrac{3}{2}+\tfrac{3}{2})u^2-(\tfrac{3}{2}+\tfrac{3}{2})u^3\}e'\sin(-g')$$
$$+(-\tfrac{1}{4}+\tfrac{9}{4})u^2e'\sin(2g-g'+H_2) + \{-\tfrac{19}{4}u+(-\tfrac{9}{4}-\tfrac{411}{96}+\tfrac{1}{2})u^2\}e\sin(g-2g'+H_2)$$
$$+\{(\tfrac{1}{2}-\tfrac{9}{2})u^2+(\tfrac{1}{2}-9)u^3\}\sin(2g-2g'+H_2) + (\tfrac{3}{4}-\tfrac{3}{4}-\tfrac{9}{2})u^2e\sin(3g-2g'+H_2)$$
$$+(\tfrac{7}{4}-\tfrac{63}{4})u^2e'\sin(2g-3g'+H_2).$$

Erwägen wir nun, dafs die vorhergehenden Ausdrücke

$$C = -\tfrac{5}{8}u^2;\quad \tfrac{1}{2}s = -\tfrac{7}{32}u^2 \quad\text{also}\quad C+\tfrac{1}{2}s = -\tfrac{9}{8}u^2$$

geben, so bekommen wir durch die Integration des vorstehenden Ausdruckes

$$W = -\tfrac{5}{8}u^2 + \tfrac{3}{4}u^2e\cos g + \tfrac{3}{2}u^2e'\cos(-g') + \tfrac{1}{2}u^2e'\cos(2g-g'+H_2) + (-\tfrac{19}{8}u - \tfrac{1903}{192}u^2)e\cos(g-2g'+H_2)$$
$$+(-u^2-\tfrac{19}{6}u^3)\cos(2g-2g'+H_2) - \tfrac{7}{8}u^2e\cos(3g-2g'+H_2) - \tfrac{7}{4}u^2e'\cos(2g-3g'+H_2).$$

Dies ist die Berechnung der in Rede stehenden Glieder der ersten Approximation durch meine Gleichungen, und diese berechneten Werthe derselben sind alle richtig. Namentlich führe ich in dieser Beziehung das Glied $\frac{2411}{576}u^2e\sin(g-2g'+H_2)$ in ns und das correspondirende in w an, da Hr. *Lubbock* ersteres in seiner vermeintlichen Erläuterung meiner Gleichungen in der ersten Approximation unrichtig gefunden, und in Bezug darauf gesagt hat, man könne es erst in der zweiten Approximation richtig finden. Bei seiner vergleichenden Berechnung nach seiner Methode hat er dieses Glied ganz übergangen; nun habe ich aber oben gezeigt, dafs man es durch Hülfe seiner Methode erst in der zweiten Approximation richtig finden kann, und somit zeigt sich, dafs dieser Nachtheil **seine** und **nicht meine** Methode trifft.

Es giebt aufserdem noch mehr Glieder, die man durch meine Gleichungen der ersten Approximation findet, während man sie mit Herrn *Lubbock's* nicht durch dieselben finden kann, sondern die allgemeine Bedingungsgleichung und die Entwickelung der Störungsfunction **wesentlich** abändern mufs. Als Beispiel werde ich das erste Glied des Arguments $g+H_3$ in meiner, oder $\xi-2\eta$ mit dem Index 65 in Herrn *Lubbocks* Bezeichnung berechnen. Für dieses ist

$$a\frac{d\Omega}{dg} = \tfrac{3}{8}e1^3u^2\sin(g+H_3) - \tfrac{3}{4}1^2u^2\sin(2g+H_3)$$
$$ar\frac{d\Omega}{dr} = -\tfrac{9}{4}e1^3u^2\cos(g+H_3) + \tfrac{3}{4}1^2u^2\cos(2g+H_3).$$

Multiplicirt man den ersten dieser beiden Ausdrücke mit den Gliedern $4\cos(\gamma-g)+e\cos(-\gamma+2g)$ und den zweiten mit den Gliedern $-2\sin(\gamma-g)+e\sin(-\gamma+2g)$ resp. der oben angeführten Factoren A_1 und B_1, so ergiebt sich

$$\frac{1}{n}T = \frac{1}{n}\frac{dW}{dt} = (\tfrac{9}{4}-\tfrac{3}{8}+\tfrac{9}{4}-\tfrac{3}{8}=\tfrac{15}{4})e1^2u^2\sin(\gamma+H_3)$$

Nun ist

$$\alpha = \gamma = \tfrac{3}{4}u^2,\quad H_3 = 2(\gamma+\alpha)nt + 2(\nu+k) = 3u^2nt + 2(\nu+k),$$

also der Divisor bei der Integration $3u^2$, hiemit

$$\overline{W} = \frac{dz}{dt} = -\tfrac{5}{4}e1^2\cos(g+H_3)$$
$$\left(\frac{\overline{dW}}{d\gamma}\right) = -\frac{2}{n}\frac{dw}{dt} = \tfrac{5}{4}e1^2\sin(g+H_3)$$

und da nun der Integrationsdivisor der Einheit gleich ist,

$$ns = -\tfrac{5}{4}e1^2\sin(g+H_3);\quad w = \tfrac{5}{8}e1^2\cos(g+H_3).$$

Herr *Lubbock* führt von der Berechnung dieses Coefficienten im ersten Theile seines Buches p. 40 folgendes an:

$$r_{65}\{(c-2g)^2(1-3r_0)-1\} = (c-2g)^2r_{65} - 2\cdot2\cdot m^2R_{65}$$
$$r_{65} = \tfrac{3}{2}r_{62},\quad r_{62} = \frac{m^2}{2},\quad c = 1-\tfrac{3}{4}m^2,\quad g = 1+\tfrac{3}{4}m^2$$
$$r_0 = \frac{m^2}{6},\quad R_{65} = \tfrac{5}{8}+\tfrac{1}{2}r_{65},\quad (c-2g)^2(1-3r_0) = 1+4m^2$$
$$r_{65} = \frac{3}{4\cdot2\cdot2} - \frac{2\cdot2}{4}(\tfrac{5}{8}+\tfrac{1}{2}r_{65})$$
$$r_{65} = -\tfrac{5}{8}.$$

Diese Bedingungsgleichung (die erste der angeführten) ist wie man sieht wesentlich von der oben angeführten *Lubbock*schen allgemeinen Bedingungsgleichung (A) verschieden, denn der Factor $(1-3r_0)$ im Coefficienten von r_{65} ist in dieser nicht enthalten. Ferner ist in der Entwickelung der Störungsfunction das Quadrat der störenden Kraft berücksichtigt, denn sonst hätte in dem vorstehenden Werthe von R_{65} das Glied $\frac{1}{2}r_{65}$ nicht vorkommen können. Die hierauf sich beziehenden Entwickelungen, so wie die Berechnung des correspondirenden

Digitized by Google

Gliedes der Länge habe ich bis jetzt in Herrn *Lubbocks* Buche vergeblich gesucht.

Ich könnte aufserdem noch viele Glieder namhaft machen, die man durch meine Gleichungen der ersten Approximation bekommt, während Herr *Lubbock* zu deren Berechnung seine Gleichungen der zweiten Approximation anwenden mufs, wogegen er kein einziges Glied anführen kann, welches seine Methode in der ersten Approximation giebt, und das meine Methode in derselben Approximation nicht giebt. Meine Gleichungen der ersten Approximation geben mit Ausnahme des Gliedes dritter Ordnung in der Bewegung des Perigäums, der Bewegung des Knotens, und dem constanten Gliede von ω, welche drei Glieder der zweiten Approximation angehören, alle in der Bewegung des Mondes vorhandenen Glieder der zweiten und dritten Ordnung in Bezug auf u, e, e', I und $\left(\frac{a}{a'}\right)^4$ und ausserdem noch viele Glieder der vierten und höheren Ordnungen vollständig. Da nun Herrn *Lubbocks* Gleichungen der ersten Approximation nicht alle Glieder der dritten Ordnung geben, so folgt hieraus, dafs die meinigen überhaupt eine gröfsere Annäherung gewähren, und da dieses in der ersten Approximation der Fall ist, so darf ich schliefsen, dafs dasselbe auch in den folgenden Approximationen statt findet. Meine Gleichungen namentlich der zweiten Approximation geben alle Glieder der vierten Ordnung, und bis auf sehr wenige Ausnahmen, auch alle Glieder der fünften Ordnung richtig.

Es ist noch ein Umstand zu erörtern. Meine Methode enthält Hülfsmittel, um die Richtigkeit der Rechnungen nach derselben zu prüfen. Die Bedingungsgleichung, welche zu diesem Zwecke dient, ist (Fundamenta p. 198) in Bezug auf die erste Approximation folgende

$$S+s = 2w+\delta\frac{dz}{dt}+\gamma-2\gamma s\cos g$$

und man findet durch dieselbe vermittelst der oben berechneten Werthe der rechten Seite derselben:

$$\begin{aligned}S+s = {} & (-\tfrac{1}{2}+\tfrac{3}{4} = -\tfrac{7}{12})u^2+(\tfrac{3}{2}-\tfrac{3}{2}=0)u^2e\cos g+(3-3=0)u^2e'\cos(-g')+(1-\tfrac{11}{8}=-\tfrac{3}{8})u^2e'\cos(2g-g'+H_2)\\ & +\{-\tfrac{11}{8}+\tfrac{11}{8}=0)u+(-\tfrac{1203}{1606}+\tfrac{1203}{1606}=-\tfrac{3}{4})u^2\}e\cos(g-2g'+H_2)\\ & +\{(-2+\tfrac{11}{4}=\tfrac{3}{4})u^2+(-\tfrac{11}{8}+\tfrac{21}{16}=\tfrac{3}{4})u^3\}\cos(2g-2g'+H_2)+(-\tfrac{1}{4}+\tfrac{3}{4}=\tfrac{1}{2})u^2e\cos(3g-2g'+H_2)\\ & +(-7+\tfrac{15}{2}=\tfrac{1}{2})u^2e'\cos(2g-3g'+H_2).\end{aligned}$$

Rechnet man nun aufserdem noch $S+s$ direct durch die Formel

$$S+s = s+\frac{f_n[i,i']_n}{i+i'u+\nu_n}\cos(ig+i'g'+H_2)$$

(Fundamenta pp. 53 u. 180), wovon für $[i,i']_n$ der Reihe nach die oben gegebenen Coefficienten von $a\Omega$ substituirt werden müssen, und die übrigen Gröfsen ebenfalls oben gegeben sind, so ergiebt sich

$$\begin{aligned}S+s = {} & -\tfrac{7}{12}u^2-\tfrac{3}{4}u^2e'\cos(2g-g'+H_2)-\tfrac{3}{2}u^2e\cos(g-2g'+H_2)\\ & +(\tfrac{3}{4}u^2+\tfrac{3}{4}u^3)\cos(2g-2g'+H_2)+\tfrac{1}{2}u^2e\cos(3g-2g'+H_2)\\ & +\tfrac{1}{2}u^2e'\cos(2g-3g'+H_2)\end{aligned}$$

derselbe Werth wie oben, wodurch also die Richtigkeit der berechneten Coefficienten von ω und $\frac{dz}{dt}$ bestätigt wird. Es bleibt somit also nur die Berechnung von nz aus $\frac{dz}{dt}$ uncontrollirt; diese mufs man, wenn man Fehler darin befürchtet, zweimal rechnen, sie ist aber an sich sehr einfach und verlangt wenige Zeit zur Ausführung.

Keine der aufserdem vorhandenen Methoden ist mit Hülfsmitteln zur Prüfung der Richtigkeit der Rechnung versehen, dafs die meinige solche besitzt, bin ich geneigt für einen wesentlichen Vorzug derselben zu halten, und glaube mich wenigstens darin nicht zu irren.

Herr *Lubbock* ist in seinem Buche weiter gegangen, er hat noch zwei Glieder der zweiten Approximation, zur weiteren Erläuterung meiner Gleichungen (in further illustration of M. *Hansen's* equations) berechnet. Diese sind das mit u^4 multiplicirte Glied in $2g-2g'+H_2$ und das homologe in $4g-4g'+H_2$. Vermittelst einer Rechnung, die in seinem Buche $7\frac{1}{2}$ (schreibe sieben und eine halbe) Seiten einnimmt, bringt er angeblich durch meine Gleichungen ein halb richtiges Resultat zu Wege. Ein halb richtiges im eigentlichsten Verstande, denn den einen Coefficienten rechnet er richtig und den anderen falsch, Er meint in Bezug auf diesen, man könne ihn durch meine Gleichungen erst in der dritten Approximation richtig finden. Hierauf rechnet er die beiden Glieder nach seiner Methode. Diese Rechnung werde ich erst hier vollständig anführen, und dann dieselben Glieder nach meinen Gleichungen berechnen.

Herr *Lubbock* fängt seine Darstellung p. 395 folgendermaafsen an:

I will now show how the same terms may be calculated (see p. 56) by my methods founded upon the equations

Digitized by Google

$$\frac{d^2r^2}{2dt^2} - \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{a} + 2\int dR + r\frac{dR}{dr} = 0.$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{h}{r^2} - \frac{1}{r^2}\int \frac{dR}{d\lambda}\,dt$$

When e^2 is neglected $\frac{h}{a^2} = n$.

If $\mathfrak{r}$ be the value of r which includes the arguments which occur in the elliptic theory, so that

$$\frac{a}{r} = a\left(\frac{1}{\mathfrak{r}} + \delta\frac{1}{r}\right)$$

$$r^2 = \mathfrak{r}^2 - 2\mathfrak{r}^3\,\delta\frac{1}{\mathfrak{r}} + 3\mathfrak{r}^4\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 - \text{etc.}$$

and if

$$-\mathfrak{r}^3\delta\frac{1}{r} + \tfrac{3}{2}\mathfrak{r}^4\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 - \text{etc.} = -a\delta\frac{1}{r} + \mathfrak{r}$$

$$a\delta\frac{1}{r} = r_1\cos 2\tau + r_{131}\cos 4\tau$$

$$\frac{d^2.\mathfrak{r}^2}{2dt^2} - \frac{d^2.\mathfrak{r}^3\delta\frac{1}{r}}{dt^2} + \frac{3d^2.\mathfrak{r}^4\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2}{2dt^2} - \frac{2d^2.\mathfrak{r}^5\left(\delta\frac{1}{r}\right)^3}{dt^2} - \frac{\mu}{r} - \frac{\mu}{a} + 2\int dR + r\frac{dR}{dr} = 0.$$

Für die Berechnung von dR wendet Herr ***Lubbock*** die Gleichung

dR = the differential of R, supposing only nt variable

$$+\left(\frac{dR}{dr}\right)d.\delta r + \left(\frac{dR}{d\lambda}\right)d.\delta\lambda + \left(\frac{dR}{ds}\right)d.\delta s$$

an, bezeichnet man daher die hier erforderlichen Coefficienten von R mit R_1 und R_{131} und die des übrigen Theils der rechten Seite der vorstehenden Gleichung mit $-mR'_1$ und $-mR'_{131}$ so bekommen wir

$$dR = -n(2R_1 + mR'_1)\sin 2\tau - n(4R_{131} + mR'_{131})\sin 4\tau,$$

also

$$\int dR = \frac{2R_1 + mR'_1}{2-2m}\cos 2\tau + \frac{4R_{131} + mR'_{131}}{4-4m}\cos 4\tau$$

und hiemit, da für die obigen Glieder $r\frac{dR}{dr} = 2R$ ist,

$$2\int dR + r\frac{dR}{dr} = 2\left\{\left(\frac{2}{2-2m}+1\right)R_1 + \frac{m}{2-2m}R'_1\right\}\cos 2\tau + 2\left\{\left(\frac{4}{4-4m}+1\right)R_{131} + \frac{m}{4-4m}R'_{131}\right\}\cos 4\tau,$$

also

$$P_1 = 2\left\{\left(\frac{2}{2-2m}+1\right)R_1 + \frac{m}{2-2m}R'_1\right\}$$

$$P_{131} = 2\left\{\left(\frac{4}{4-4m}+1\right)R_{131} + \frac{m}{4-4m}R'_{131}\right\}$$ *).

Die oben angeführte allgemeine ***Lubbock'***sche Gleichung (A) giebt uns also

$$r_1\left\{(2-2m)^2 - 1\right\} = (2-2m)^2\mathfrak{r}_1 - 2\left\{\left(\frac{2}{2-2m}+1\right)R_1 + \frac{m}{2-2m}R'_1\right\}$$

$$r_{131}\left\{(4-4m)^2 - 1\right\} = (4-4m)^2\mathfrak{r}_{131} - 2\left\{\left(\frac{4}{4-4m}+1\right)R_{131} + \frac{m}{4-4m}R'_{131}\right\}.$$

Um diese Gleichungen anwenden zu können, müssen wir vor allen Dingen die Relationen, welche im jetzigen Falle zwischen $\mathfrak{r}_1$ und $\mathfrak{r}_{131}$ und den Störungscoefficienten des Radius Vectors statt finden, berechnen. Zu dem Ende geben uns die obigen Gleichungen, da hier die Excentricität übergangen werden kann.

$$\mathfrak{r} = \tfrac{3}{2}a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2$$

und der Ausdruck

$$a\left(\delta\frac{1}{r}\right) = r_0 + r_1\cos 2\tau$$

giebt

$$a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 = 2r_0r_1\cos 2\tau + \tfrac{1}{2}r_1^2\cos 4\tau$$

also

$$\mathfrak{r}_1 = 3r_0r_1, \quad \mathfrak{r}_{131} = \tfrac{3}{4}r_1^2$$

bei den Rechnungen nach den Formeln der ersten Approximation ergab sich

$$r_0 = \tfrac{1}{6}m, \quad r_1 = m^2.$$

Hiemit wird also

$$\mathfrak{r}_1 = \tfrac{1}{2}m^4, \quad \mathfrak{r}_{131} = \tfrac{3}{4}m^4.$$

Ferner ist zu berechnen

$$\delta R = \left(\frac{dR}{d\lambda}\right)\delta\lambda + r\left(\frac{dR}{dr}\right)\frac{\delta r}{r}.$$

Hiefür nehmen wir aus den Ausdrücken der ersten Approximation

$$\frac{dR}{d\lambda} = \tfrac{3}{2}m^2\sin 2\tau, \quad r\left(\frac{dR}{dr}\right) = -\tfrac{1}{2}m^2 - \tfrac{3}{2}m^2\cos 2\tau$$

$$\delta\lambda = \tfrac{1}{2}m^2\sin 2\tau, \quad \frac{\delta r}{r} = -a\left(d\frac{1}{r}\right) = -\tfrac{1}{6}m^2 - m^2\cos 2\tau,$$

woraus sich ergiebt

$$\delta R = (\tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{2} = \tfrac{3}{4})m^4\cos 2\tau + (-\tfrac{3}{8}\tfrac{1}{3} + \tfrac{3}{4} = -\tfrac{9}{32})m^4\cos 4\tau,$$

*) Ich habe hier den Factor $\frac{a}{\mu}$ übergangen, auf welchen es bei dieser Rechnung nicht ankommt, und welcher nur die Formeln weitläuftiger wie nöthig wäre, machen würde.

Digitized by Google

addiren wir hiezu die betreffenden Glieder des Werthes der ersten Approximation von R, so bekommen wir

$$R = (-\tfrac{3}{4}m^2+\tfrac{3}{4}m^4)\cos 2\tau - \tfrac{5}{32}m^4\cos 4\tau$$

also

$$R_1 = -\tfrac{3}{4}m^2+\tfrac{3}{4}m^4, \quad R_{181} = -\tfrac{5}{32}m^4.$$

Die Gröfsen R'_1 und R'_{181} sind bei dieser Rechnung gleich Null, und kommen erst bei dieser Gattung von Gliedern in Betracht, wenn man die mit m^5 multiplicirten Glieder berechnen will. Substituiren wir nun die eben gefundenen Werthe von r_1, r_{181}, R_1 und R_{181} in die obigen Bedingungsgleichungen für r_1 und r_{181}, so erhalten wir

$$r_1(3-8m+4m^2) = 2m^4-2(2+m+m^2)(-\tfrac{3}{4}m^2+\tfrac{3}{4}m^4)$$

$$15r_{181} = \frac{16\cdot 3}{4}m^4+\frac{2\cdot 2\cdot 9}{32}m^4,$$

woraus

$$r_1 = \frac{3m^2+\frac{3}{2}m^3+\frac{3}{2}m^4}{3-8m+4m^2} = m^2+\tfrac{19}{6}m^3+\tfrac{131}{16}m^4$$

$$r_{181} = \tfrac{7}{8}m^4$$

folgt. Für die Berechnung der entsprechenden Längenstörungen durch die oben angeführte Gleichung ist erstens

$$\delta.\frac{dR}{d\lambda} = \frac{d\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)}{d\lambda}\delta\lambda + r\frac{d.\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)}{dr}\frac{\delta r}{r};$$

und die erste Approximation giebt

$$\frac{a}{\mu}\frac{d.\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)}{d\lambda} = 3m^2\cos 2\tau, \quad \frac{a}{\mu}r\frac{d.\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)}{dr} = 3m^2\sin 2\tau$$

$$\delta\lambda = \tfrac{19}{6}m^2\sin 2\tau, \quad \frac{\delta r}{r} = -a\left(\delta.\frac{1}{r}\right) = -\tfrac{1}{6}m^2-m^2\cos 2\tau.$$

Hiemit

$$\frac{a}{\mu}\delta.\left(\frac{dR}{d\lambda}\right) = -\tfrac{1}{2}m^4\sin 2\tau+(\tfrac{19}{16}-\tfrac{3}{2}=\tfrac{5}{16})m^4\sin 4\tau$$

und wenn man das Glied der ersten Approximation hinzufügt,

$$\frac{a}{\mu}\left(\frac{dR}{d\lambda}\right) = (\tfrac{3}{2}m^2-\tfrac{1}{2}m^4)\sin 2\tau+\tfrac{5}{16}m^4\sin 4\tau.$$

Hieraus durch die Integration

$$-\frac{a}{\mu}\int\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)dt = -\frac{1}{na^2}\int\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)dt = (\tfrac{3}{4}m^2+\tfrac{3}{4}m^3+\tfrac{3}{8}m^4)\cos 2\tau+\tfrac{5}{64}m^4\cos 4\tau$$

Ferner mufs berechnet werden

$$\frac{a^2}{r^2} = 1+2a\delta\frac{1}{r}+a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2$$

zu welchem Zwecke

$$a\delta\frac{1}{r} = \tfrac{1}{6}m^2+(m^2+\tfrac{19}{6}m^3+\tfrac{131}{16}m^4)\cos 2\tau+\tfrac{7}{8}m^4\cos 4\tau$$

$$a^2\left(\delta\frac{1}{r}\right)^2 = \tfrac{1}{2}m^4\cos 2\tau+\tfrac{1}{2}m^4\cos 4\tau$$

ist, mithin

$$\frac{a^2}{r^2} = 1+\tfrac{1}{3}m^2+(2m^2+\tfrac{19}{6}m^3+(\tfrac{131}{16}+\tfrac{1}{2}=\tfrac{139}{16})m^4)\cos 2\tau$$
$$+(\tfrac{7}{8}+\tfrac{1}{2}=\tfrac{11}{8})m^4\cos 4\tau.$$

Hiemit bekommen wir

$$-\frac{1}{r^2}\int\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)dt = n(\tfrac{3}{4}m^2+\tfrac{3}{4}m^3+(\tfrac{3}{2}+\tfrac{3}{4}=\tfrac{9}{4})m^4)\cos 2\tau$$
$$+n(\tfrac{5}{64}+\tfrac{11}{8}=\tfrac{93}{64})m^4\cos 4\tau,$$

ferner da in der ersten Approximation $h = a^2n(1-\frac{1}{2}m^2)$ gefunden wurde

$$\frac{h}{r^2} = n(2m^2+\tfrac{19}{6}m^3+(\tfrac{131}{16}-\tfrac{3}{2}=\tfrac{107}{16})m^4)\cos 2\tau+n\tfrac{5}{4}m^4\cos 4\tau,$$

also der angeführten Gleichung zufolge

$$\frac{d\lambda}{dt} = n((2+\tfrac{3}{4}=\tfrac{11}{4})m^2+(\tfrac{19}{6}+\tfrac{3}{4}=\tfrac{47}{12})m^3+(\tfrac{131}{16}+\tfrac{3}{4}=\tfrac{135}{16})m^4)\cos 2\tau$$
$$+n(\tfrac{5}{4}+\tfrac{5}{64}=\tfrac{85}{64})m^4\cos 4\tau.$$

und endlich hieraus, wenn wir mit *Lubbock* setzen,

$$\lambda = \lambda_1\sin 2\tau+\lambda_{181}\sin 4\tau$$

$$\lambda_1 = \frac{\frac{11}{4}m^2+\frac{47}{12}m^3+\frac{135}{16}m^4}{2(1-m)} = \tfrac{11}{8}m^2+\tfrac{49}{12}m^3+\tfrac{301}{128}m^4$$

$$\lambda_{181} = \tfrac{301}{256}m^4.$$

Ich werde nun dieselben Glieder durch meine Gleichungen der zweiten Approximation berechnen. Hiezu ist vor allen Dingen nöthig aus dem oben angeführten Werthe von $a\Omega$ durch Multiplication mit $f_2 = 2$ zu entnehmen,

$$-\frac{1}{n}\frac{dS}{dt} = -\frac{a}{n}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) = \tfrac{3}{2}u^2\sin(2g-2g'+H_2)$$

und hieraus durch Hülfe von $E^{0,0} = 2$ und $E^{-1,1} = -1$, (Fundamenta p. 208), oder welches dasselbe ist durch Multiplication mit

$$2-2\cos(\gamma-g)$$

zu berechnen

$$V = 3u^2\sin(2g-2g'+H_2)-\tfrac{3}{2}u^2\sin(-\gamma+3g-2g'+H_2)-\tfrac{3}{2}u^2\sin(\gamma+g-2g'+H_2).$$

Hieraus und durch den oben in der ersten Approximation gegeben Werth von T, nemlich

$$\frac{1}{n}T = -u^2\sin(\gamma-g)+\tfrac{3}{2}u^2\sin(2g-2g'+H_2)-\tfrac{3}{2}u^2\sin(-\gamma+3g-2g'+H_2)-\tfrac{3}{2}u^2\sin(\gamma+g-2g'+H_2)$$

Digitized by Google

wird vermittelst der Gleichung (Fundamenta p. 210) *)

$$r\frac{dT}{dr} = T + V - \frac{dS}{dt}$$

berechnet,

$$\frac{1}{n}r\frac{dT}{dr} = -u^2\sin(\gamma-g) + 9u^3\sin(2g-2g'+H_2) - 3u^3\sin(-\gamma+3g-2g'+H_2) - 6u^3\sin(\gamma+g-2g'+H_2)$$

Der eben angeführte Werth von T giebt durch die Differentiation

$$\frac{1}{n}\frac{dT}{dg} = u^2\cos(\gamma-g) + 9u^3\cos(2g-2g'+H_2) - \tfrac{9}{2}u^3\cos(-\gamma+3g-2g'+H_2) - \tfrac{9}{2}u^3\cos(\gamma+g-2g'H_2)$$

Heben wir aufserdem aus den oben stehenden Rechnungen der ersten Approximation

$$\frac{dW}{d\gamma} = u^2\sin(\gamma-g) + \tfrac{1}{2}u^3\sin(-\gamma+3g+2g'+H_2) - \tfrac{3}{2}u^3\sin(\gamma+g-2g'+H_2)$$
$$n\delta z = \tfrac{1}{8}u^2\sin(2g-2g'+H_2); \quad w = -\tfrac{3}{8}u^2 - u^2\cos(2g-2g'+H_2)$$
$$S+s = -\tfrac{7}{12}u^2 + \tfrac{3}{4}u^2\cos(2g-2g'+H_2); \quad \gamma = \tfrac{3}{4}u^2$$

heraus, und erwägen, dafs (Fundamenta p. 217) $2H_2 = H_{11}$ ist, so haben wir alle zur Berechnung der fraglichen Glieder nöthigen Data. Die Gleichungen der zweiten Approximation sind nun mit Uebergehung der Excentricität, welche hier nicht in Betracht kommt (Fundamenta pp. 206 u. 229)

$$(C)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} W = \int\left\{T - 2V(S+s) + \frac{dT}{dg}n\delta z + r\frac{dT}{dr}w + \gamma\frac{dW}{d\gamma}\right\}dt \\ n\delta z = n\int\left\{\overline{W} + \left(\overline{\frac{dW}{d\gamma}}\right)n\delta z + w^2\right\}dt \\ w = -\tfrac{1}{2}n\int\left\{\left(\overline{\frac{dW}{d\gamma}}\right) + \left(\overline{\frac{d^2W}{d\gamma^2}}\right)n\delta z - \left(\overline{\frac{dW}{d\gamma}}\right)w\right\}dt. \end{cases}$$

Nach Ausführung der Multiplicationen von $2V$ mit $S+s$, etc. ergiebt sich

$$\frac{1}{n}\frac{dW}{dt} = \left\{\tfrac{9}{8}u^2 + (\tfrac{7}{4}-6)u^4\right\}\sin(2g-2g'+H_2) + \left\{-\tfrac{3}{2}u^2 + (-\tfrac{7}{4}+\tfrac{11}{16}+2-\tfrac{1}{2}+\tfrac{3}{8})u^4\right\}\sin(-\gamma+(3g-2g'+H_2)$$
$$+\left\{-\tfrac{9}{8}u^2 + (-\tfrac{7}{4}+\tfrac{11}{16}+4+\tfrac{1}{2}-\tfrac{3}{8}V)u^4\right\}\sin(\gamma+g-2g'+H_2) + (-\tfrac{9}{4}+\tfrac{99}{16}-\tfrac{9}{2})u^4\sin(4g-4g'+H_{11})$$
$$+(\tfrac{9}{8}-\tfrac{99}{32}+\tfrac{3}{2})u^4\sin(-\gamma+5g-4g'+H_{11}) + (\tfrac{9}{8}-\tfrac{99}{32}+3)u^4\sin(\gamma+3g-4g'+H_{11}).$$

In diesem Ausdrucke sind alle durch die Multiplicationen sich ergebenden Glieder einzeln, und in derselben Reihenfolge wie die Producte in dem algebraischen Ausdrucke für W angeführt. Addiren wir nun die einzelnen Theile jedes Gliedes, so ergiebt sich

$$\frac{1}{n}\frac{dW}{dt} = (\tfrac{9}{8}u^2 - \tfrac{9}{8}u^4)\sin(2g-2g'+H_2) + (-\tfrac{3}{2}u^2 + \tfrac{13}{16}u^4)\sin(-\gamma+3g-2g'+H_2) + (-\tfrac{3}{8}u^2 + \tfrac{1}{16}u^4)\sin(\gamma+g-2g'+H_2)$$
$$-\tfrac{9}{16}u^4\sin(4g-4g'+H_{11}) \qquad -\tfrac{15}{32}u^4\sin(-\gamma+5g-4g'+H_{11}) \qquad +\tfrac{33}{32}u^4\sin(\gamma+3g-4g'+H_{11})$$

Die Divisoren für die Integration sind der Reihe nach folgende: $-(2-2u+\frac{3}{4}u^2)$, $-(3-2u\frac{3}{2}+u^2)$; $-(1-2u+\frac{3}{4}u^2)$; -4; -5; -3; oder statt dessen die Multiplicatoren

$$-\tfrac{1}{2}(1+u+\tfrac{1}{4}u^2); \quad -\tfrac{1}{3}(1+\tfrac{3}{2}u-\tfrac{1}{12}u^2); \quad -(1+2u+\tfrac{3}{2}u^2); \quad -\tfrac{1}{4}; \quad -\tfrac{1}{5}; \quad -\tfrac{1}{3}.$$

Also

$$W = (-\tfrac{9}{4}u^2 - \tfrac{9}{8}u^3 + \tfrac{11}{16}u^4)\cos(2g-2g'+H_2) + (\tfrac{1}{2}u^2 + \tfrac{1}{2}u^3 - \tfrac{43}{16}u^4)\cos(-\gamma+3g-2g'+H_2) + (\tfrac{3}{8}u^2 + 9u^3 + \tfrac{179}{16}u^4)\cos(\gamma+g-2g'+H_2)$$
$$+\tfrac{9}{64}u^4\cos(4g-4g'+H_{11}) \qquad +\tfrac{3}{32}u^4\cos(-\gamma+5g-4g'+H_{11}) \qquad -\tfrac{11}{32}u^4\cos(\gamma+3g-4g'+H_{11})$$

wo blofs die mit u^4 multiplicirten Glieder zu berechnen nöthig waren, da die übrigen schon in den obigen Rechnungen der ersten Approximation vorkommen. (Wir erhalten nun hieraus, oder aus dem vorstehenden Werthe von $\frac{dW}{d\gamma}$ der ersten Approximation

$$\left(\frac{dW}{d\gamma}\right) = (\tfrac{1}{2}-\tfrac{9}{8})u^2\sin(2g-2g'+H_2) = -4u^2\sin(2g-2g'+H_2)$$

multipliciren wir dieses Glied mit dem eben angeführten Werthe von $n\delta z$, und quadriren aufserdem den nebenstehenden Werth von w, so ergiebt sich

$$\left(\overline{\frac{dW}{d\gamma}}\right)n\delta z = \tfrac{1}{2}u^4\cos(4g-4g'+H_{11})$$
$$w^2 = \tfrac{1}{8}u^4\cos(2g-2g'+H_2) + \tfrac{1}{32}u^4\cos(4g-4g'+H_{11}).$$

*) Zwischen T und $\mathring{T}$ zu unterscheiden ist im gegenwärtigen Falle nicht nöthig.

Digitized by Google

Nun haben wir also vermöge der zweiten Gleichung (*C*) sogleich

$$\frac{d\delta z}{dt} = \left\{ \tfrac{11}{4}u^2 + \tfrac{33}{128}u^3 + (\tfrac{11}{16} - \tfrac{423}{144} + \tfrac{179}{16} + \tfrac{3}{4} = \tfrac{1859}{144})u^4 \right\} \cos(2g - 2g' + H_2)$$
$$+ (\tfrac{9}{32} + \tfrac{3}{32} - \tfrac{11}{32} + \tfrac{11}{4} + \tfrac{1}{2} = \tfrac{201}{64})u^4 \cos(4g - 4g' + H_{11})$$

und hieraus nach der Integration, bei welcher ebenfalls nur die mit u^4 multiplicirten Glieder berechnet zu werden brauchen, da die übrigen bereits bei der ersten Approximation berechnet worden sind,

$$n\delta z = (\tfrac{11}{8}u^2 + \tfrac{33}{128}u^3 + \tfrac{1859}{1152}u^4)\sin(2g - 2g' + H_2) + \tfrac{201}{256}u^4 \sin(4g - 4g' + H_{11}),$$

welches der richtige und vollständige Werth dieses Gliedes ist. Wir haben ferner aus dem angeführten Werthe von $\frac{dW}{d\gamma}$ der ersten Approximation

$$\left(\frac{dW}{d\gamma^2}\right) = u^2 + (-\tfrac{1}{2} - \tfrac{9}{2} = -5)u^2 \cos(2g - 2g' + H_2)$$

Hiemit, und durch Hülfe der eben angeführten Werthe von $\left(\frac{dW}{d\gamma}\right)$, $n\delta z$ und w,

$$\left(\frac{\overline{d^2W}}{d\gamma^2}\right) n\delta z = \tfrac{11}{8}u^4 \sin(2g - 2g' + H_2) - \tfrac{33}{128}u^4 \sin(4g - 4g' + H_{11})$$
$$-\left(\frac{\overline{dW}}{d\gamma}\right) w = -\tfrac{9}{8}u^4 \sin(2g - 2g' + H_2) - 2u^4 \sin(4g - 4g' + H_{11})$$

Wenn wir nun den eben gefundenen Werth von W nach γ differentiiren, und der dritten Gleichung (C) gemäfs addiren, so ergiebt sich

$$-\frac{2}{n}\frac{dw}{dt} = \left\{ -4u^2 - \tfrac{33}{8}u^3 + (-\tfrac{423}{144} - \tfrac{179}{16} + \tfrac{11}{8} - \tfrac{9}{2} = -\tfrac{119}{16})u^4 \right\} \sin(2g - 2g' + H_2)$$
$$+ (\tfrac{33}{32} + \tfrac{11}{32} - \tfrac{33}{16} - 2 = -5)u^4 \sin(4g - 4g' + H_{11})$$

und hieraus durch die Integration

$$w = (-u^2 - \tfrac{19}{8}u^3 - \tfrac{1193}{128}u^4)\cos(2g - 2g' + H_2) - \tfrac{33}{256}u^4 \cos(4g - 4g' + H_{11}),$$

welches ebenfalls der richtige Werth dieser Glieder ist. Nicht nur diese, sondern auch die mit u^5 multiplicirten Glieder dieser Argumente, findet man unter andern durch die Gleichungen (*C*) der zweiten Approximation, und erst bei den mit u^6 multiplicirten Gliedern wird es nöthig sich der Gleichungen der dritten Approximation zu bedienen, während Herr *Lubbock* meint, man müsse schon bei der Berechnung der obigen mit u^4 multiplicirten Glieder zur dritten Approximation seine Zuflucht nehmen.

Es kostet wenig Mühe auch die eben berechneten Glieder vierter Ordnung durch meine Methode zu controliren. Zu dem Ende haben wir erstens (Fundamenta p. 232)

$$S = 2w + \delta\frac{dz}{dt} - \tfrac{1}{2}\left(\delta\frac{dz}{dt}\right)^2 - \gamma\delta\frac{dz}{dt}$$

und die oben berechneten Coefficienten der ersten Approximation geben

$$\tfrac{1}{2}\left(\delta\frac{dz}{dt}\right)^2 = \tfrac{1089}{512}u^4 \cos(4g - 4g' + H_{11})$$
$$\gamma\delta\frac{dz}{dt} = \tfrac{99}{16}u^4 \cos(2g - 2g' + H_2)$$

also mit Zuziehung der Werthe von w und $\delta\frac{dz}{dt}$, die in der zweiten Approximation gefunden wurden,

$$S = (-\tfrac{101}{8} + \tfrac{1859}{144} - \tfrac{99}{16} = -\tfrac{3}{2})u^4 \cos(2g - 2g' + H_2)$$
$$+ (-\tfrac{3}{2} + \tfrac{201}{64} - \tfrac{1089}{512} = 0)u^4 \cos(4g - 4g' + H_{11}).$$

Zweitens mufs S durch die Formel (Fundamenta p. 150)

$$S = \int \left\{ \frac{d(S)}{dt} - \frac{d(S)}{dt}(S + s) + \frac{d^2(S)}{dt\,dg} n\delta z + r\frac{d^2(S)}{dt\,dr} w \right\} dt$$

berechnet werden. Hiefür haben wir in Bezug auf die obigen Glieder aus dem vorhergehenden

$$\frac{1}{n}\frac{d(S)}{dt} = -\tfrac{3}{2}u^2 \sin(2g - 2g' + H_2); \quad S + s = -\tfrac{7}{12}u^2 + \tfrac{3}{4}u^2 \cos(2g - 2g' + H_2)$$
$$\frac{1}{n}\frac{d^2(S)}{dt\,dg} = -3u^2 \cos(2g - 2g' + H_2); \quad n\delta z = \tfrac{11}{8}u^2 \sin(2g - 2g' + H_2)$$
$$\frac{1}{n}r\frac{d^2(S)}{dt\,dr} = -3u^2 \sin(2g - 2g' + H_2); \quad w = -\tfrac{3}{4}u^2 - u^2 \cos(2g - 2g' + H_2),$$

Digitized by Google

also der vorstehenden Gleichung zufolge

$$\frac{1}{n}\frac{dS}{dt} = \{-\tfrac{3}{2}u^2+(-\tfrac{7}{6}+2=\tfrac{5}{6})u^2\}\sin(2g-2g'+H_2)$$
$$+(\tfrac{9}{16}-\tfrac{33}{16}+\tfrac{3}{2} \;=\; 0)u^4\sin(4g-4g'+H_4).$$

Hieraus durch die Integration, mit Uebergehung der Glieder zweiter und dritter Ordnung, die schon eben berechnet worden sind,

$$S = -\tfrac{3}{4}u^4\cos(2g-2g'+H_2)+0\,u^4\cos(4g-4g'+H_4)$$

wie oben, wodurch die Richtigkeit der Rechnung bestätigt wird.

Werfen wir nun einen Rückblick auf den mich betreffenden Theil von Herrn *Lubbock's* Buche, so ergiebt sich im Wesentlichsten Folgendes. Er bekümmert sich bei seiner Erläuterung meiner Gleichungen durch Anwendungen derselben auf die Mondtheorie um das Werk, worin diese bis jetzt einzig und allein vorgetragen ist, die Fundamenta nova investigationis etc., so gut wie gar nicht. Denn zwei Citate desselben kommen nur vor; davon bezieht sich das Eine (p. 361) auf eine Gleichung, die in meiner Mondtheorie gar nicht gilt, und am angeführten Orte mit einer wesentlichen Veränderung, von welcher er keine Notiz nimmt, vorkommt, und das andere (p. 373) betrifft nur die an sich geringfügige Feststellung der Bedeutung eines Buchstabens, nemlich, dafs ich in meiner Mondtheorie die Gröfse $\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}$ mit dem Buchstaben h bezeichnet habe.

Dagegen entlehnt er seine Hauptgleichungen und einen Theil von deren Entwickelungen aus einer zwar schätzbaren Relation eines anderen Verfassers (des Herrn Professors *Encke*) über den Theil meiner Arbeiten in der Planetentheorie, der sich auf die erste Potenz der Massen bezieht, der aber auf meine Mondtheorie nicht angewandt werden kann. Den bei weitem gröfseren Theil der Entwickelungen führt er nach eigener Erfindung, wenigstens nicht auf meine Art aus, wendet zum Theil andere Hülfs- und Zwischengröfsen, andere Nebengleichungen an wie ich und bringt ein Resultat daraus zu Wege, das noch dazu zum Theil unrichtig ist. Keine Spur ist in jenem Buche von den wesentlichen Punkten meines Verfahrens zu finden, keine Spur unter andern von der Integrationsmethode, die ich bei der Darlegung meiner Mondtheorie in den Fundamentis gegeben habe. Folge dieses Verfahrens ist, dafs er Seiten lange Rechnungen zu machen genöthigt gewesen ist, wo eine Rechnung von ein paar Zeilen hinreichend gewesen wäre, dafs er Mängel findet, wo keine vorhanden sind, ja dafs er, um nicht ein augenscheinlich gänzlich unrichtiges Resultat zu erlangen, genöthigt ist zu einem den Grundzügen der Mathematik gradezu widerstreitenden Verfahren seine Zuflucht zu nehmen, dafs er mit andern Worten aus seiner Differenzialgleichung ein Glied ohne Weiteres weglassen mufs, um nicht ein jedenfalls unrichtiges Integral zu erhalten. Kurz seine Erläuterung meiner Gleichungen ist grade das Gegentheil von dem, was man von solcher zu erwarten berechtigt ist.

Wenden wir uns nach dieser Beleuchtung des Textes von Herrn *Lubbocks* Buche zur Vorrede desselben. Hier finden wir nach einigen Behauptungen, auf die ich weiter unten zurückkommen werde, p. XI Folgendes:

„The most advantageous method of calculating the perturbations of the small planets is that described by M. *de Pontécoulant*, Théor. Anal. Vol. III. p. 505, which I shall here briefly recapitulate. If

$$P = 2\int dR + \frac{rdR}{dr}$$

$$\delta r = \frac{na^2}{\mu}\frac{\sin v}{1-e\cos v}\int P(e-\cos v)dt - \frac{na^2}{\mu}\frac{e-\cos v}{1-e\cos v}\int P\sin v\,dt.$$

The coefficients in $\frac{aR}{\mu}$ and $\frac{ar\,dR}{\mu}$ must be obtained by mechanical quadratures in the manner described by M. *de Pontécoulant*, Théor. Anal. Vol. III. p. 492.

$\delta\lambda$ being the perturbation of longitude in the orbit,

$$\delta\lambda = \frac{2r}{h}\frac{d\delta r}{dt} + \frac{dr}{hdt}\delta r + \frac{3}{h}\iint dR\,dt + \frac{2}{h}\int r\frac{dR}{dr}dt$$
$$= \frac{n^2a^2}{\mu h}\left\{\frac{2(\cos v-e)}{(1-e\cos v)^2}+\frac{e\sin^2 v}{(1-e\cos v)^2}\right\}\int P(e-\cos v)dt$$
$$+\frac{n^2a^2}{\mu h}\left\{-\frac{2\sin v(1-e^2)}{(1-e\cos v)^2}-\frac{(e-\cos v)e\sin v}{(1-e\cos v)^2}\right\}\int P\sin v\,dt$$
$$+\frac{3}{h}\iint dR\,dt+\frac{2}{h}\int r\frac{dR}{dr}dt\ *).$$

If this method be compared with M. *Hansen's*, it will be seen that both require the determination of the coefficients in developments of R and $r\frac{dR}{dr}$, but the formations of the products

$$P(e-\cos v),\quad P\sin v$$

is far easier than the operations required in Mr. *Hansen's* method, in consequence of the great quantity of arguments which occur in $F(\xi,\bar{\xi})$, from the necessity of distinguishing between ξ and $\bar{\xi}$."

Also die vortheilhafteste Methode, die Störungen der kleinen Planeten zu berechnen, ist von Herrn *Pontécoulant* beschrieben, und in den vorstehenden Formeln enthalten. Schlagen wir nun bei *Pontécoulant* nach, so finden wir nach Verbesserung der darin befindlichen Fehler, allerdings Formeln,

*) This equation ought to be identical with the equation *C* of M. *de Pontécoulant* Vol. III p. 507.

Digitized by Google

die mit den obigen identisch sind, es ist jedoch darin die wahre Anomalie angewandt, wie bei den Auctoren, die diese Formeln zuerst gegeben haben, während oben bei Herrn *Lubbock* v die excentrische Anomalie bedeutet. Herr *Lubbock* hat also für nöthig befunden, die vortheilhaftesten, also die besten Formeln zu verändern. Ich würde gerne, in seine Ideen eingehend, diese Veränderung eine Verbesserung nennen, wenn es mir nur möglich wäre zu begreifen, wie man die besten Formeln verbessern könne.

Es sollen nun nach Herrn *Lubbock* $\frac{aR}{\mu}$ und $a\frac{rdR}{\mu dr}$ durch mechanische Quadraturen auf die Art entwickelt werden, die von *Pontécoulant* a. a. O. beschrieben ist. Betrachten wir diese Art, so finden wir, dafs es dieselbe ist, die ich bereits vor 11 Jahren auf Jupiter und Saturn angewandt habe, auch die von *Pontécoulant* angeführten Vorschriften über die bei diesen beiden Planeten hiefür nöthigen Kreistheilungen, nemlich 32 und 16, sind bis auf einen Fehler, den er dabei begeht, indem er die Anomalie selbst für die Differenz der Anomalien setzt, die von mir gegebenen und angewandten; numerische Werthe, die er als Resultat einer solchen Berechnung giebt, stimmen bis auf die letzte Decimale mit denjenigen, die ich unter andern als Resultat dieser Rechnung in meiner Preisschrift über die Störungen des Jupiters und Saturns gegeben habe. Deshalb habe ich gegründete Ursache zu glauben, dafs Herr *G. de Pontécoulant* diese Angaben und Resultate aus meinen Arbeiten entnommen hat, obgleich er meiner dabei mit keiner Sylbe erwähnt, und ich könnte mehrere Beispiele anführen, wo er meine Arbeiten benutzt hat, während er sich nicht minder wie *Lubbock* bemühte sie zu verdächtigen.

Also die Art, die Gröfsen R und $r\frac{dR}{dr}$ durch mechanische Quadraturen zu entwickeln, welche Herr *Lubbock* die vortheilhafteste nennt, sieht dem Verfahren, welches ich zuerst, und bereits vor einer Reihe von Jahren beim Jupiter und Saturn angewandt habe, so ähnlich wie ein Ei dem andern, und somit hat er, indem er das Gegentheil zu bewirken sich bemühte, wenigstens diesen Theil meiner Arbeiten selbst gerechtfertigt. Es ist in der That interessant, dafs er, während er meine Arbeiten tadelt, mir unter anderm Namen meine eigenen Arbeiten zum Muster vorhält.

Wir wollen nun untersuchen, wie es um die übrigen, in dem angeführten Passus enthaltenen, Behauptungen des Herrn *Lubbock* steht. Es sollen nach ihm die Producte

$$P(e-\cos v) \quad \text{und} \quad P\sin v$$

durch Hülfe der Entwickelungen der Factoren $e-\cos v$ und $\sin v$, welche er nach *Encke* anführt, ausgeführt werden, und er sagt dazu, wie oben in der Originalsprache angeführt worden ist, dafs die Bildung dieser Producte weit leichter sey, wie die Operationen, welche meine Methode erfordert, wegen der grofsen Anzahl von Argumenten, die durch die Nothwendigkeit der Unterscheidung zwischen ξ und $\overline{\xi}$ in $F(\xi,\overline{\xi})$ erzeugt werden *).

Gewifs müssen nach der Berechnung der Coefficienten von R und $r\frac{dR}{dr}$ durch mechanische Quadraturen, und der Berechnung der Gröfse P aus diesen, die genannten Producte $P(e-\cos v)$ und $P\sin v$ berechnet werden, aber hiemit ist die Rechnung noch nicht zu Ende, denn hierauf und nach der Integration dieser beiden Producte, d. h. nach der Division der einzelnen Coefficienten derselben mit gewissen Gröfsen, müssen für die Längenstörungen nothwendig auch die Producte

$$\left\{\frac{2(\cos v-e)+e\sin^2 v}{(1-e\cos v)^2}\right\} \times \int P(e-\cos v)\,dt$$

und

$$\left\{\frac{2\sin v(1-e^2)+(e-\cos v)e\sin v}{(1-e\cos v)^2}\right\} \times \int P\sin v\,dt$$

so wie für die Störungen des Radius Vectors die Producte

$$\frac{\sin v}{1-e\cos v} \times \int P(e-\cos v)\,dt$$

und

$$\frac{e-\cos v}{1-e\cos v} \times \int P\sin v\,dt$$

berechnet werden. Davon schweigt Herr *Lubbock* still; in der That, wenn die Berechnung dieser Producte nicht nöthig wäre, so stände meine Methode freilich sehr im Nachtheil gegen diese angeblich *Pontécoulant*'sche, da in den Factoren $e-\cos v$ und $\sin v$ allerdings weniger Glieder enthalten sind, wie in meiner Methode in den den Gröfsen $\frac{d\Omega}{ds}$ und $r\frac{dR}{dr}$ zukommenden Factoren, welche Functionen von γ und g sind. Da somit die Vergleichung, welche Herr *Lubbock* zwischen den obigen Gleichungen und den meinigen angestellt hat, unrichtig und unvollständig ausgefallen ist, so werde ich mir, der Richtigkeit und Vollständigkeit wegen, erlauben hier auch eine Vergleichung anzustellen.

Ich nehme an, dafs man, nachdem aR und $ar\frac{dR}{dr}$ durch mechanische Quadraturen entwickelt worden sind, gefunden habe:

---

*) Ich bemerke hier, dafs ich keine bisher gehörigen Gröfsen mit ξ, $\overline{\xi}$ oder $F(\xi,\overline{\xi})$ benannt habe, bin indefs überzeugt, dafs Herr *Lubbock* mit jenen die Gröfsen meint, die ich g und γ genannt habe, und unter dieser die Coefficienten von $a\frac{d\Omega}{ds}$ und $ar\frac{d\Omega}{dr}$ in meinen Formeln versteht.

Digitized by Google

$$aR = \Sigma K_c^{i,i'} \cos(ig+i'g') + \Sigma K_s^{i,i'} \sin(ig+i'g')$$
$$ar\frac{dR}{dr} = \Sigma L_c^{i,i'} \cos(ig+i'g') + \Sigma L_s^{i,i'} \sin(ig+i'g')$$

wo g und g' die mittleren Anomalien des gestörten und störenden Planeten, i und i' ganze positive oder negative Zahlen, die Null eingeschlossen, und $K_c^{i,i'}$, $K_s^{i,i'}$, $L_c^{i,i'}$, $L_s^{i,i'}$ numerische Coefficienten sind. Es seyen ferner berechnet

$$e - \cos v = E_0 + 2E_1 \cos g + 2E_2 \cos 2g + 2E_3 \cos 3g + \text{etc.}$$
$$\sin v = 2F_1 \sin g + 2F_2 \sin 2g + 2F_3 \sin 3g + \text{etc.}$$
$$\frac{n^2a^2}{\mu h}\left\{\frac{2(\cos v - e) + e\sin^2 v}{(1-e\cos v)^2}\right\} = G_0 + 2G_1 \cos g + 2G_2 \cos 2g + 2G_3 \cos 3g + \text{etc.}$$
$$-\frac{n^2a^2}{\mu h}\left\{\frac{2\sin v(1-e^2) + (e-\cos v)e\sin v}{(1-e\cos v)^2}\right\} = 2H_1 \sin g + 2H_2 \sin 2g + 2H_3 \sin 3g + \text{etc.}$$
$$\frac{na}{\mu}\frac{\sin v}{1-e\cos v} = 2M_1 \sin g + 2M_2 \sin 2g + 2M_3 \sin 3g + \text{etc.}$$
$$-\frac{na}{\mu}\frac{e-\cos v}{1-e\cos v} = N_0 + 2N_1 \cos g + 2N_2 \cos 2g + 2N_3 \cos 3g + \text{etc.}$$

wo die Coefficienten E_{iii}, F_{iii}, etc. Functionen der Excentricität des gestörten Planeten sind, und zwar dergestalt, dafs die mit dem Index 0 von der ersten, die mit dem Index 1 von der nullten, die mit dem Index 2 von der ersten, die mit dem Index 3 von der zweiten Ordnung u. s. w. in Beziehung auf diese Excentricität sind.

Ich werde nun, um in dieser vergleichenden Darstellung alles Ueberflüssige zu vermeiden, nur die in R und $r\frac{dR}{dr}$ mit dem Cosinus von $ig+i'g'$ multiplicirten Glieder berücksichtigen; die Abkürzungen, die dadurch entstehen, sind für beide zu vergleichenden Methoden einander proportional, denn es wird dadurch jedenfalls in jeder derselben die Hälfte der vorhandenen Glieder weggelassen. In Folge dessen lasse ich im Folgenden auch den Index c weg. Ich werde ferner, um den Entwickelungen ein bestimmtes Ziel zu setzen, annehmen, dafs in den zu entwickelnden Störungscoefficienten von $d\lambda$ und dr $i = -i'$ sey, (wodurch die gröfsten Glieder derselben von der nullten Ordnung in Bezug auf Excentricitäten und Neigungen werden) und diese Störungscoefficienten bis auf Gröfsen zweiter Ordnung incl. entwickeln. Da in den hiezu nöthigen Rechnungen der Index i' immer derselbe bleibt, so werde ich denselben gleichfalls bei den Entwickelungscoefficienten aR und $ar\frac{dR}{dr}$ nicht hinschreiben. Es ist nun, um die beabsichtigten Glieder zu erhalten, zuerst nöthig zu berechnen:

$$\frac{3}{h}\iint dR + \frac{2}{h}\int r\frac{dR}{dr}\,dt = \left\{\frac{3}{ha}\frac{i}{(in+i'n')^2}K^i + \frac{2}{ha}\frac{1}{in+i'n'}L^i\right\}\sin(ig+i'g')$$

ferner

$$\begin{aligned}
aP = {} & \left\{\frac{2(i-2)}{(i-2)n+i'n'}K^{i-2} + L^{i-2}\right\}\cos((i-2)g+i'g') \\
& + \left\{\frac{2(i-1)}{(i-1)n+i'n'}K^{i-1} + L^{i-1}\right\}\cos((i-1)g+i'g') \\
& + \left\{\frac{2i}{in+i'n'}K^i + L^i\right\}\cos(ig+i'g') \\
& + \left\{\frac{2(i+1)}{(i+1)n+i'n'}K^{i+1} + L^{i+1}\right\}\cos((i+1)g+i'g') \\
& + \left\{\frac{2(i+2)}{(i+2)n+i'n'}K^{i+2} + L^{i+2}\right\}\cos((i+2)g+i'g')
\end{aligned}$$

wo n und n' die mittleren Bewegungen des gestörten und des störenden Planeten bedeuten. Da nach Ausführung dieser Rechnung ein jeder der 5 angegebenen Coefficienten von P eine numerische Gröfse ist, mit welcher ohne Rücksicht auf die Zahl der Glieder, die man, um sie zu erhalten, hat berechnen müssen, weiter fortgerechnet wird, so will ich dieselben der Reihe nach wie sie da stehen mit $A^{(-2)}$, $A^{(-1)}$, $A^{(0)}$, $A^{(1)}$ und $A^{(2)}$ bezeichnen. Hiemit ist ferner zu berechnen:

$$\begin{aligned}
a\int P(e-\cos v)\,dt = {} & \frac{E_1A^{(-1)} + E_2A^{(0)}}{(i-2)n+i'n'}\sin((i-2)g+i'g') \\
& + \frac{E_0A^{(-1)} + E_1A^{(-2)} + E_2A^{(0)} + E_3A^{(1)}}{(i-1)n+i'n'}\sin((i-1)g+i'g') \\
& + \frac{E_0A^{(0)} + E_1A^{(-1)} + E_2A^{(1)}}{in+i'n'}\sin(ig+i'g') \\
& + \frac{E_0A^{(1)} + E_1A^{(0)} + E_2A^{(-1)} + E_3A^{(2)}}{(i+1)n+i'n'}\sin((i+1)g+i'g') \\
& + \frac{E_1A^{(1)} + E_2A^{(0)}}{(i+2)n+i'n'}\sin((i+2)g+i'g')
\end{aligned}$$

Digitized by Google

Diese 5 Coefficienten werde ich aus demselben Grunde wie oben der Reihe nach mit $B^{(-2)}$, $B^{(-1)}$, $B^{(0)}$, $B^{(1)}$ und $B^{(2)}$ bezeichnen. Nun ist zu berechnen

$$a\int P\sin v\,dt = \frac{F_1A^{(-1)}+F_2A^{(0)}}{(i-2)n+i'n'}\cos((i-2)g+i'g')$$
$$+\frac{-F_1A^{(-2)}+F_1A^{(0)}+F_2A^{(1)}}{(i-1)n+i'n'}\cos((i-1)g+i'g')$$
$$+\frac{-F_1A^{(-1)}+F_2A^{(1)}}{in+i'n'}\cos(ig+i'g')$$
$$+\frac{-F_1A^{(0)}-F_2A^{(-1)}+F_1A^{(2)}}{(i+1)n+i'n'}\cos((i+1)g+i'g')$$
$$+\frac{-F_1A^{(1)}-F_2A^{(0)}}{(i+2)n+i'n'}\cos((i+2)g+i'g')$$

Diese Coefficienten bezeichne ich der Reihe nach mit $C^{(-2)}$, $C^{(-1)}$, $C^{(0)}$, $C^{(1)}$ und $C^{(2)}$. Nachdem diese Rechnungen ausgeführt worden sind, ergiebt sich

$$\delta\lambda = \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{ha}\frac{i}{(in+i'n')^2}K^i + \frac{2}{ha}\frac{1}{in+i'n'}L^i \\ +G_0B^{(0)}+G_1B^{(-1)}+G_2B^{(2)} \\ +G_1B^{(1)}+G_2B^{(2)} \\ +H_1C^{(-1)}+H_2C^{(-2)} \\ -H_1C^{(1)}-H_2C^{(2)} \end{array}\right\}\sin(ig+i'g')$$

und

$$\delta r = \left\{\begin{array}{l} -M_1B^{(-1)}-M_2B^{(-2)} \\ +M_1B^{(1)}+M_2B^{(2)} \\ +N_0C^{(0)}+N_1C^{(-1)}+N_2C^{(-2)} \\ +N_1C^{(1)}+N_2C^{(2)} \end{array}\right\}\cos(ig+i'g')$$

Ich werde nun nach meiner Methode, so wie sie in meinen Fundamentis beschrieben ist, und mit Zuziehung desjenigen aus meinen „Untersuchungen über die gegenseitigen Störungen des Jupiters und Saturns," welches hieher gehört, denselben Störungscoefficienten bis auf denselben analytischen Grad der Genauigkeit entwickeln. Die anzuwendenden Gleichungen sind (Fund. pp. 157, 184 u. 185 und Untersuchungen etc. p. 6.)

$$nz = g+n\int\overline{W}dt; \quad w = C-\tfrac{1}{2}z-\tfrac{1}{2}n\int\left(\frac{d\overline{W}}{d\gamma}\right)dt$$
$$W = -b+A\xi+B\eta+\int(T)\,dt\ ^*)$$
$$(T) = n\left\{6\int\frac{\rho s\sin(\lambda-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg-6\int\frac{rs\sin(v-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg-4\int\frac{\rho r\sin(v-\lambda)}{a^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg\right\}a\left(\frac{d\Omega}{dz}\right)$$
$$+n\left\{-4\frac{\rho s\sin(\lambda-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}+3\frac{rs\sin(v-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}+2\frac{\rho r\sin(v-\lambda)}{a^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}\right\}ar\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)$$

Ich lasse auch hier der obigen Bemerkung zufolge in $a\Omega$ und $ar\frac{d\Omega}{dr}$ die mit $\sin(ig+i'g')$ multiplicirten Glieder, so wie den Index i' weg, und setze demzufolge

$$a\frac{d\Omega}{dz} = -\Sigma iA^i\sin(ig+i'g') = -\Sigma M^i\sin(ig+i'g')$$
$$ar\frac{d\Omega}{dr} = \Sigma L^i\cos(ig+i'g').$$

Ferner haben wir nach der Entwickelung

$$6\int\frac{\rho s\sin(\lambda-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg-6\int\frac{rs\sin(v-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg-4\int\frac{\rho r\sin(v-\lambda)}{a^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}dg =$$
$$-3+2A\cos\gamma+2B\cos(\gamma-g)+2C\cos(\gamma-2g)+2D\cos(\gamma-3g)+\text{etc.}$$

$$-4\frac{\rho s\sin(\lambda-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}+3\frac{rs\sin(v-\pi)}{a(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}+2\frac{\rho r\sin(v-\lambda)}{a^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}} =$$
$$-A\sin\gamma-B\sin(\gamma-g)-2C\sin(\gamma-2g)-3D\sin(\gamma-3g)-\text{etc.}$$

wozu noch die Größen $\eta^{(1)}$ und $\eta^{(1)}.\eta^{(2)}$ kommen. (Fundamenta p. 186 und „Untersuchungen" p. 27.) Hier sind wie oben bei jener Methode die Factoren von $\frac{d\Omega}{dz}$ und $r\frac{d\Omega}{dr}$ bis auf Größen zweiter Ordnung incl. in Bezug auf die Excentricität vollständig auszuschreiben, und zwar ist B von der nullten, A, A, C und $\eta^{(1)}$ von der ersten, und D und $\eta^{(1)}.\eta^{(2)}$ von der zweiten Ordnung. Die Anzahl dieser Glieder ist mit Einschluss der beiden Größen $\eta^{(1)}$ und $\eta^{(1)}.\eta^{(2)}$, deren Anwendung überdiess einfacher ist, wie die der übrigen, 11, während bei jener Methode die Anzahl aller in den Factoren erforderlichen Glieder bis zu demselben Grade analytischer Genauigkeit 21 beträgt. Gehen wir nur bis auf Größen erster Ordnung in den Factoren, dann kommen in meiner Methode 8, und in jener 15 vor. Entwickeln wir meine Factoren bis auf Größen vierter Ordnung incl., dann kommen zu den obigen Gliedern die folgenden hinzu:

*) Die Glieder $-b+A\xi+B\eta$, $C-\frac{1}{2}z$ und g werden hier nicht gebraucht.

Digitized by Google

$$E\cos(\gamma-4g) + F\cos(\gamma-5g) + G\cos(\gamma+2g) + H\cos(\gamma+3g)$$
$$\text{und resp. } -2E\sin(\gamma-4g) - \tfrac{5}{2}F\sin(\gamma-5g) + G\sin(\gamma+2g) + \tfrac{3}{2}H\sin(\gamma+3g)$$

und überdiefs noch die Gröfsen $\eta^{(3)}$, $\eta^{(4)}$, $\theta^{(1)}$ und $\theta^{(2)}$. Es sind also in diesem Falle, wenn man die zuletzt genannten Gröfsen mitzählt, 23 Glieder vorhanden, während bei jener Methode jeder der 6 Factoren zwei neue Glieder erhält, wodurch also im Ganzen 33 Glieder herauskommen, und so ferner für jeden Grad der Annäherung. Hiebei ist noch zu bemerken, dafs die Glieder des einen meiner Factoren bis auf eins derselben, sich durch die leichteste Rechnung aus den Gliedern des andern Factors berechnen lassen, und in mehreren die numerischen Coefficienten so klein sind, dafs man die Glieder selbst einer höheren Ordnung zurechnen kann. So ist z. B. das erste Glied in

$$G = \tfrac{1}{24}e^3, \quad H = \tfrac{1}{32}e^4, \quad \theta^{(1)} = -\tfrac{1}{48}e^3, \quad \theta^{(2)} = -\tfrac{1}{64}e^3.$$

Ueberhaupt ist bei dieser Vergleichung noch zu erwägen, dafs die unendlichen Reihen, welche die entwickelten Factoren, sowohl an sich wie unter einander bilden, in meiner Methode weit stärker convergiren wie in jener, und dafs die Anwendung der η und θ genannten Gröfsen, welche ich in jenen Zählungen einbegriffen habe, weit einfacher ist, wie die der übrigen.

Es ist nun aus den Entwickelungscoefficienten von $\frac{d\Omega}{ds}$ und $r\frac{d\Omega}{dr}$ und den beiden Factoren derselben W zu berechnen, und es ergiebt sich bis zu demselben Grade analytischer Genauigkeit wie oben

$$\begin{aligned}
W = &-\frac{3}{i+i'u}M^i\cos(ig+i'g') \\
&+\frac{AM^{i+1}+AL^{i+1}+BM^i-\frac{1}{2}BL^i+CM^{i-1}-CL^{i-1}}{i+1+i'u}\cos(-\gamma+(i+1)g+i'g') \\
&+\frac{AM^{i-1}+AL^{i-1}+BM^i+\frac{1}{2}BL^i+CM^{i+1}+CL^{i+1}}{i-1+i'u}\cos(\gamma+(i-1)g+i'g') \\
&+\frac{BM^{i+1}-\frac{1}{2}BL^{i+1}+CM^i-CL^i}{i+2+i'u}\cos(-\gamma+(i+2)g+i'g') \\
&+\frac{BM^{i+1}+\frac{1}{2}BL^{i+1}+CM^i+CL^i}{i-2+i'u}\cos(\gamma+(i-2)g+i'g')
\end{aligned}$$

wo

$$u = \frac{n'}{n}$$

ist. Aus dem oben bei der Darlegung jener Methode angeführten Grunde bezeichne ich diese 5 Coefficienten der Reihe nach mit $Q^{(0)}$, $Q^{(1)}$, $Q^{(-1)}$, $Q^{(2)}$ und $Q^{(-2)}$, und somit bekommen wir sogleich

$$n\delta s = \frac{Q^{(0)}+Q^{(1)}+Q^{(-1)}+\eta^{(1)}Q^{(2)}+\eta^{(1)}Q^{(-2)}}{i+i'u}\sin(ig+i'g')$$

$$w = \tfrac{1}{2}\frac{Q^{(1)}-Q^{(-1)}+2\eta^{(1)}Q^{(2)}-2\eta^{(1)}Q^{(-2)}}{i+i'u}\cos(ig+i'g').$$

Die oberflächlichste Betrachtung dieser vergleichenden Darstellung reicht hin, um zu erkennen, auf welcher Seite der Vortheil liegt, oder mit andern Worten, welche Methode die vortheilhaftere ist, und das Ergebnifs der Vergleichung tritt mehr hervor, je genauer man die Entwickelungen betrachtet. Während bei jener Methode 6 Multiplicationen und Summationen zu machen sind, wodurch eine Vielheit der Glieder entsteht, die in meiner Methode keinesweges statt findet, und man vorher und inzwischen Divisionen mit den Gröfsen $i+p+i'u$ ausführen mufs, ist bei meiner Methode mit zwei Multiplicationen und Summationen, und der dazu gehörigen Division mit den Gröfsen $i+p+i'u$ fast die ganze Arbeit abgemacht, denn die hierauf folgenden Rechnungen sind so einfach und kosten so wenig Mühe, dafs sie kaum in Betracht kommen. Man erhält durch die zwei Multiplicationen und die darauf folgenden Divisionen mit $i+p+i'u$ in W für jedes Argument der Längenstörungen drei Glieder, die resp. die Argumente $\cos(ig+i'g')$, $\cos(-\gamma+(i+1)g+i'g')$ und $\cos(\gamma+(i-1)g+i'g')$ haben. Durch eine Rechnung, die so einfach ist, dafs man sie mit sehr wenigen Ausnahmen im Kopfe, und ohne auch nur Eine Zwischenzahl aufs Papier hinzuschreiben, ausführen kann, nemlich durch die Multiplication der bereits berechneten Glieder mit $\eta^{(1)}$, $\eta^{(2)}$, etc. werden die noch übrigen Glieder von W ergänzt; hierauf ist, um die Längenstörungen zu erhalten, nichts weiter zu thun, als die Glieder, die sich unter Einem Argumente vereinigen, und die man daher sogleich im Ausdruck für W unmittelbar unter einander stellen mufs, zu addiren und mit $i+i'u$ zu dividiren. Um die Störungen des Logarithmus des Radius Vectors oder w zu bekommen, werden dieselben Glieder von W, nachdem sie mit den, mit entgegengesetztem Zeichen genommenen Coefficienten von γ, also mit den ganzen Zahlen 0, 1, 2, etc. -1, -2, etc. multiplicirt worden sind, wieder addirt und mit $2(i+i'u)$ dividirt. Würde aber nicht der Vortheil, den diese einfachere Rechnungsweise gewährt, durch eine etwa statt findende Vermeh-

Digitized by Google

rung der Zahl der Glieder aufgehoben? fragt vielleicht dieser oder jener in Bezug auf den Schluſs der oben aus Herrn *Lubbocks* Buche ausgehobenen Stelle. Ich habe schon oben gezeigt, daſs die Zahl der Glieder in den Factoren meiner Methode kleiner ist, wie in denen jener Methode, zählen wir nun noch die Anzahl der Glieder, die berechnet werden muſsten, um die obigen Störungscoefficienten zu erhalten.

In jener Methode waren in den 5 Gliedern von $P10$, im Integral $\int P(e-\cos v)\,dt$ 15, im Integral $\int P \sin v\,dt$ 12, auſserdem in $d\lambda$ 11, und in dr 9 Glieder, also im Ganzen

57 Glieder

zu berechnen nöthig. Bei Anwendung meiner Methode wurde die Berechnung von 21 Gliedern in W nöthig. Will man nun noch die beiden Multiplicationen mit $\eta^{(1)}$ jede für ein Glied rechnen, so kommen dieserwegen 2, und rechnet man die beiden Additionen und Divisionen für ndt und w auch jede für ein Glied, so kommen noch 2 hinzu, also haben wir im Ganzen nur

25 Glieder.

Also nicht bloſs die Berechnung, sondern auch die Zahl der Glieder ist kürzer und geringer bei meiner Methode, wie bei jener, wobei überdies noch der Umstand in Betracht zu ziehen ist, daſs wegen der gröſseren Convergenz der Reihen die Zahl der Glieder oder Argumente in den Störungen der mittleren Länge und dem Logarithmus des Radius Vectors bis zu einem gewissen Grade absoluter Genauigkeit herauf kleiner ist, wie in den Störungen der wahren Länge und des Radius Vectors. Diese und noch mehrere Vortheile habe ich durch Einführung der Gröfse τ und die Wahl meiner Coordinaten erlangt.

Die Zahl der Argumente, deren Coefficienten in W durch Multiplication und Summation direct berechnet werden müssen, ist dreimal so groſs wie die der daraus hervorgehenden Coefficienten oder Argumente der Längen und Radiusstörungen, aber dieses ist, wie Herr *Lubbock* meint, indem er p. X sagt: „In this (in meiner) method, in consequence of the necessity of discriminating between ξ und $\bar{\xi}$, (g und γ oder t und τ in meiner Bezeichnung) the number of arguments which must be separately considered is prodigiously increased," kein Beweis für die Weitläuftigkeit meiner Methode. Auf die Zahl der Argumente, die im Laufe der Rechnung vorkommen, kommt es gar nicht an, denn diese brauchen nicht berechnet zu werden, sondern auf die Zahl und Beschaffenheit der Glieder, aus welchen die Coefficienten der Argumente bestehen. Nun ist aber, wie oben gezeigt worden ist, sowohl die Zahl der Glieder, wie die Mühe der Berechnung derselben in meiner Methode nichts weniger wie ungeheuer vermehrt, sondern im Gegentheil beides sehr vermindert. Die obige *Lubbock*'sche Behauptung ist daher eben so wenig wie seine übrigen Behauptungen gegründeter Tadel meiner Arbeiten. Er hat, indem er sie aussprach, vergessen zu erwägen, ob nicht etwa mein Verfahren ein Argument im Laufe der Rechnung in m Argumente zu zerlegen bewirke, daſs die Berechnung eines jeden der so entstehenden m Coefficienten auch $\frac{1}{m}$ oder noch weniger Arbeit verursache, wie die Berechnung eines Coefficienten ohne diese Zerlegung. Daſs letzteres in der That der Fall ist, habe ich eben zur Genüge gezeigt.

Um nichts wesentliches unerwähnt zu lassen, füge ich hinzu, daſs ich in meiner Preisschrift die Störungen der ersten Ordnung des Jupiters und Saturns durch ein, vom vorstehenden ein wenig abweichendes Verfahren berechnet habe. Nemlich statt W zu berechnen habe ich $\int T d\tau$ berechnet. Hiefür ist bis auf Gröfsen zweiter Ordnung inclusive, der Factor von $a\frac{d\Omega}{ds} =$

$$-3n(\tau-t)+2A\sin\gamma+2B\sin(\gamma-g)+2C\sin(\gamma-2g)+2D\sin(\gamma-3g)$$
$$+2R_1\sin g+2R_2\sin 2g$$

und der Factor von $ar\frac{d\Omega}{dr} =$

$$2A\cos\gamma+B\cos(\gamma-g)+2C\cos(\gamma-2g)+3D\cos(\gamma-3g)$$
$$+R_0-R_1\cos g-2R_2\cos 2g$$

also die Zahl der Glieder der Factoren immer noch kleiner, wie in jener Methode. Wir bekommen hiemit bis zu demselben Grade analytischer Genauigkeit wie oben $n\zeta' =$

$$\begin{aligned}
n\int dt\int T dt = {} & -n(\tau-t)\frac{3}{i+i'u}M^i\cos(ig+i'g') \\
& +\left\{-\frac{3}{(i+i'u)^3}M^i+\frac{R_0L^i+R_1M^{i-1}-\frac{1}{2}R_1L^{i-1}-R_1M^{i+1}-\frac{1}{2}R_1L^{i+1}}{i+i'u}\right\}\sin(ig+i'g') \\
& -\frac{AM^{i+1}-AL^{i+1}+BM^i-\frac{1}{2}BL^i+CM^{i-1}-CL^{i-1}}{i+1+i'u}\sin(-\gamma+(i+1)g+i'g') \\
& +\frac{AM^{i-1}+AL^{i-1}+BM^i+\frac{1}{2}BL^i+CM^{i+1}+CL^{i+1}}{i-1+i'u}\sin(\gamma+(i-1)g+i'g') \\
& -\frac{BM^{i+1}-\frac{1}{2}BL^{i+1}+CM^i-CL^i}{i+2+i'u}\sin(-\gamma+(i+2)g+i'g') \\
& +\frac{BM^{i-1}+\frac{1}{2}BL^{i-1}+CM^i+CL^i}{i-2+i'u}\sin(\gamma+(i-2)g+i'g').
\end{aligned}$$

Digitized by Google

Bezeichnen wir hier den Coefficienten von $sin\,(ig+i'g')$ mit $Q_x^{(0)}$, und geben den Buchstaben $Q^{(1)}$, $Q^{(-1)}$, etc. dieselbe Bedeutung wie oben, so wird

$$nds = \left\{ Q_1^{(0)} - Q_1 + Q_{-1} - \eta^{(1)} Q^{(2)} + \eta^{(1)} Q^{(-2)} \right\} sin\,(ig+i'g')$$

Die Gröfse w habe ich beim Jupiter und Saturn, dort $l(r)$ genannt, eben so berechnet wie oben, nemlich durch die Formel

$$l(r) = -\tfrac{1}{2} \int \left(\frac{\overline{d^2\zeta}}{d\tau^2} \right) dt,$$

welche mit

$$w = -\tfrac{1}{2} n \int \left(\frac{\overline{dW}}{d\gamma} \right) dt$$

durchaus identisch ist. Man sieht, dafs der Ausdruck für $n \int dt \int T d\tau$ etwas minder einfach ist wie der für W, aber er ist stets noch bedeutend einfacher wie die Ausdrücke, auf welche jene, von Herrn *Lubbock* die vortheilhaftesten genannten Formeln führen. Der Zuwachs, den der vorstehende Ausdruck dem Ausdrucke von W gegenüber enthält, besteht aus 5 Gliedern.

Ich könnte hiemit sehr wohl die Vergleichung der beiden Methoden schliefsen, da das Angeführte mehr wie hinreichend ist, über den relativen Werth ein sicheres Urtheil zu fällen, aber wegen der Maafslosigkeit der *Lubbock*'schen Angriffe auf meine Arbeiten darf ich noch zwei wichtige Vorzüge meiner Methode vor jener nicht unerwähnt lassen. Der eine besteht darin, dafs ich Bedingungsgleichungen gegeben habe, wodurch die Richtigkeit der Rechnungen nach derselben ohne Beihülfe von fremder Hand geführt und geprüft wird, wie man oben bei den Darlegungen aus der Mondtheorie gesehen hat; um den andern zu zeigen, werde ich die Entwickelungen bis zu andern Grenzen wie oben durchführen. Ich setze jetzt $i' = -i+2$, woraus bekanntlich folgt, dafs der Coefficient von $\begin{matrix} sin \\ cos \end{matrix}(ig+i'g')$ in Ω, $r\frac{dR}{dr}$, so wie in den Störungen der Länge und des Radius Vectors aus Gröfsen der 2ten, 4ten, 6ten, u. s. w. Ordnung besteht, also von der zweiten Ordnung ist. Die Entwickelungen werde ich nun so weit fortführen, dafs in dem Störungscoefficienten von $sin\,(ig+i'g')$ in der Länge und von $cos\,(ig+i'g')$ im Radius Vector die Glieder zweiter Ordnung vollständig berücksichtigt sind. Ich fange mit jener Methode an, brauche aber, um des Hinschreibens der weitläuftigen Ausdrücke überhoben zu sein, blofs die oben eingeführten, abkürzenden Bezeichnungen $A^{(m)}$, $B^{(m)}$, etc., hänge jedoch diesen Buchstaben auch unten einen Index an, welcher die analytische Ordnung der sie angehören bezeichnet. Somit ist nöthig zu berechnen.

$$\frac{3}{ha}\frac{i}{(in+i'n')^2} K^i + \frac{2}{ha}\frac{1}{in+i'n'} L^i = D_2\, sin\,(ig+i'g') \ldots (2)$$

$$\begin{aligned}
aP &= A_1^{(-3)}\, cos\,((i-3)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (2)\\
&\quad + A_0^{(-2)}\, cos\,((i-2)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (2)\\
&\quad + A_1^{(-1)}\, cos\,((i-1)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (2)\\
&\quad + A_2^{(0)}\, cos\,(ig+i'g') \ldots\ldots\ldots\ldots (2)\\
a\int P(e-cos\,v)\,dt &= B_0^{(-3)}\, sin\,((i-3)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (1)\\
&\quad + B_1^{(-2)}\, sin\,((i-2)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (3)\\
&\quad + B_0^{(-1)}\, sin\,((i-1)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (4)\\
&\quad + B_1^{(0)}\, sin\,(ig+i'g') \ldots\ldots\ldots\ldots (2)\\
&\quad + B_2^{(1)}\, sin\,((i+1)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (3)\\
a\int P\,sin\,v\,dt &= C_0^{(-3)}\, cos\,((i-3)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (1)\\
&\quad + C_1^{(-2)}\, cos\,((i-2)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (2)\\
&\quad + C_0^{(-1)}\, cos\,((i-1)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (3)\\
&\quad + C_1^{(0)}\, cos\,(ig+i'g') \ldots\ldots\ldots\ldots (2)\\
&\quad + C_2^{(1)}\, cos\,((i+1)g+i'g') \ldots\ldots\ldots (3)
\end{aligned}$$

wo die in Klammern rechts von jedem Gliede angesetzte Zahl die Anzahl von Gliedern bedeutet, aus welchem der Coefficient desselben besteht. Es sind also vorläufig 34 Glieder zu berechnen. Hierauf erhält man

$$\begin{aligned}
\delta\lambda &= \left\{ \begin{matrix} D_2 + G_0 B_1^{(0)} + G_1 B_0^{(-1)} + G_2 B_1^{(-2)} + G_3 B_0^{(-3)} + G_4 B_2^{(1)} \\ + H_1 C_0^{(-1)} + H_2 C_1^{(-2)} + H_3 C_0^{(-3)} - H_1 C_2^{(1)} \end{matrix} \right\} sin\,(ig+i'g')\\
\delta r &= \left\{ \begin{matrix} - M_1 B_0^{(-1)} - M_2 B_1^{(-2)} + M_3 B_0^{(-3)} + M_4 B_2^{(1)} \\ + N_0 C_1^{(0)} + N_1 C_0^{(-1)} + N_2 C_1^{(-2)} + N_3 C_0^{(-3)} + N_4 C_2^{(1)} \end{matrix} \right\} cos\,(ig+i'g')
\end{aligned}$$

Es sind also aufser den eben angeführten 34, noch 18, das sind im Ganzen 52 Glieder zu berechnen. Aber ein noch wesentlicherer Uebelstand dieser Rechnung ist, dafs sowohl in $\delta\lambda$ wie in δr jeder Coefficient Glieder enthält, die einander gröfstentheils aufheben. Im vorstehenden Ausdrucke für $\delta\lambda$ bestehen die Glieder $G_1 B_0^{(-1)}$ und $H_1 C_0^{(-1)}$, und in δr die Glieder $-M_1 B_0^{(-1)}$ und $N_1 C_0^{(-1)}$ aus Gröfsen der 0ten, 2ten, 4ten u. s. w. Ordnung, und von diesen heben sich bei der Addition die Glieder der nullten Ordnung auf, so dafs in der Summe nur die Glieder der 2ten, 4ten u. s. w. Ordnung bleiben. Die Summe dieser Glieder ist eine Gröfse zweiter Ordnung, während die Glieder selbst Gröfsen der nullten Ordnung sind. Dieser Umstand findet bei den Störungen höherer Ordnung in noch höherem Maafse statt, und es müssen daher namentlich die kleinen Störungscoefficienten (und diese sind bei Weitem die zahlreichsten) vermittelst Differenzen grofser Zahlen berechnet

Digitized by Google

werden; ein sehr nachtheilig auf die Rechnung und ihr Resultat einwirkender Uebelstand. Dieser kommt in meiner Methode nicht vor. Wir haben nun dasselbe Glied in nds und ω bis zu Gröfsen zweiter Ordnung incl. zu berechnen.

$$W = \frac{3}{i+i'u} M_2^i \cos(ig+i'g')$$
$$+ \frac{BM_2^i - \frac{1}{2}BL_2^i + CM_1^{i-1} - CL_1^{i-1} + DM_0^{i-2} - \frac{3}{2}DL_0^{i-0}}{i+1+i'u} \cos(-\gamma+(i+1)g+i'g')$$
$$+ \frac{AM_1^{i-1} + AL_1^{i-1} + BM_2^i + \frac{1}{2}BL_2^i}{i-1+i'u} \cos(\gamma+(i-1)g+i'g')$$
$$+ \frac{AM_0^{i-2} + AL_0^{i-2} + BM_1^{i-1} + \frac{1}{2}BL_1^{i-1}}{i-2+i'u} \cos(\gamma+(i-2)g+i'g')$$
$$+ \frac{BM_0^{i-2} + \frac{1}{2}BL_0^{i-2}}{i-3+i'u} \cos(\gamma+(i-3)g+i'g'),$$

wo der den Entwickelungscoefficienten M^i und L^i unten angehängte Index die analytische Ordnung derselben bedeutet. Also hier sind im Ganzen 17 Glieder zu berechnen, und man bekommt hiemit, unter Anwendung derselben Bezeichnung wie oben

$$nds = \frac{Q_2^{(0)} + Q_2^{(1)} + Q_2^{(-1)} + \eta^{(1)} Q_1^{(-2)} + \eta^{(1)}\eta^{(2)} Q_0^{(-3)}}{i+i'u} \sin(ig+i'g')$$
$$\omega = \frac{1}{2} \frac{Q_2^{(1)} - Q_2^{(-1)} - 2\eta^{(1)} Q_1^{(-2)} - 3\eta^{(1)}\eta^{(2)} Q_0^{(-3)}}{i+i'u} \cos(ig+i'g').$$

Rechnet man die Multiplicationen mit $\eta^{(1)}$ und $\eta^{(1)}.\eta^{(2)}$ für neue Glieder, und will man auch noch die beiden Divisionen mit $i+i'u$ jede für ein neues Glied zählen, dann sind zu den obigen 17 noch 4 hinzugekommen, und es sind also nach dieser keineswegs zu eigenen Gunsten eingerichteten Zählung im Ganzen nur 21 Glieder zu berechnen *), während in jener Methode 52 erforderlich waren, womit sich in dieser Beziehung sehr nahe das nemliche Verhältnifs herausstellt, wie oben bei der Berechnung jenes Coefficienten. Das aber, worauf ich hier besonders aufmerksam mache, ist, dafs hier keine Glieder niedrigerer Ordnung wie die zweite, also keine Glieder vorkommen, die sich gegenseitig nahe aufheben müssen, denn $\eta^{(1)}$ ist von der ersten und $\eta^{(1)}.\eta^{(2)}$ von der zweiten Ordnung. Meine Coefficienten bestehen also nicht wie jene aus kleinen Differenzen grofser Zahlen. Ich lasse nicht unerwähnt, dafs sich dieser Uebelstand jener Methode so wie die Vielheit der Glieder derselben heben läfst, aber nur durch möglichste Annäherung der Form des Resultats derselben an die der meinigen, nur durch offene oder verdeckte Einführung der Gröfse τ.

Geben wir nun bei der Vergleichung der beiden in Rede stehenden Methoden zu den Störungen über, die von dem Quadrate und den höheren Potenzen der störenden Kräfte abhängen, so mufs ich freilich gestehen, dafs meine Methode weit mehr, ja in unendlich grofsem Verhältnisse mehr Arbeit verursacht, wie die von Hrn. *Lubbock* als die vortheilhafteste erklärte. Denn bei dieser ist die Arbeit, welche die Berechnung dieser Störungen erfordert, ohne Weiteres $= 0$. Die Gleichungen gelten nemlich nur für die erste Potenz der störenden Kraft und es können folglich die von den höheren Potenzen abhängenden Störungen gar nicht daraus berechnet werden. Wenn Herr *Lubbock* diesen Umstand im Sinne gehabt hat, wie er diese Methode als die vortheilhafteste (the most advantageous method) für die Berechnung der Störungen der kleinen Planeten bezeichnete, dann kann ich freilich nichts einwenden. Das Unbequeme wegzulassen ist auch eine Art die Arbeiten abzukürzen, aber nicht die meinige.

Zum Schlufs will ich noch ein paar Stellen aus Herrn *Lubbock's* Vorrede ausheben. pp. X u. XI. liest man:

„It is impossible to estimate the policy of adopting M. *Hansen's* methods sufficiently without considering at the same time the actual state of the lunar theory. M. *Plana*, after much labour, exhibited results obtained with no less skill, than honesty of purpose, and containing few numerical mistakes. His results have been examinated by me, and more extensively by M. *de Pontécoulant*, and as we pursued an independent process, it is probable that few if any errors remain undetected in M. *Plana's* expressions for the longitude and latitude of the Moon." Ich begnüge mich diese Stelle blofs anzuführen, und halte es unter meiner Würde, über die beleidigende Beziehung, wenn eine solche, wie es scheint, in einem dieser Sätze liegt, ein Wort zu verlieren. Eben so wenig werde ich hier meine Ansicht über den Werth oder

*) Wenn man hier $n\int dt \int T d\tau$ statt W berechnen wollte, so würden, wie oben, 5 Glieder hinzukommen.

Digitized by Google

Unwerth der von Herrn *Lubbock* beabsichtigten Verification der *Plana*'schen Resultate aussprechen, kann aber mein Erstaunen nicht verbergen, dafs er am Schlusse seiner Vorrede Arbeiten, von denen er keinen Begriff hat, incoherent computations founded upon fantastical expressions zu nennen wagt, und dafs er der eben vorher angeführten Stelle hinzufügt: „If M. *Hansen* contemplates the exhibition of the value of z to the same degree of approximation, and not developed according to powers of m, such an expression will be incapable of verification and useless."

Wie Herr *Lubbock* in Zweifel seyn kann, ob ich die Mondstörungen nach Potenzen von m entwickele oder nicht, ist wirklich schwer zu begreifen, denn p. IX der Vorrede der Fundamentis steht ausdrücklich, dafs ich sie nicht so entwickele. Aber wie soll ich mich auf die Anklage, welche dieser Satz ausspricht, vertheidigen? Eine vollständige Rechtfertigung ist in diesem Augenblick so unmöglich, wie der Angriff unerhört. Herr *Lubbock* verurtheilt eine Arbeit, die meinen Arbeitstisch noch nicht verlassen hat, und deren genaue Beschaffenheit er daher gar nicht kennt. Ich kann offenbar nur durch Vorlegung der Arbeit einen vollständigen Gegenbeweis liefern; diese Vorlegung ist aber, weil die Arbeit noch nicht erschienen ist, jetzt nicht möglich. Unter diesen Umständen halte ich mich nicht verbunden etwas auf diesen Angriff zu erwiedern, will indefs gerne, so weit es möglich ist, eine bedingte Widerlegung geben, die nur in folgenden zwei Sätzen bestehen kann, deren Richtigkeit, wenn meine Arbeit erscheint, erhellen wird: 1) Ich berechne durch meine Methode die vollständigen Mondstörungen so genau, dafs der Fehler eines jeden Coefficienten nur einen kleinen Theil einer Secunde beträgt; meine Methode und deren Resultate sind folglich nicht unbranchbar. 2) Durch Anwendung von Bedingungsgleichungen und anderer Hülfsmittel zeige ich, dafs die von mir berechneten Coefficienten richtig sind, und lasse es übrigens jedem unbenommen, so viel oder wenig er kann und will davon nachzurechnen, eine Arbeit, die ich ihm durch Angabe von Zwischengröfsen erleichtere. Meine Resultate lassen sich also verificiren. Ob die hier ausgesprocheneu Behauptungen richtig sind oder nicht, wird sich in einer nicht sehr entfernten Zeit zeigen.

'Ich fahre mit der vorher abgebrochenen Stelle fort: „If the value of z be developed according to powers of m, no opinion will be possible of its accuracy until it has been verified independently by other mathematicians, for only the terms which are independent of the excentricities will be found in M. *Plana's* expression for the longitude." In Bezug hierauf haben wir doch eine Vorlage, aus welcher wir wenigstens etwas schliefsen können. Ich habe ja oben einige Glieder, wenn auch nicht nach den Potenzen von m, doch nach den Potenzen von u entwickelt, diese habe ich durch eine Bedingungsgleichung geprüft und mit dieser in Uebereinstimmung gefunden, ich sollte glauben, dafs hiernach, auch ohne die Dazwischenkunft eines Hrn. *Lubbock*, eine Meinung über ihre Richtigkeit möglich sey. Zum Ueberflufs will ich indefs diese Glieder hier mit *Plana's* zusammenstellen und vergleichen. Mein oben berechnetes Resultat ist:

$$\begin{aligned} nz &= g + 3u\,e'\sin(-g') - \tfrac{11}{16}u^2e'\sin(2g-g'+H_2) + (\tfrac{5}{4}u + \tfrac{241}{128}u^2)\,e\sin(g-2g'+H_2)\\ &\quad + (\tfrac{11}{8}u^2 + \tfrac{69}{32}u^3 + \tfrac{1483}{512}u^4)\sin(2g-2g'+H_2) + \tfrac{3}{4}u^2e\sin(3g-2g'+H_2) + \tfrac{77}{16}u^2e'\sin(2g-3g'+H_2)\\ &\quad + \tfrac{2051}{256}u^4\sin(4g-4g'+H_{11}),\\ w &= -\tfrac{3}{8}u^2 + \tfrac{3}{4}u^2e\cos g + \tfrac{3}{8}u^2e'\cos(-g') + \tfrac{1}{2}u^2e'\cos(2g-g'+H_2) + (-\tfrac{15}{8}u - \tfrac{153}{32}u^2)\,e\cos(g-2g'+H_2)\\ &\quad + (-u^2 - \tfrac{15}{8}u^3 - \tfrac{1051}{128}u^4)\cos(2g-2g'+H_2) - \tfrac{7}{8}u^2e\cos(3g-2g'+H_2) - \tfrac{7}{32}u^2e'\cos(2g-3g'+H_2)\\ &\quad - \tfrac{25}{8}u^4\cos(4g-4g'+H_{11}), \end{aligned}$$

und aus *Plana's* „Théorie du mouvement de la lune. Tom. I." entnehme ich nach Verwandelung seiner Bezeichnungen, wo es angeht, in die meinigen, die folgenden correspondirenden Glieder:

$$\begin{aligned} v &= n,t + \varepsilon + (2+\tfrac{3}{2}m^2)\,e\sin g + 3me'\sin(-g') - \tfrac{11}{16}m^2e'\sin(2g-g'+H_2) + (\tfrac{15}{4}m + \tfrac{243}{16}m^2)\,e\sin(g-2g'+H_2)\\ &\quad + (\tfrac{11}{8}m^2 + \tfrac{69}{32}m^3 + \tfrac{891}{128}m^4)\sin(2g-2g'+H_2) + \tfrac{15}{8}m^2e\sin(3g-2g'+H_2) + \tfrac{77}{16}m^2e'\sin(2g-3g'+H_2)\\ &\quad + \tfrac{2051}{256}m^4\sin(4g-4g'+H_{11})\\ \frac{a_i}{r} &= 1 + \tfrac{1}{8}m^2 + (1+\tfrac{1}{8}m^2)\,e\cos g - \tfrac{3}{4}m^2e'\cos(-g') - \tfrac{1}{2}m^2e'\cos(2g-g'+H_2) + (\tfrac{15}{8}m + \tfrac{147}{32}m^2)\,e\cos(g-2g'+H_2)\\ &\quad + (m^2 + \tfrac{15}{8}m^3 + \tfrac{131}{16}m^4)\cos(2g-2g'+H_2) + \tfrac{35}{16}m^2e\cos(3g-2g'+H_2) + \tfrac{7}{32}m^2e'\cos(2g-3g'+H_2)\\ &\quad + \tfrac{77}{32}m^4\cos(4g-4g'+H_{11}). \end{aligned}$$

Wir werden hier sogleich gewahr, dafs nach der Verwandelung von m in u die mit den Excentricitäten multiplicirten Coefficienten der Glieder g'; $2g-g'+H_2$; das erste Glied in $g-2g'+H_2$; $2g-3g'+H_2$ der Länge mit den correspondirenden Gliedern meines Ausdrucks unmittelbar zusammenstimmen; gegen die oben angeführte *Lubbock*'sche Behauptung, nach welcher blofs die von den Excentricitäten unabhängigen Glieder von nz sich in *Plana's* Ausdruck für die Länge wieder finden würden. Also wieder eine unrichtige Behauptung, und es bedarf nicht der Zusammenstellung der beiden Resultate,

Digitized by Google

um dies zu beweisen, denn dafs eine sehr grofse (strenge genommen, eine unendlich grofse) Anzahl der mit den Excentricitäten und der Neigung multiplicirten Coefficienten der mittleren Länge mit den correspondirenden der wahren Länge unmittelbar übereinstimmen mufs, liegt so nahe, dafs ein Schüler es leicht wird begreifen können.

Für die vollständige Vergleichung der obigen Ausdrücke ist zuerst zu erwägen, dafs m bei *Plana* das Verhältnifs der Bewegung der mittleren Längen und u bei mir das Verhältnifs der Bewegungen der mittleren Anomalien des Mondes und der Sonne ist. Da nun γ das Verhältnifs der Bewegung des Perigäums zur Bewegung der mittleren Anomalie ist, und oben $\gamma = \frac{3}{4}u^2$ gefunden wurde, so folgt daraus mit Weglassung der hier überflüssigen Glieder

$$m^2 = u^2 - \tfrac{3}{4}u^4, \quad m^3 = u^3, \quad m^4 = u^4.$$

Substituiren wir diese Werthe in die obigen *Plana*'schen Ausdrücke, so bekommen wir

$$\begin{aligned} v = {} & n,t + \varepsilon + (2 + \tfrac{3}{4}u^2)\, e \sin g + 3u\varepsilon' \sin(-g') - \tfrac{11}{16}u^2 e' \sin(2g - g' + H_2) + (\tfrac{15}{4}u + \tfrac{263}{128}u^2)\, e \sin(g - 2g' + H_2) \\ & + \left\{ \tfrac{111}{16}u^2 + \tfrac{99}{32}u^3 + (\tfrac{3093}{512} - \tfrac{33}{16} = \tfrac{1449}{512})u^4 \right\} \sin(2g - 2g' + H_2) + \tfrac{17}{16}u^2 e \sin(3g - 2g' + H_2) \\ & + \tfrac{77}{16}u^2 e' \sin(3g - 2g' + H_2) + \tfrac{3015}{256}u^4 \sin(4g - 4g' + H_{11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a_,}{r} = {} & 1 + \tfrac{1}{16}u^2 + (1 + \tfrac{1}{16}u^2)\, e \cos g - \tfrac{3}{4}u^2 e' \cos(-g') - \tfrac{1}{2}u^2 e' \cos(2g - g' + H_2) + (\tfrac{15}{16}u + \tfrac{1587}{512}u^2)\, e \cos(g - 2g' + H_2) \\ & + \left\{ u^2 + \tfrac{15}{16}u^3 + (\tfrac{1311}{256} - \tfrac{3}{2} = \tfrac{687}{256})u^4 \right\} \cos(2g - 2g' + H_2) + \tfrac{33}{16}u^2 e \cos(3g - 2g' + H_2) \\ & + \tfrac{7}{2}u^2 e' \cos(3g - 2g' + H_2) + \tfrac{77}{64}u^4 \cos(4g - 4g' + H_{11}). \end{aligned}$$

Nun ist mit hier hinreichender Genauigkeit

$$\log r = \log a, - \left(\frac{a_,}{r} - 1\right) + \tfrac{1}{2}\left(\frac{a_,}{r} - 1\right)^2$$

und der vorstehende Ausdruck giebt

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}\left(\frac{a_,}{r} - 1\right)^2 = {} & \tfrac{1}{16}u^2 e \cos g + \tfrac{1}{2}u^2 e \cos(g - 2g' + H_2) + \tfrac{1}{16}u^4 \cos(2g - 2g' + H_2) \\ & + \tfrac{1}{2}u^2 e \cos(3g - 2g' + H_2) + \tfrac{1}{4}u^4 \cos(4g - 4g' + H_{11}) \end{aligned}$$

Ferner ist, weil $n,$ die Bewegung der mittleren Länge und n die Bewegung der mittleren Anomalie bedeutet

$$n, = n(1 + \tfrac{3}{4}u^2), \quad \text{also da } a,^3 n,^3 = a^3 n^2 \text{ ist}$$

$$\log a, = \log a - \tfrac{1}{2}u^2.$$

Hiemit geht der vorstehende Ausdruck von $\frac{a_,}{r}$ über in

$$\begin{aligned} \log r = {} & \log a + (-\tfrac{1}{16} - \tfrac{1}{2} = -\tfrac{9}{16})u^2 + \left(-1 + (-\tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{16} = 0)u^2\right) e \cos g + \tfrac{3}{4}u^2 e' \cos(-g') + \tfrac{1}{2}u^2 e' \cos(2g' - g' + H_2) \\ & + \left\{ -\tfrac{15}{16}u + (\tfrac{1587}{512} + \tfrac{1}{2} = -\tfrac{1731}{512})u^2 \right\} e \cos(g - 2g' + H_2) + \left\{ -u^2 - \tfrac{15}{16}u^3 + (-\tfrac{687}{256} + \tfrac{1}{16} = -\tfrac{1001}{1156})u^4 \right\} \cos(2g - 2g' + H_2) \\ & + (-\tfrac{33}{16} + \tfrac{1}{2} = -\tfrac{25}{16})u^2 e \cos(3g - 2g' + H_2) - \tfrac{7}{2}u^2 e' \cos(3g - 2g' + H_2) + (-\tfrac{77}{64} + \tfrac{1}{4} = -\tfrac{65}{64})u^4 \cos(4g - 4g' + H_{11}). \end{aligned}$$

Erwägen wir ferner, dafs in meinem Ausdrucke für nz der Coefficient von $\sin g$ gleich Null gemacht worden ist, so müssen wir in dem obigen Ausdrucke von v den Coefficienten $(2 + \frac{3}{4}u^2)e$ von $\sin g$ in den rein-elliptischen Werth desselben, das ist in $2e$, und demzufolge den Coefficienten $-e$ von $\cos g$ in dem vorstehenden Ausdrucke von $\log r$ in $-(1 - \frac{3}{4}u^2)e$ verwandeln. Ziehen wir nach dieser Verwandelung den rein-elliptischen Werth $n,t + \varepsilon + 2e \sin g$ von v, und $\log a - e \cos g$ von $\log r$ ab, so bekommen wir

$$\begin{aligned} \delta v = {} & 3u\varepsilon' \sin(-g') - \tfrac{11}{16}u^2 e' \sin(2g - g' + H_2) + (\tfrac{15}{4}u + \tfrac{263}{128}u^2)\, e \sin(g - 2g' + H_2) \\ & + (\tfrac{111}{16}u^2 + \tfrac{99}{32}u^3 + \tfrac{1449}{1024}u^4) \sin(2g - 2g' + H_2) + \tfrac{17}{16}u^2 e \sin(3g - 2g' + H_2) \\ & + \tfrac{77}{16}u^2 e' \sin(2g - 3g' + H_2) + \tfrac{3015}{256}u^4 \sin(4g - 4g' + H_{11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta.\log r = {} & -\tfrac{3}{8}u^2 + \tfrac{3}{4}u^2 e \cos g + \tfrac{3}{2}u^2 e' \cos(-g') + \tfrac{1}{2}u^2 e' \cos(2g - g' + H_2) + (-\tfrac{15}{16}u - \tfrac{1731}{512}u^2)\, e \cos(g - 2g' + H_2) \\ & + (-u^2 - \tfrac{15}{16}u^3 - \tfrac{1001}{1156}u^4) \cos(2g - 2g' + H_2) - \tfrac{25}{16}u^2 e \cos(3g - 2g' + H_2) \\ & - \tfrac{7}{2}u^2 e' \cos(2g - 3g' + H_2) + \tfrac{65}{64}u^4 \cos(4g - 4g' + H_{11}). \end{aligned}$$

Nun ist (Astr. Nachr. Nr. 296 Art. 76) mit hier hinreichender Genauigkeit

$$nz = g + \frac{r^2}{a^2}\delta v = g + \delta v - 2\delta v.e \cos g$$

$$\omega = \delta.\log r - \tfrac{1}{2}\frac{d.r^2}{a^2 dg}\delta v = \delta.\log r - \delta v.e \sin g$$

Digitized by Google

also geben die vorstehenden Ausdrücke von δv und $\delta . \log r$

$$\begin{aligned} nz &= g + 3ue'\sin(-g') - \tfrac{11}{16}u^2e'\sin(2g-2g'+H_2) + (\tfrac{5}{8}u + (\tfrac{243}{128} - \tfrac{5}{8} = \tfrac{211}{128})u^3)e\sin(g-2g'+H_2) \\ &\quad + (\tfrac{5}{8}u^2 + \tfrac{50}{192}u^3 + \tfrac{1439}{1152}u^4)\sin(2g-2g'+H_2) + (\tfrac{27}{8} - \tfrac{11}{8} = \tfrac{8}{3})u^2e\sin(3g-2g'+H_2) \\ &\quad + \tfrac{77}{16}u^2e\sin(2g-3g'+H_2) + \tfrac{301}{384}u^4\sin(4g-4g'+H_4) \\ w &= -\tfrac{3}{8}u^2 + \tfrac{3}{4}u^2e\cos g + \tfrac{3}{2}u^2e'\cos(-g') + \tfrac{1}{2}u^2e'\cos(2g-g'+H_2) + (-\tfrac{15}{8}u + (-\tfrac{171}{32} - \tfrac{11}{16} = -\tfrac{193}{32})e\cos(g-2g'+H_2) \\ &\quad + (-u^2 - \tfrac{19}{8}u^2 - \tfrac{101}{16}u^4)\cos(2g-2g'+H_2) + (-\tfrac{23}{16} + \tfrac{11}{16} - \tfrac{7}{6})u^2e\cos(3g-2g'+H_2) \\ &\quad - \tfrac{7}{2}u^2e'\cos(2g-3g'+H_2) - \tfrac{35}{32}u^4\cos(4g-4g'+H_4) \end{aligned}$$

mit der obigen Rechnung durch meine Gleichungen vollkommen übereinstimmend.

Ich habe nun der Fehler und unrichtigen Behauptungen aus Herrn *Lubbock's* Buche so viele angeführt, und könnte deren noch mehr anführen, ich will aber statt dessen eine richtige Behauptung, die ich darin gefunden habe, ausziehen. Diese findet sich p. X wie folgt: „The development of T for the higher powers of the disturbing force is extremely troublesome, it being, in fact, a function of five variables."

Die Entwickelung nicht nur von T, sondern überhaupt der Störungen, die von den höheren Potenzen der störenden Kraft abhängen, ist eine sehr mühevolle Arbeit, davon zeugen alle darüber vorhandenen Schriften ohne Ausnahme. Dafs indefs die Entwickelung von T lange nicht so mühsam ist, wie Herr *Lubbock* sich vorstellt, geht aus der Vergleichung der von ihm in seinem Buche vorgenommenen Entwickelung mit der von mir in Bezug auf dieselben Störungscoefficienten oben gegebenen hervor. Wenn gleich ich hiernach gegen den Vordersatz der angeführten Phrase bescheidene Zweifel hegen mufs, so kann ich doch nicht umhin, die Richtigkeit des Nachsatzes anzuerkennen, vorausgesetzt, dafs man die Sonnencoordinaten bei dieser Zählung übergeht. Von diesen abgesehen ist T in der That eine Function von fünf veränderlichen Gröfsen, nemlich Function von nds, w, $S+s$, δP und δQ. Aber wie in aller Welt ist es Herrn *Lubbock* eingefallen mir dieses zum Vorwurf anzurechnen? da seine Gleichungen Functionen von sechs veränderlichen Gröfsen sind. In seinen Gleichungen kommt die Gröfse dR vor, und diese ist, gleichfalls abgesehen von den Coordinaten der Sonne, Function von den drei Coordinaten des Mondes und den ersten Differentialen derselben in Bezug auf die Zeit, also Function von sechs veränderlichen Gröfsen. Es ist übrigens unmöglich die Gleichungen zur Berechnung der Störungen auf weniger wie fünf veränderliche Gröfsen in Bezug auf den gestörten Körper zurückzuführen.

Vielleicht ist es nicht unbescheiden, wenn ich schliefslich den Wunsch ausspreche künftig nicht mehr durch ähnliche übereilte Angriffe in meinen Arbeiten über die Mondstheorie gestört zu werden. Es scheint mir, dafs man ruhig die Vollendung abwarten könne, und ich füge hinzu, dafs dann, wenn das Ganze vor Augen liegt, mir jede gegründete Berichtigung willkommen seyn werde.

P. A. Hansen.

Extrait du procès verbal de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg du 24 Septembre (6 Octobre) 1841 *).

M. *Fufs* lit une note conçue en ces termes: „Lorsque, il y a seize ans, je fus chargé du secrétariat de l'Académie, un de mes premiers soins fut l'inspection de nos archives. J'y trouvai, entr'autres, quelques paquets de la correspondance de notre immortel *Euler*, en date pour la plupart, des années quarantièmes et cinquantièmes du siècle dernier, c'est à dire du tems de son service en Prusse; puis, quelques lettres des 14 années antérieures à cette époque, et où il appartenait encore à la Russie, mais rien, ou presque rien des vingt dernières années de sa vie qu'il passa de nouveau au sein de notre Académie. Ces lettres étaient rangées par ordre chronologique et formaient une dixaine de paquets isolés. J'y trouvai, comme je devais m'y attendre, au milieu d'une foule de noms obscurs, quelques noms illustres qui, de nos jours encore, brillent d'un éclat impérissable dans les annales des sciences, — au milieu de lettres remplies des phrases banales de l'adulation, d'affaires de service d'un intérêt passager, ou d'objets qui, alors même, n'offraient de l'intérêt qu'aux auteurs de ces lettres, — je trouvai, dis-je, dans toute cette ivraie, un nombre assez considérable de grains précieux qui, aujourd'hui encore, méritent d'être conservés et offerts aux géomètres. Je n'ai qu'à vous citer 10 lettres de *Jean Bernoulli* l'aîné, l'illustre coïnventeur du calcul infinitésimal, l'ami de *Leibnitz* et le maître de notre *Euler*; 63 lettres de *Daniel Bernoulli*, fils et rival redouté du précédent; 4 lettres de *Nicolas Bernoulli*, cousin germain de *Daniel*, auteur de l'Ars

*) Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath *v. Fufs* mir für die Astr. Nachr. eingesandt. *S.*

Digitized by Google

conjectandi in jure et qui, avec *Montmort*, cultiva avec tant de succès l'analyse des probabilités dont son oncle *Jacques* avait jeté les premiers fondemens, — 6 lettres de *Gabriel Cramer* de Genève, auteur de l'Analyse des lignes courbes algébriques etc. etc.

Ce furent d'abord les lettres des *Bernoulli* qui attirèrent mon attention particulière. Je fus assez heureux pour pouvoir en compléter encore la suite, ayant trouvé, dans les papiers de mon père, les copies, faites de sa main, de quatre lettres de *Jean Bernoulli* et la traduction française d'une lettre de *Daniel*, qui toutes manquent à notre collection, et dont les originaux avaient vraisemblablement été retirés avant même qu'elle fût déposée aux archives, par la famille *Euler*. Il en est de même de deux lettres de *Clairaut*, d'une de *Naudé* et d'une de *Poléni*, dont je possède également des copies de la main de mon père.

Toutes ces lettres roulent sur des objets de science; celles des *Bernoulli* surtout offrent un haut intérêt non seulement pour l'histoire de la science et l'histoire littéraire en général, mais encore sous le rapport des méthodes et des aperçus, du raisonnement et des artifices de calcul que nul géomètre ne verra sans admiration, ni sans y puiser quelque instruction. Quant à moi, la jouissance que m'a procurée l'étude de ces lettres n'a été troublée que par le regret, que j'ai éprouvé à chaque page, de ne pas pouvoir lire en même temps les réponses d'*Euler*. A coup sûr, celles-ci eussent décuplé la valeur de cette précieuse collection. Malheureusement tous mes offerts pour me les procurer ont été infructueux (je me suis mis en rapport à cet effet avec l'université de Bâle et avec M. le professeur *Bernoulli* de cette ville, descendant en ligne droite de Jean et de Daniel). Néanmoins j'ai la conviction que la publication immédiate d'un choix des lettres que nous possédons, sera accueillie avec enthousiasme par tous les géomètres; tel, du moins, a été l'avis de nos collègues de la section mathématique que j'ai consultés à cet égard.

Les lettres des trois *Bernoulli*, avec celles de *Cramer*, de *Lambert* et de *Clairaut* formeront à elles seules un volume de 16 à 20 feuilles environ. — Nos archives renferment en outre tout un volume de lettres de *Goldbach*. Bien que ce géomètre ait joui de son vivant d'une grande réputation, et qu'*Euler* lui-même, ainsi qu'on le voit par un passage remarquable des lettres de *Daniel*, eût beaucoup d'estime et d'amitié pour lui; cependant l'oubli, dans lequel est tombé son nom, et l'intérêt secondaire qu'offrent ses lettres, — quoique toutes savantes, — m'avait déterminé à ne pas les comprendre dans le recueil que je méditais. Or, je viens d'apprendre qu'il existe aux archives centrales de Moscou plusieurs paquets renfermant les réponses d'*Euler* à *Goldbach*. Cette circonstance change entièrement la face de la question: les réponses d'*Euler* donneront aux lettres de *Goldbach* un degré d'importance que, prises isolément, elles n'avaient pas, et la publication de la correspondance complète de ces deux savans offrira, sans aucun doute, des données fort intéressantes pour l'histoire des mathématiques en général et pour celle des travaux d'*Euler* en particulier. J'ai l'espoir bien fondé d'obtenir de Moscou soit les lettres originales d'*Euler*, soit la permission d'en faire tirer copie *).

Depuis que les sciences ont cessé d'être la propriété exclusive d'un petit nombre d'initiés, ce commerce épistolaire des savans a été absorbé par la presse périodique. Le progrès est incontestable. Cependant, cet abandon avec lequel on se communiquait autrefois ses idées et ses découvertes, dans les lettres toutes confidentielles et privées, — on ne le retrouve plus dans les pièces mûries et imprimées. Alors, la vie du savant se reflétait, pour ainsi dire, tout entière dans cette correspondance. On y voit les grandes découvertes se préparer et se développer graduellement; pas un chaînon, pas une transition n'y manque; on suit pas à pas la marche qui a conduit à ces découvertes et l'on puise de l'instruction jusque dans les erreurs des grands génies qui en furent les auteurs. Cela explique suffisamment l'intérêt qui se rattache à ces sortes de correspondances, et me fait espérer que l'Académie voudra bien m'autoriser à livrer à l'impression un Choix de lettres inédites de quelques célèbres Géomètres du 18ème siècle à *Léonard Euler*. On sait qu'une entreprise tout à fait analogue et relative aux écrits à la correspondance de *Leibnitz*, se prépare, dans ce moment, en Allemagne.

Si l'Académie veut bien entrer dans mes vues, je me permettrai d'appeler encore son attention sur un autre projet qui m'a été suggéré p. M. *Jacobi* de Königsberg, et qui se lie fort intimément à celui que je viens de lui soumettre. M. *Jacobi* m'engage à publier de nouveau la liste des écrits

*) Je me félicite de pouvoir ajouter ici, que, grâce à la libéralité éclairée de M. le Prince *Obolensky*, dirigeant les archives de Moscou, je me trouve, dans ce moment, dépositaire de cent lettres d'*Euler* à *Goldbach*, toutes pleines de recherches importantes sur différents sujets de la science, et particulièrement sur la théorie des nombres. La lecture de cette correspondance me fait encore plus vivement regretter la perte des lettres d'*Euler* aux *Bernoulli*. Si, par un heureux hasard, elle se retrouvaient quelque part, soit dans une collection publique, soit entre des mains privées, que cette annonce puisse servir aux personnes qui en seraient dépositaires, ou qui seulement en auraient connaissance, d'invitation à m'en donner avis! Ce 2 (14) Nov. 1841.

Fuss.

Digitized by Google

d'*Euler*, fournie par mon père à la suite de son Eloge, et d'y indiquer les volumes de nos Mémoires, où sont insérées les 183 dissertations posthumes de ce grand géomètre, marquées dans l'Eloge comme inédites. Ce désir de notre savant collègue m'a rappelé un travail qu'en 1817 et 1818, j'avais exécuté pour mon propre usage, savoir un catalogue systématique de tous les écrits d'*Euler*, avec renvoi aux recueils académiques qui les renferment. J'ajouterai pour ceux de mes collègues qui ne sont pas mathématiciens, que le nombre de ces écrits, non compris les grands ouvrages publiés séparément, monte à plus de 700, et qu'aujourd'hui encore, 60 ans après la mort de ce grand homme, nul géomètre ne peut se dispenser de recourir souvent à ses travaux. Or, une pareille liste systématique et chronologique doit nécessairement faciliter beaucoup la recherche des pièces dont on se trouve avoir besoin. J'ai donc soumis mon travail à une nouvelle révision, et après l'avoir complété, j'ai le projet de le placer en tête du recueil épistolaire ci-dessus mentionné et d'y joindre une notice sur les écrits d'*Euler*. Car j'ai trouvé que certains mémoires, marqués comme inédits dans la liste, donnée par mon père dans son Eloge d'*Euler*, ont vraisemblablement, plus tard, été retirés de nos archives, car ils ne s'y retrouvent plus; d'autres, publiés depuis, manquent dans la liste. Il y en a d'autres encore qui, à dessein, n'ont pas été publiés, soit parce qu'ils sont apostillés de la main de mon père „à supprimer," soit parce que leur origine a paru douteuse. Enfin, en examinant les manuscrits d'*Euler* que renferment nos archives et ceux que je possède moi-même, mon catalogue systématique doit me fournir un moyen facile de déterminer au juste lesquels de ces manuscrits n'ont jamais été publiés, car la liste des mémoires inédits d'*Euler*, fournie par mon père, ne pouvait se rapporter qu'à ceux qui avaient été présentés à l'Académie de son vivant. C'est ainsi, p. ex., qu'une inspection toute superficielle me permet déjà de désigner positivement comme inédit fragment volomineux, mais mis au net par *Euler* même, sous le titre d'Astronomia mechanica. Je ne doute pas qu'il ne s'en trouve d'autres encore, et alors il s'agira de savoir si tous ces travaux, ou seulement quelques uns d'entre eux se prêtent à la publication, question que l'Académie voudra bien soumettre à la décision d'une commission. MM. *Struve*, *Ostrogradsky* et *Bouniakovsky* ont bien voulu me promettre d'avance leur assistance éclairée."

L'Académie approuve ce projet et autorise M. *Fuss* à le mettre à exécution.

Plejadenbedeckung am 31. Oct. 1841. von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat.

Ich beobachtete am grofsen Refractor mit 94mal. Vergröfserung; Hr. *Döllen* an einem 4½füfsigen Achromaten. Die Luft war günstig.

		Dorp. Sternz.		
Merope	Eintritt	$21^h 57' 7''9$	D.	
		10,2	M.	
Alcyone	Eintritt	22 37 11,0	D.	
		15,0	M.	
pPlejadum	Austritt	22 43 24,9	M.	
Atlas	Eintritt	23 2 24,7	D.	
Alcyone	Austritt	23 7 17,4	D.	
		19,2	M.	etwas ungewifs.
Plejone	Eintritt	23 13 27,4	D.	

Die Eintritte von Merope und Alcyone erfolgten am hellen Rande und sind deshalb im Refraktor sicherer als im schwächeren Fernrohr. Beim Austritt Alcyone halte ich dagegen *Döllens* Beobachtung für die bessere, da ich mich für überzeugt halte, den Stern erst nach dem Austritt wahrgenommen zu haben. Dieser erfolgte nemlich, eben so wie der von pPlejadum, zwar am dunkeln Rande, aber der Lichtgrenze so nahe, dafs die Sterne zwischen einem dichten Haufen von Lichtpunkten (Mondsbergen) wieder erschienen, welche eine Unsicherheit bewirkten. Herr *Döllen* hält diesen Austritt auf $0''5$ sicher; so wie den Eintritt Atlas auf $0''7$.

An diesem und dem folgenden Abend war die Luft ungewöhnlich heiter und ruhig, so dafs es gelang, eine 1100malige Vergröfserung für Mondzeichnungen anzuwenden; noch nie hatte ich bisher beim Monde 600m. mit Erfolg überschritten. Ich benutzte dies, um Atlas Plejadum zu untersuchen, den *Struve* einmal (1826) doppelt, ein zweitesmal länglicht, und hernach stets einfach erblickte. Ich fand den Stern völlig rund und ohne die geringste Spur eines Nebensterns, und halte mich für überzeugt, dafs er keinen Begleiter von $> 0''2$ Distanz haben könne, oder das Licht des letztern müfste ungewöhnlich schwach sein.

Mädler.

Nr. 435—437. Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes. Von Herrn Prof. u. Ritter *Hansen*, Director der Sternwarte Seeberg. p. 33. — Extrait du procès verbal de l'Académie impériale des sciences de St. Pétersbourg du 24 Septembre (6 Octobre) 1841. p. 91. — Plejadenbedeckung am 31. Oct. 1841. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat. p. 95.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 438.

Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluſs auf die Bestimmung der Figur der Erde.

Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel*.

In den *Comptes rendus hebdom. des séances de l'Acad. des Sciences* vom 21ten Juni 1841 findet sich der Bericht einer, aus den Herren *Mathieu*, *Daussy* und *Largeteau* zusammengesetzten Commission, über einen Fehler der Berechnungsart, welche im Jahre 1808 angewandt worden ist, um die Entfernung der Parallelen von *Montjouy* und *Mola* (auf Formentera) aus den Beobachtungen abzuleiten, welche die Herren *Biot* und *Arago*, zur Bestimmung derselben gemacht und in ihrem 1821 erschienenen Werke „*Recueil d'Observations géodésiques etc.*" mitgetheilt haben. Diese fehlerhafte Berechnungsart wurde von einer früheren, mit der Berechnung der Beobachtungen beauftragten Commission der Akademie befolgt; die Herren *Biot* und *Arago* selbst scheinen das Resultat ihrer Arbeit nicht gesucht zu haben. Herr *Puissant* hat das Verdienst, die Unrichtigkeit des Resultats der früheren Commission zur Sprache gebracht zu haben.

Die Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola, welche früher = 153605^T^77 angegeben war, wird gegenwärtig

von Herrn Mathieu.....	=	153672^T^39
Largeteau.....		4,48
Daussy.....		5,66
Puissant.....		4,01

also von 66^T^62 bis 69^T^89 gröfser als früher gefunden. Wäre dieser Fehler nicht begangen, so würde die Länge des *Méters*, deren Bestimmung die nähere Veranlassung der grofsen, als Beitrag zur Bestimmung der Figur der Erde immer denkwürdig bleibenden Unternehmung war, mehr als 0^L^04 gröfser festgesetzt worden sein, als wirklich geschehen ist. Dieser Einfluſs des Fehlers hat jedoch kaum noch ein Interesse, da das Meter die Anfangs beabsichtigte Bedeutung in keinem Falle haben, und wirklich nichts Anderes sein kann, als ein, zwar nach einer gewissen Absicht gewählten, — aber dennoch innerhalb engerer oder weiterer Grenzen willkürlicher Theil der Toise de Pérou *). Allein da die französische Gradmessung zu der Bestimmung der Abmessungen des Erdsphäroida den wichtigen Beitrag liefert, welcher ihrer Ausdehnung angemessen ist, so wird jetzt nöthig, das aus den vorhandenen, zuverlässiger erscheinenden Messungen von Meridianbögen gezogene Resultat dieser Art, welches ich Nr. 333 der *Astr. Nachr.* bekannt gemacht habe, durch Berücksichtigung des Fehlers zu verbessern.

Da die angeführten vier neuen Rechnungsresultate innerhalb weniger Toisen übereinstimmen, und selbst der Unterschied der beiden äufsersten unter ihnen keinen Einfluſs auf die Bestimmung der Axen des Erdsphäroids erlangt, welcher nicht viel kleiner wäre als die von den Unregelmäfsigkeiten der Erdoberfläche selbst, von den Beobachtungsfehlern und wahrscheinlich auch von kleinen Unvollkommenheiten der Berechnung einer oder der anderen Gradmessung erzeugte Unsicherheit, so könnte man wohl eins dieser vier Resultate, oder das arithmetische Mittel aller vier, zur Grundlage einer neuen Untersuchung der Figur und Gröfse der Erde machen. Ich habe aber geglaubt, bis zu den in dem Werke der Herren *Biot* und *Arago* enthaltenen Beobachtungen selbst zurückgehen, also den vier Resultaten noch ein *fünftes* hinzufügen zu müssen.

In dem eben angeführten Werke (p. 179 etc.) finden sich *zwei* Werthe der Winkel mehrerer Dreiecke angegeben; nämlich die Werthe, welche die frühere Commission angenommen hat und die, welche die Beobachter selbst für die wahrscheinlichsten halten. Die ersteren sind in den Rechnungen der Herren *Daussy* und *Largeteau*, die letzteren in der Rechnung des Herrn *Mathieu* angewandt worden. Diese doppelten Werthe der Winkel sind aus dem Vorhandensein von *mehr* Beobachtungen, als zur Bestimmung der Winkel erforderlich waren, hervorgegangen: sie müssen durch *einen* bestimmten Werth jedes Winkels, welchen die Verfolgung der Methode der kleinsten Quadrate immer ergiebt, ersetzt werden, wenn man nicht sowohl eine Reihe, zwischen — vielleicht engen — Grenzen schwankender Resultate, als das unzweideutige Resultat einer geschlossenen geodätischen Operation verlangt. Die Beobachtungen der Herren *Biot* und *Arago* ergeben nicht allein alle Winkel der einzelnen Dreiecke unmittelbar, sondern oft auch die Summen von zwei oder mehreren, von *einem* Punkte des Dreiecksnetzes ausgehenden; ferner ergeben sie die vollständige Beobachtung der Winkel des Viereckes *Desierto d. l. P.* — *Espadan* — *Cullera* — *Montgo* und seiner Diagonalen. Im

*) Herr Geheimerrath *Bessel* hat seine Ansichten über Naturmaafse ausführlicher in meinem Jahrbuch für 1840 p. 142 ausgesprochen. *S.*

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK

Digitized by Google

Ganzen ergeben sie 29 Bedingungen zwischen den verschiedenen beobachteten Winkeln, welche Bedingungen nicht nur in aller Schärfe, sondern auch so erfüllt werden müssen, dafs die Verbesserungen, welche an die unmittelbaren Beobachtungen anzubringen sind, damit sie erfüllt werden, der Forderung der Methode der kleinsten Quadrate entsprechen. Die Theorie dieser Ausgleichung der beobachteten Winkel untereinander war zu der Zeit, in welche die frühere Berechnung der französischen Gradmessung fällt, noch nicht bekannt, so dafs auch weder die eine noch die andere der beiden erwähnten Angaben der Winkel daraus hervorgegangen sein kann und also keine von ihnen zu dem wahren Resultate der Beobachtungen führt. Der Wunsch, *dieses* Resultat einer Unternehmung zu erlangen, deren Ausführung grofse Schwierigkeiten mit sich brachte und von den Herren *Biot* und *Arago* so grofse Aufopferungen forderte, dafs die Mühe einer consequent durchgeführten Rechnung dagegen kaum in Betracht kommt, hat mich veranlafst, diese zu unternehmen.

1.

Ich werde zuerst die auf den einzelnen Dreieckspunkten beobachteten, auf den Horizont reducirten Winkel, so wie das arithmetische Mittel der verschiedenen Beobachtungsreihen jedes Winkels sie ergiebt, anführen. Indem das arithmetische Mittel aus verschiedenen, ungleich zahlreichen Reihen von Wiederholungen eines Winkels, so genommen wird, dafs jeder dieser Reihen ein der Zahl der Wiederholungen proportionales Gewicht beigelegt wird, wird, wie ich Astr. Nachr. Nr. 256 S. 280 gezeigt habe, vorausgesetzt, dafs die aus der Theilung und Ablesung des angewandten Instruments hervorgehenden Fehler, vergleichungsweise mit den Fehlern der Einstellung des Fernrohrs, verschwinden. Dieses ist ganz gewifs in keinem Falle richtig; allein das Verhältnifs der mittleren, aus beiden Ursachen entstehenden Fehler, welches bekannt sein mufs, wenn die a.a.O. gegebene Vorschrift zur Bestimmung des Gewichtes jeder einzelnen Beobachtungsreihe soll angewandt werden können, ist für die Wiederholungskreise der Herren *Biot* und *Arago* unbekannt, weshalb, falls nicht ein ganz willkürliches Element der Rechnung eingeführt werden soll, nichts übrig bleibt, als der einfachsten Annahme, nämlich der Annahme des der Anzahl der Wiederholungen proportionalen Gewichts, welches auch die von den Beobachtern selbst gemachte ist, zu folgen.

Mittelp. der Winkel.	Nr.	Winkel.		Zahl.	Pag
Matas....	1	Morella — Montserrat	54°23′39″685	52	3
Montserrat	2	Matas — Morella	60 13 20,696	64	7
	3	Morella — Montagut	70 11 17,184	64	8
Morella...	4	St. Jean — Montagut	37 28 37,916	64	14
	5	Montagut — Montserrat	59 8 0,980	56	13
	6	Montserrat — Matas	65 22 58,506	64	12
Montagut	7	Montserrat — Morella	50°40′49″210	54	19
	8	Morella — St. Jean	84 29 22,895	84	21
	9	St. Jean — Lleberia	42 40 42,144	88	22
St. Jean..	10	Montsia — Lleberia	33 17 58,492	42	30
	11	Lleberia — Montagut	107 0 35,275	64	29
	12	Montagut — Morella	58 2 0,220	48	28
Lleberia..	13	Montagut — St. Jean	30 18 42,412	40	36
	14	St. Jean — Montsia	124 26 35,959	84	37
	15	Montsia — Bosch	33 0 2,208	60	43
Montsia..	16	Desierto — Arès	37 52 58,344	72	56
	17	Arès — Tosal	35 45 45,935	56	53
	18	Tosal — Bosch	44 26 42,392	46	49
	19	Bosch — Lleberia	53 33 17,135	14	48
	20	Lleberia — St. Jean	22 15 34,094	64	39
		18 + 19.....	98 0 2,557	60	51
Bosch....	21	Lleberia — Montsia	93 26 45,623	54	61
	22	Montsia — Tosal	74 44 14,267	74	63
le Tosal...	23	Bosch — Montsia	60 49 6,555	74	68
	24	Montsia — Arès	108 10 54,047	72	70
Arès.....	25	Tosal — Montsia	36 3 24,279	40	74
	26	Montsia — Desierto	88 17 45,017	44	76
	27	Desierto — Espadan	37 7 33,019	58	77
		25 + 26.....	124 21 10,135	20	78
Desierto	28	Campvey — Montgo	42 5 36,623	38	108
de las Pal-	29	Montgo — Cullera	16 51 20,656	12	99
mas....	30	Cullera — Espadan	47 2 10,351	60	98
	31	Espadan — Arès	101 17 34,304	218	97
	32	Arès — Montsia	53 49 21,126	40	88
		31 + 32.....	155 6 55,859	56	110
		29 + 30 + 31 + 32	219 0 28,826	20	111
		28 + 29 + 30.....	105 59 8,526	12	112
		29 + 30.....	63 53 29,466	146	104
Espadan..	33	Arès — Desierto	41 34 55,657	104	123
	34	Desierto — Montgo	99 50 11,039	72	125
	35	Montgo — Cullera	11 54 54,964	34	128
		34 + 35.....	111 45 6,649	66	127
		33 + 34 + 35.....	153 20 5,366	46	129
Cullera...	36	Espadan — Desierto	21 12 46,838	100	137
	37	Desierto — Montgo	128 3 19,955	60	139
		36 + 37.....	149 16 10,321	44	140
Montgo...	38	Cullera — Espadan	18 49 3,810	20	146
	39	Espadan — Desierto	16 16 31,427	100	149
	40	Desierto — Campvey	78 4 10,088	64	157
	41	Campvey — Mola	21 58 42,544	50	153
		38 + 39.....	35 5 33,569	30	145
		40 + 41.....	100 2 53,769	20	154
		38 + 39 + 40 + 41	135 8 27,120	32	156
Campvey..	42	Mola — Montgo	95 28 18,337	50	167
	43	Montgo — Desierto	59 50 53,916	74	165
		42 + 43.....	155 19 12,447	20	168
Mola.....	44	Montgo — Campvey	62 33 12,898	80	177

Digitized by Google

2.

Ich habe zuerst die auf den einzelnen Beobachtungspunkten beobachteten Winkel und ihre Summen untereinander ausgeglichen. Die dazu angewandten Formeln findet man in meinem Buche über die Gradmessung in Ostpreufsen S. 71. Bezeichnet man die Verbesserungen, welche den so ausgeglichenen Winkeln, oder wenn keine Summen beobachtet wurden, den im vorigen § angegebenen, noch hinzuzusetzen sind durch (1), (2), (3), u. s. w., so erhält man folgende Ausdrücke der Winkel und der a. a. O. S. 149 unter der Bezeichnung [1], [2], [3] u. s. w. eingeführten Gröfsen:

1	54° 23′ 39″685 + (1)	[1] =	52 (1)
2	60 13 20,696 + (2)	[2] =	64 (2)
3	70 11 17,184 + (3)	[3] =	64 (3)
4	87 28 37,916 + (4)	[4] =	64 (4)
5	59 8 0,980 + (5)	[5] =	56 (5)
6	65 22 58,506 + (6)	[6] =	64 (6)
7	50 40 49,210 + (7)	[7] =	54 (7)
8	84 29 22,895 + (8)	[8] =	84 (8)
9	42 40 42,144 + (9)	[9] =	88 (9)
10	33 17 58,492 + (10)	[10] =	42 (10)
11	107 0 35,275 + (11)	[11] =	64 (11)
12	58 2 0,220 + (12)	[12] =	48 (12)
13	30 18 42,412 + (13)	[13] =	40 (13)
14	124 26 35,959 + (14)	[14] =	84 (14)
15	33 0 2,208 + (15)	[15] =	60 (15)
16	87 52 58,344 + (16)	[16] =	72 (16)
17	35 45 45,935 + (17)	[17] =	56 (17)
18	44 26 42,992 + (18)	[18] =	106 (18) + 60 (19)
19	53 33 19,106 + (19)	[19] =	60 (18) + 74 (19)
20	22 15 34,094 + (20)	[20] =	64 (20)
21	93 26 45,623 + (21)	[21] =	54 (21)
22	74 44 14,267 + (22)	[22] =	74 (22)
23	60 49 6,555 + (23)	[23] =	74 (23)
24	108 10 54,047 + (24)	[24] =	72 (24)
25	36 3 24,494 + (25)	[25] =	60 (25) + 20 (26)
26	88 17 45,212 + (26)	[26] =	20 (25) + 64 (26)
27	37 7 33,019 + (27)	[27] =	58 (27)
28	42 5 37,090 + (28)	[28] =	50 (28) + 12 (29) + 12 (30)
29	16 51 19,782 + (29)	[29] =	12 (28) + 190 (29) + 178 (30) + 20 (31) + 20 (32)
30	47 2 10,176 + (30)	[30] =	12 (28) + 178 (29) + 238 (30) + 20 (31) + 20 (32)
31	101 17 34,421 + (31)	[31] =	——— + 20 (29) + 20 (30) + 294 (31) + 76 (32)
32	53 49 21,764 + (32)	[32] =	——— + 20 (29) + 20 (30) + 76 (31) + 116 (32)
33	41 34 56,386 + (33)	[33] =	150 (33) + 46 (34) + 46 (35)
34	99 50 11,465 + (34)	[34] =	46 (33) + 184 (34) + 112 (35)
35	11 54 55,867 + (35)	[35] =	46 (33) + 112 (34) + 146 (35)
36	21 12 47,652 + (36)	[36] =	144 (36) + 44 (37)
37	128 3 21,145 + (37)	[37] =	44 (36) + 104 (37)
38	18 49 2,880 + (38)	[38] =	82 (38) + 62 (39) + 32 (40) + 32 (41)
39	16 16 31,241 + (39)	[39] =	62 (38) + 162 (39) + 32 (40) + 32 (41)
40	78 4 10,277 + (40)	[40] =	32 (38) + 32 (39) + 116 (40) + 52 (41)
41	21 58 42,786 + (41)	[41] =	32 (38) + 32 (39) + 52 (40) + 102 (41)
42	95 28 18,383 + (42)	[42] =	70 (42) + 20 (43)
43	59 50 53,947 + (43)	[43] =	20 (42) + 94 (43)
44	62 33 12,898 + (44)	[44] =	80 (44)

3.

Nachdem hierdurch die 13 Bedingungen erfüllt sind, welche durch eben so viele Beobachtungen von Summen mehrerer einzelnen Winkel gegeben wurden, werde ich die noch zu erfüllenden aufsuchen. Da das Dreiecksnetz 16 Punkte enthält, von welchen zwei willkürlich angenommen werden können, so sind 14 Punkte, also die 28 Gröfsen, wovon ihre Lage abhängt, zu bestimmen: unter den 44 Winkeln des Netzes sind daher $44 - 28 = 16$ durch die übrigen bedingt, oder es müssen noch 16 Bedingungsgleichungen vorhanden sein. Man sieht sehr leicht aus der Figur des Dreiecksnetzes in dem Werke der Herren *Biot* und *Arago*, dafs 15 von diesen Gleichungen durch die Forderung gegeben werden, dafs die Summe der drei Winkel in 15 Dreiecken den Werth erhalte, welchen sie,

Digitized by Google

dem Flächeninhalte jedes Dreieckes nach, haben mufs, die 16te geht aus der Forderung hervor, dafs die Richtungslinien von 3 Punkten des Viereckes *Desierto — Espadan — Cullera — Montgo* nach dem 4ten, sich in Einem Punkte durchschneiden müssen *).

Legt man ein ebenes Dreieck, dessen Seiten a, b, c die Winkel A', B', C' gegenüberstehen, auf eine Kugeloberfläche vom Halbmesser r, so dafs seine Seiten gröfste Kreise werden, und bezeichnet man die ihnen dann gegenüberstehenden Winkel durch A, B, C, so wie auch seinen doppelten Flächeninhalt in seinem ersten Zustande, oder

$$ab \sin C' = bc \sin A' = ca \sin B'$$

durch n, so hat man bekanntlich

$$A - A' = \frac{n}{6rr}\left\{1 + \frac{aa+7bb+7cc}{120rr}\right\}$$

$$B - B' = \frac{n}{6rr}\left\{1 + \frac{7aa+bb+7cc}{120rr}\right\}$$

$$C - C' = \frac{n}{6rr}\left\{1 + \frac{7aa+7bb+cc}{120rr}\right\}$$

also den *sphärischen Excess* des Dreiecks:

$$\varepsilon = A+B+C-180^\circ = \frac{n}{2rr}\left\{1 + \frac{aa+bb+cc}{24rr}\right\}.$$

Nach diesen Formeln, oder anderen daraus abgeleiteten, durch welche die frühere *Legendre*sche Formel bis zu der zweiten Ordnung von ε incl. entwickelt wird **), habe ich jetzt die Summe der Winkel jedes der 15 Dreiecke und später auch das ganze Netz berechnet. Die dazu erforderliche genäherte Kenntnifs der Dreiecksseiten habe ich durch eine vorläufige, nur die Ausgleichung der Summe der drei Winkel jedes Dreiecks voraussetzende Berechnung des Netzes erlangt, indem ich die Seite *Montserrat — Matas*, so wie sie *Base d. S. Métr.* II p. 837 angegeben ist $= 20297^{t}8690$, und für r den Aequatorealhalbmesser der Erde, nach der Bestimmung *Astr. Nachr.* Nr. 333 $= 3271953^{t}854$, angenommen habe. Der letzteren Annahme entspricht

$$lng \frac{206264''8}{2rr} = 1{,}9837808 - 10.$$

Ich werde die auf diese Art berechneten sphärischen Excesse der 15 Dreiecke und die aus den Zahlen des vorigen §'s hervorgehenden Ausdrücke der Summen ihrer drei Winkel mittheilen:

				ε	Summe der 3 Winkel.
I	Matas	— Montserrat	— Morella	3″081	179° 59′ 58″887 + (1) + (2) + (6)
II	Montserrat	— Morella	— Montagut	3,314	180 0 7,374 + (3) + (5) + (7)
III	Morella	— Montagut	— St. Jean	3,352	1,031 + (4) + (8) + (12)
IV	Montagut	— St. Jean	— Lleberia	3,102	179 59 59,831 + (9) + (11) + (13)
V	St. Jean	— Lleberia	— Montsia	5,207	180 0 8,545 + (10) + (14) + (20)
VI	Lleberia	— Bosch	— Montsia	4,017	6,937 + (15) + (19) + (21)
VII	Bosch	— Montsia	— Tosal	2,108	3,814 + (18) + (22) + (23)
VIII	Montsia	— Tosal	— Arès	3,138	4,476 + (17) + (24) + (25)
IX	Montsia	— Arès	— Desierto	6,5905	5,320 + (16) + (26) + (32)
X	Arès	— Desierto	— Espadan	4,473	3,826 + (27) + (31) + (33)
XI	Desierto	— Espadan	— Cullera	7,792	5,060 + (30) + (34) + (35) + (36)
XII	Espadan	— Cullera	— Montgo	5,550	7,444 + (35) + (36) + (37) + (38)
XIII	Desierto	— Cullera	— Montgo	10,854	15,048 + (29) + (37) + (38) + (39)
XV	Desierto	— Montgo	— Campvey	38,895	41,314 + (28) + (40) + (43)
XVI	Montgo	— Campvey	— Mola	12,936	14,067 + (41) + (42) + (44)

Diese Dreiecke und ihre Numerirung sind dieselben, welche man in dem Recueil d'Observations etc. p. 179 — 182 zusammengestellt findet. Dort findet sich noch ein Dreieck XIV: Desierto — Espadan — Montgo, welches hier aber wegbleiben mufs, weil es aus XI, XII und XIII folgt, nämlich XI + XIII = XII + XIV. Dafs die a. a. O. p. 181 angegebenen sphärischen Excesse der vier Dreiecke, dieser Bedingung nicht genau, sondern nur bis auf 0″006 entsprechen, ist eine (unbedeutende) Unvollkommenheit ihrer Berechnung; dafs ihr die von den Herren *Biot* und *Arago* angenommenen Werthe der beobachteten Winkel weit näher entsprechen, als die von der früheren Commission angenommenen, zeigt, dafs die ersteren erfolgreicher ausgeglichen sind. Die durch die Summen der Winkel der 15 Dreiecke gegebenen Bedingungsgleichungen sind, den angeführten Zahlen gemäfs:

*) Vergl. Gradmessung in Ostpreufsen S. 139.

**) Ich glaube, dafs die Ehre dieser weiteren Entwickelung *Buzengeiger* gebührt. Seine Abhandlung darüber findet man in *Lindenau* und *Bohnenbergers* Zeitschrift für Astronomie Band VI. S. 264. Tübingen 1818.

Digitized by Google

I	$0 = -4''194 + (1) + (2) + (6)$
II	$0 = +4{,}060 + (3) + (5) + (7)$
III	$0 = -2{,}321 + (4) + (8) + (12)$
IV	$0 = -3{,}271 + (9) + (11) + (13)$
V	$0 = +3{,}338 + (10) + (14) + (20)$
VI	$0 = +2{,}920 + (15) + (19) + (21)$
VII	$0 = +1{,}706 + (18) + (22) + (23)$
VIII	$0 = +1{,}338 + (17) + (24) + (25)$
IX	$0 = -1{,}2705 + (16) + (26) + (32)$
X	$0 = -0{,}647 + (27) + (31) + (33)$
XI	$0 = -2{,}732 + (30) + (34) + (35) + (36)$
XII	$0 = +1{,}894 + (35) + (36) + (37) + (38)$
XIII	$0 = +4{,}194 + (29) + (37) + (38) + (39)$
XV	$0 = +2{,}419 + (28) + (42) + (43)$
XVI	$0 = +1{,}131 + (41) + (42) + (44)$

Die 16te, durch das Viereck Desierto — *Espadan* — *Cullera* — *Montgo* gegebene Bedingung ist

$$1 = \frac{\sin DEC \,.\, \sin DCM \,.\, \sin EMD}{\sin ECD \,.\, \sin CMD \,.\, \sin DEM}$$

und wenn man die darin vorkommenden Winkel aus § 2 nimmt, oder

$$\begin{aligned}
DEC &= 111^\circ 45' \; 7''332 + (34) + (35)\\
DCM &= 128 \;\; 3 \;\; 21{,}145 + (37)\\
EMD &= 16 \;\; 16 \;\; 31{,}241 + (39)\\
ECD &= 21 \;\; 12 \;\; 47{,}552 + (36)\\
CMD &= 35 \;\; 5 \;\; 34{,}121 + (38) + (39\\
DEM &= 99 \;\; 50 \;\; 11{,}465 + (34)
\end{aligned}$$

setzt und die unbekannten Gröſsen (34), (35), u. s. w. durch die Differenzen der Logarithmen der Sinus der Winkel in Rechnung bringt *),

$$0 = +56{,}4 + 4{,}751\,(34) + 8{,}401\,(35) + 54{,}248\,(36) + 16{,}482\,(37) + 29{,}968\,(38) - 42{,}158\,(39)$$

welcher Gleichung ich die oben fehlende Zahl XIV geben werde.

4.

Aus den nun vollständig bekannten Bedingungsgleichungen des Dreiecksnetzes folgen **) die Ausdrücke der im 2ten § durch [1], [2], [3], u. s. w. bezeichneten Gröſsen durch I, II, III u. s. w., oder wenn man statt der ersteren ihre Ausdrücke durch (1), (2), (3) u. s. w. (§ 2) schreibt, die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
52\,(1) &= \mathrm{I}\\
64\,(2) &= \mathrm{I}\\
64\,(3) &= \mathrm{II}\\
64\,(4) &= \mathrm{III}\\
56\,(5) &= \mathrm{II}\\
64\,(6) &= \mathrm{I}\\
54\,(7) &= \mathrm{II}\\
84\,(8) &= \mathrm{III}\\
88\,(9) &= \mathrm{IV}\\
42\,(10) &= \mathrm{V}\\
64\,(11) &= \mathrm{IV}\\
48\,(12) &= \mathrm{III}\\
40\,(13) &= \mathrm{IV}\\
84\,(14) &= \mathrm{V}\\
60\,(15) &= \mathrm{VI}\\
72\,(16) &= \mathrm{IX}\\
56\,(17) &= \mathrm{VIII}\\
106\,(18) + 60\,(19) &= \mathrm{VII}\\
60\,(18) + 74\,(19) &= \mathrm{VI}\\
64\,(20) &= \mathrm{V}\\
54\,(21) &= \mathrm{VI}\\
74\,(22) &= \mathrm{VII}\\
74\,(23) &= \mathrm{VII}\\
72\,(24) &= \mathrm{VIII}\\
60\,(25) + 20\,(26) &= \mathrm{VIII}\\
20\,(25) + 64\,(26) &= \mathrm{IX}\\
58\,(27) &= \mathrm{X}\\
50\,(28) + 12\,(29) + 12\,(30) \;\; \text{———} \;\; \text{———} &= \mathrm{XV}\\
12\,(28) + 190\,(29) + 178\,(30) + 20\,(31) + 20\,(32) &= \mathrm{XIII}\\
12\,(28) + 178\,(29) + 238\,(30) + 20\,(31) + 20\,(32) &= \mathrm{XI}\\
20\,(29) + 20\,(30) + 294\,(31) + 76\,(32) &= \mathrm{X}\\
20\,(29) + 20\,(30) + 76\,(31) + 116\,(32) &= \mathrm{IX}\\
150\,(33) + 46\,(34) + 46\,(35) &= \mathrm{X}\\
46\,(33) + 184\,(34) + 112\,(35) &= \mathrm{XI} + 4{,}751\,\mathrm{XIV}\\
46\,(33) + 112\,(34) + 146\,(35) &= \mathrm{XI} + \mathrm{XII} + 8{,}401\,\mathrm{XIV}
\end{aligned}$$

*) Gradmessung in Ostpreuſsen S. 140 etc. **) A. a. O. S. 149.

Digitized by Google

$$
\begin{aligned}
144\,(36) + 44\,(37) &= \text{XI} + \text{XII} + 54{,}248\ \text{XIV}\\
44\,(36) + 104\,(37) &= \text{XII} + \text{XIII} + 16{,}482\ \text{XIV}\\
82\,(38) + 62\,(39) + 32\,(40) + 32\,(41) &= \text{XII} + \text{XIII} + 29{,}968\ \text{XIV}\\
62\,(38) + 162\,(39) + 32\,(40) + 32\,(41) &= \text{XIII} - 42{,}158\ \text{XIV}\\
32\,(38) + 32\,(39) + 116\,(40) + 52\,(41) &= \text{XV}\\
32\,(38) + 32\,(39) + 52\,(40) + 102\,(41) &= \text{XVI}\\
70\,(42) + 20\,(43) &= \text{XVI}\\
20\,(42) + 94\,(43) &= \text{XV}\\
80\,(44) &= \text{XVI}
\end{aligned}
$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergiebt die Ausdrücke von (1), (2), (3) u. s. w. durch I, II, III u. s. w.

$$
\begin{aligned}
(1) &= 0{,}019231.\text{I}\\
(2) &= 0{,}015625.\text{I}\\
(3) &= 0{,}015625.\text{II}\\
(4) &= 0{,}015625.\text{III}\\
(5) &= 0{,}017857.\text{II}\\
(6) &= 0{,}015625.\text{I}\\
(7) &= 0{,}018519.\text{II}\\
(8) &= 0{,}011905.\text{III}\\
(9) &= 0{,}011364.\text{IV}\\
(10) &= 0{,}023810.\text{V}\\
(11) &= 0{,}015625.\text{IV}\\
(12) &= 0{,}020833.\text{III}\\
(13) &= 0{,}025000.\text{IV}\\
(14) &= 0{,}011905.\text{V}\\
(15) &= 0{,}016667.\text{VI}\\
(16) &= 0{,}013889.\text{IX}\\
(17) &= 0{,}017857.\text{VIII}\\
(18) &= -0{,}014137.\text{VI} + 0{,}017463.\text{VII}\\
(19) &= +0{,}024976.\text{VI} - 0{,}014137.\text{VII}\\
(20) &= 0{,}015625.\text{V}\\
(21) &= 0{,}018519.\text{VI}\\
(22) &= 0{,}013513.\text{VII}\\
(23) &= 0{,}013513.\text{VII}\\
(24) &= 0{,}013889.\text{VIII}\\
(25) &= 0{,}018605.\text{VIII} - 0{,}005814.\text{IX}\\
(26) &= -0{,}005814.\text{VIII} + 0{,}017442.\text{IX}\\
(27) &= 0{,}017241.\text{X}\\
(28) &= +0{,}000204.\text{IX} + 0{,}000037.\text{X} - 0{,}000220.\text{XI} - 0{,}001102.\text{XIII} + 0{,}020317.\text{XV}\\
(29) &= -0{,}000707.\text{IX} - 0{,}000130.\text{X} - 0{,}013124.\text{XI} + 0{,}017716.\text{XIII} - 0{,}001102.\text{XV}\\
(30) &= -0{,}000141.\text{IX} - 0{,}000026.\text{X} + 0{,}014043.\text{XI} - 0{,}013124.\text{XIII} - 0{,}000220.\text{XV}\\
(31) &= -0{,}002659.\text{IX} + 0{,}004099.\text{X} - 0{,}000026.\text{XI} - 0{,}000130.\text{XIII} + 0{,}000037.\text{XV}\\
(32) &= +0{,}010509.\text{IX} - 0{,}002659.\text{X} - 0{,}000141.\text{XI} - 0{,}000707.\text{XIII} + 0{,}000204.\text{XV}\\
(33) &= +0{,}007444.\text{X} - 6{,}002535.\text{XI} - 0{,}001722.\text{XII} - 0{,}018327.\text{XIV}\\
(34) &= -0{,}000813.\text{X} + 0{,}002651.\text{XI} - 0{,}007633.\text{XII} - 0{,}015265.\text{XIV}\\
(35) &= -0{,}001722.\text{X} + 0{,}005614.\text{XI} + 0{,}013247.\text{XII} + 0{,}075024.\text{XIV}\\
(36) &= +0{,}007975.\text{XI} + 0{,}004601.\text{XII} - 0{,}003374.\text{XIII} + 0{,}377026.\text{XIV}\\
(37) &= -0{,}003374.\text{XI} + 0{,}007669.\text{XII} + 0{,}011043.\text{XIII} - 0{,}001033.\text{XIV}\\
(38) &= +0{,}018875.\text{XII} + 0{,}012650.\text{XIII} + 0{,}828080.\text{XIV} - 0{,}002217.\text{XV} - 0{,}002838.\text{XVI}\\
(39) &= -0{,}006225.\text{XII} + 0{,}002530.\text{XIII} - 0{,}555644.\text{XIV} - 0{,}000443.\text{XV} - 0{,}000568.\text{XVI}\\
(40) &= -0{,}002217.\text{XII} + 0{,}002660.\text{XIII} - 0{,}047746.\text{XIV} + 0{,}011641.\text{XV} - 0{,}005100.\text{XVI}\\
(41) &= -0{,}002838.\text{XII} - 0{,}003406.\text{XIII} - 0{,}061120.\text{XIV} - 0{,}005100.\text{XV} + 0{,}013472.\text{XVI}\\
(42) &= -0{,}003236.\text{XV} + 0{,}015210.\text{XVI}\\
(43) &= +0{,}011327.\text{XV} - 0{,}003236.\text{XVI}\\
(44) &= +0{,}012500.\text{XVI}.
\end{aligned}
$$

5.

Wenn man diese Ausdrücke von (1), (2), (3) u. s. w. in den 16 Bedingungsgleichungen § 3 substituirt, so erlangt man die, die Gröfsen I, II, III u. s. w. bestimmenden Gleichungen, nämlich:

Digitized by Google

$0 = -4{,}194+0{,}050481\,\mathrm{I}$
$0 = +4{,}060+0{,}052001\,\mathrm{II}$
$0 = -2{,}321+0{,}048363\,\mathrm{III}$
$0 = -3{,}271+0{,}051989\,\mathrm{IV}$
$0 = +3{,}338+0{,}051340\,\mathrm{V}$
$0 = +2{,}920+0{,}060162\,\mathrm{VI} -0{,}014137\,\mathrm{VII}$
$0 = +1{,}706-0{,}014137\,\mathrm{VI} +0{,}044462\,\mathrm{VII}$
$0 = +1{,}338+0{,}050351\,\mathrm{VIII}-0{,}005814\,\mathrm{IX}$
$0 = -1{,}2705-0{,}005814\,\mathrm{VIII}+0{,}041840\,\mathrm{IX}-0{,}002659\,\mathrm{X} -0{,}000141\,\mathrm{XI} -0{,}000707\,\mathrm{XIII}+0{,}000704\,\mathrm{XV}$
$0 = -0{,}647-1{,}002659\,\mathrm{IX} +0{,}028784\,\mathrm{X} -0{,}002561\,\mathrm{XI}-0{,}001722\,\mathrm{XII}-0{,}000130\,\mathrm{XIII}-0{,}01833\,\mathrm{XIV}+0{,}000037\,\mathrm{XV}$
$0 = -2{,}732-0{,}000141\,\mathrm{IX} -0{,}002561\,\mathrm{X} +0{,}030283\,\mathrm{XI}+0{,}010215\,\mathrm{XII}-0{,}016498\,\mathrm{XIII}+0{,}43678\,\mathrm{XIV}-0{,}000220\,\mathrm{XV}$
$0 = +1{,}894$ ——— $-0{,}001722\,\mathrm{X} +0{,}010215\,\mathrm{XI}+0{,}044392\,\mathrm{XII}+0{,}020319\,\mathrm{XIII}+1{,}27909\,\mathrm{XIV}-0{,}002217\,\mathrm{XV}-0{,}002838\,\mathrm{XVI}$
$0 = +4{,}194-0{,}000707\,\mathrm{IX} -0{,}000130\,\mathrm{X} -0{,}016498\,\mathrm{XI}+0{,}020319\,\mathrm{XII}+0{,}043939\,\mathrm{XIII}+0{,}27141\,\mathrm{XIV}-0{,}003762\,\mathrm{XV}-0{,}003406\,\mathrm{XVI}$
$0 = +56{,}4$ ——— $-0{,}01833\,\mathrm{X} +0{,}43678\,\mathrm{XI}+1{,}27909\,\mathrm{XII}+0{,}27141\,\mathrm{XIII}+69{,}2342\,\mathrm{XIV}-0{,}04775\,\mathrm{XV}-0{,}06112\,\mathrm{XVI}$
$0 = +2{,}419+0{,}000204\,\mathrm{IX} +0{,}000037\,\mathrm{X} -0{,}000220\,\mathrm{XI}-0{,}02217\,\mathrm{XII}-0{,}003762\,\mathrm{XIII}-0{,}04775\,\mathrm{XIV}+0{,}043285\,\mathrm{XV}-0{,}008336\,\mathrm{XVI}$
$0 = +1{,}131-0{,}002838\,\mathrm{XII}-0{,}003406\,\mathrm{XIII}-0{,}06112\,\mathrm{XIV}-0{,}08336\,\mathrm{XV}+0{,}041182\,\mathrm{XVI}.$

Ihre Auflösung ergiebt

log I	= 1,91950
— II	= 1,89252*n*
— III	= 1,68116
— IV	= 1,79877
— V	= 1,81303*n*
— VI	= 1,79378*n*
— VII	= 1,76453*n*
— VIII	= 1,36724*n*
— IX	= 1,45341
— X	= 1,47982
— XI	= 1,83297
— XII	= 0,14864*n*
— XIII	= 1,86025*n*
— XIV	= 0,00863*n*
— XV	= 1,86206*n*
— XVI	= 1,69725*n*

6.

Man erhält endlich die Gröfsen (1), (2), (3) u. s. w. und damit die völlig ausgeglichenen Winkel des Dreiecksnetzes, wenn man die eben gefundenen Werthe von I, II, III u. s. w. in ihren Ausdrücken (§ 4) substituirt.

(1)	+ 1″5977	Winkel	1 =	54°	23′	41″2827
(2)	+ 1,2981	——	2 =	60	13	21,9941
(3)	— 1,2199	——	3 =	70	11	15,9641
(4)	+ 0,7499	——	4 =	37	28	38,6659
(5)	— 1,3942	——	5 =	59	7	59,5858
(6)	+ 1,2981	——	6 =	65	22	59,8041
(7)	— 1,4459	——	7 =	50	40	47,7641
(8)	+ 0,5713	——	8 =	84	29	23,4663
(9)	+ 0,7150	——	9 =	42	40	42,8590
(10)	— 1,5480	——	10 =	33	17	56,9440
(11)	+ 0,9831	——	11 =	107	0	36,2581
(12)	+ 0,9998	——	12 =	58	2	1,2198
(13)	+ 1,5729	——	13 =	30	18	43,9849
(14)	— 0,7740	——	14 =	124	26	35,1850
(15)	— 1,0367	——	15 =	33	0	1,1713
(16)	+ 0,3945	——	16 =	37	52	58,7385
(17)	— 0,4160	——	17 =	35	45	45,5190
(18)	— 0,1345	——	18 =	44	26	42,8575
(19)	— 0,7314	——	19 =	53	33	18,3746
(20)	— 1,0159	Winkel	20 =	22	15′	33″0781
(21)	— 1,1518	——	21 =	93	26	44,4712
(22)	— 0,7858	——	22 =	74	44	13,4812
(23)	— 0,7858	——	23 =	60	49	5,7692
(24)	— 0,3235	——	24 =	108	10	53,7235
(25)	— 0,5985	——	25 =	36	3	23,8955
(26)	+ 0,6309	——	26 =	88	17	45,8429
(27)	+ 0,5205	——	27 =	37	7	33,5395
(28)	— 1,4071	——	28 =	42	5	35,6829
(29)	— 2,1213	——	29 =	16	51	17,6607
(30)	+ 1,9184	——	30 =	47	2	12,0944
(31)	+ 0,0531	——	31 =	101	17	34,4741
(32)	+ 0,2450	——	32 =	53	49	22,0090
(33)	+ 0,0733	——	33 =	41	34	56,4593
(34)	+ 0,1823	——	34 =	99	50	11,6473
(35)	+ 0,2350	——	35 =	11	54	56,1020
(36)	+ 0,3964	——	36 =	21	12	47,9484
(37)	— 1,0399	——	37 =	128	8	20,1051
(38)	— 1,4855	——	38 =	18	49	1,3945
(39)	+ 0,4527	——	39 =	16	16	31,6937
(40)	— 0,3486	——	40 =	78	4	9,9284
(41)	+ 0,0134	——	41 =	21	58	42,7994
(42)	— 0,5220	——	42 =	95	28	17,8610
(43)	— 0,6633	——	43 =	59	50	53,2837
(44)	— 0,6225	——	44 =	62	33	12,2755

7.

Nach Erlangung dieser, sämmtliche, die Winkelbeobachtungen der Herren *Biot* und *Arago* untereinander verbindenden Bedingungen erfüllenden Ausgleichung, hat die Berechnung des Dreiecksnetzes kein Hindernifs mehr. Ich werde hier die Logarithmen sämmtlicher Seiten dieses Netzes anführen, auch einer jeden die ihr gegenüberstehenden Winkel beischreiben. Die erste Seite *Matas — Montserrat* ist dem Dreiecksnetze des Herrn *Mechain* und dem der Herren *Biot* und *Arago* gemeinschaftlich, und ihr Werth ist aus *Base du Syst. Métr.* II. p. 836 u. 837 entlehnt.

Digitized by Google

		Log. Entfernung.	Gegenüberst. Winkel.
Matas	— Montserrat	4,3074504.5	6
——	— Morella	4,2873327.6	2
Montserrat	— Morella	4,2589474.1	1 u. 7
——	— Montagut	4,3040919.0	5
Morella	— Montagut	4,3439229.2	3 u. 12
——	— St. Jean	4,4133328.6	8
Montagut	— St. Jean	4,1995653.1	4 u. 13
——	— Lleberia	4,4770992.7	11
St. Jean	— Lleberia	4,3276791.5	9 u. 20
——	— Montsia	4,6655737.9	14
Lleberia	— Montsia	4,4888565.4	10 u. 21
——	— Bosch	4,3951275.8	19
Montsia	— Bosch	4,2257504.1	15 u. 23
——	— Tosal	4,2691028.6	22 u. 25
——	— Arès	4,4770543.3	24 u. 32
——	— Desierto	4,5698870.0	26
Bosch	— Tosal	4,1299358.8	18
Tosal	— Arès	4,2660254.4	17
Arès	— Desierto	4,3582775.6	16 u. 33
——	— Espadan	4,5278217.5	31
Desierto	— Espadan	4,3170352.4	27, 36 u. 39
——	— Cullera	4,7264535.6	34+35u.38+39
——	— Montgo	4,8630818.3	34, 37 u. 43
——	— Campvey	4,9167438.4	40
Espadan	— Montgo	4,8227661.3	29+30u.36+37
——	— Cullera	4,6229127.7	30 u. 38
Montgo	— Cullera	4,4291697.7	29 u. 35
——	— Campvey	4,7524980.5	28 u. 44
——	— Mola	4,8023808.35	42
Campvey	— Mola	4,3775137.2	41

8.

Jetzt kann auch der letzte Zweck des geodätischen Theils der Fortsetzung der französischen Gradmessung von *Matas* bis *Mola* erreicht, nämlich die Entfernung dieser beiden Punkte und die Richtung der, beide miteinander verbindenden Linie auf der Oberfläche der Erde, bestimmt werden.

Ich werde zwei, von dem einen zum anderen dieser Punkte führende Reihen von Dreiecksseiten und die Winkel zwischen jedem aufeinanderfolgenden Paare derselben hiehersetzen, beide so wie sie aus den Angaben der beiden vorigen §§ hervorgehen.

		Log. Entfern.	Entfernung.	Innere Winkel.
Matas	— Morella	4,2873327 6	19379t062	t98° 0′ 21″9442
Morella	— St. Jean	4,4133328.6	25901,974	161 39 25,5781
St. Jean	— Montsia	4,6655737.9	46299,232	t66 5 41,4323
Montsia	— Desierto	4,5698870.0	37143,857	98 53 58,0789
Desierto	— Campvey	4,9167438.4	82555,087	204 40 48,8553
Campvey	— Mola	4,3775t37 2	23851,391	
Mola	— Montgo	4,8023808.35	63442,579	
Montgo	— Espadan	4,8227661.3	66491,500	116 t9 24,4215
Espadan	— Arès	4,5278217.5	337t4,890	141 25 8,t066
Arès	— Montsia	4,4770543.3	29995,377	125 25 19,3824
Montsia	— Lleberia	4,4888565.4	30821,697	226 14 13,2489
Lleberia	— Montagut	4,4770992.7	29998,481	154 45 19,1699
Montagnt	—Montserrat	4,3040919.0	20t41,504	177 50 54,0894
Montserrat	— Matas	4,3074504.5	20297,869	180 24 37,9582

Die Rechnung ist nach der Methode geführt, welche ich in den Astr. Nachr. Nr. 3 zuerst gegeben, auch in meinem Buche über die Gradmessung in Ostpreufsen S. 253 angewandt habe. Die erste Reihe von Dreiecksseiten hat mir ergeben:

Entfern.: *Matas — Mola* = t65108ᵀ586 Log = 5,2177696.58

Winkel: *Morella — Matas — Mola* = 3t9°59′51″21

——— *Campvey — Mola — Matas* = 30 4t 47,67

Die zweite Reihe hat Herr *Schlüter* berechnet und dadurch erhalten:

Entfern. *Mola — Matas* = t65t08ᵀ586 ¡Log. = 5,2177696.59

Winkel: *Montgo — Mola — Matas* = 93°t4′59″964

——— *Mola — Matas — Montserrat* = 94 23 50,041

oder, wenn die Winkel, wie in der ersten Reihe, resp. von *Campvey* und *Morella* aufgezählt werden:

Winkel: *Campvey — Mola — Matas* = 30°41 47″689

——— *Morella — Mola — Matas* = 219 59 5t,242.

Die Uebereinstimmung der aus beiden Rechnungen hervorgehenden Entfernung ist vollständig, während der unbedeutende Unterschied von resp. 0″03 und 0″02 in den Richtungen der Verbindungslinie an beiden Endpunkten, vermuthlich aus der Annahme der Dreiecke als sphärische, während sie wirklich sphäroidische sind, entsteht. Da beide Reihen so gewählt sind, dafs sie keine Dreiecksseite miteinander gemein haben, so gewährt ein übereinstimmendes Endresultat beider eine Bestätigung der Richtigkeit der Berechnung der Dreiecksseiten (§ 7). Indessen ist die ganze Rechnung aufmerksam geführt, so wie auch in verschiedenen ihrer Theile, von Herrn *Schlüter* wiederholt, so dafs ein aufser den Grenzen der Annäherung der angewandten Logarithmen liegender Fehler nicht wahrscheinlich ist.

9.

Es ist nur noch erforderlich aus der gegenseitigen Lage der beiden Endpunkte der Messung die Entfernung ihrer Parallelen abzuleiten. An dem nördlichen Endpunkte *Matas* ist die Richtung des Meridians nicht bestimmt worden, wohl aber an dem wenig davon entfernten *Montjouy*, wo auch die Polhöhe beobachtet ist. An dem südlicheren Endpunkte *Mola* ist eine lange Reihe von Beobachtungen mit einem Mittagsfernrohre gemacht worden, deren Zweck die genaueste Bestimmung des Azimuths eines Meridianzeichens war, zwischen welchem und dem Dreieckspunkte *Campvey* der Winkel sorgfältig gemessen ist. Dieses geht aus einer Stelle des Werkes der Herren *Biot* und *Arago* (S. 244) hervor; allein obgleich die Beobachtungen am Mittagsfernrohre in ihrer ganzen Ausdehnung mitgetheilt worden sind, so findet man den Winkel zwischen dem Zeichen, auf welches sie sich beziehen und *Campvey*, nirgends angegeben, so dafs, bis zu der Bekanntmachung dieser Angabe, auch kein Nutzen aus jenen Beobachtungen gezogen werden kann.

Digitized by Google

Man mufs also die Richtung der Linie *Matas — Mola* gegen den Meridian, vorläufig durch das in *Montjouy* beobachtete Azimuth von *Matas* bestimmen. Dieses Azimuth ist von *Méchain* beobachtet worden und wird im II Bande der *Base du Syst. Métr.* p. 138 = 27° 39′ 52″1 angegeben, von *Delambre* aber (p. 149) in 27° 39′ 51″4 verändert. Die Polhöhe von *Montjouy* ist = 41° 21′ 44″96 (II. p. 557 — 563 und III. P. 89). Die Entfernung von *Montjouy — Matas* ist = 9367ᵀ8206 (II. P. 839).

Wenn man die Figur der Erde so annimmt, wie sie *Astr. Nachr.* Nr. 333 bestimmt worden ist, nämlich:

Log. der halben kleinen Axe = 6,5133605.073
Log. der Excentricität = 8.9110835,

so erhält man durch die Formeln und Tafeln in Nr. 86 der *Astr. Nachr.*, die Polhöhe von *Matas* = 41° 30′ 29″040 und das daselbst stattfindende Azimuth von *Montjouy* = 207° 43′ 53″346. Der Winkel *Montjouy — Matas — Montserrat* findet sich (II. p. 483 u. 484) sowohl mittelbar als durch zwei andere Winkel, deren Summe er ist, beobachtet; nach gehöriger Ausgleichung = 78° 5′ 58″43. Setzt man ihn zu dem Azimuthe von *Montjouy* hinzu, so erhält man das Azimuth von *Montserrat* = 285° 49′ 51″78. Zwischen diesem Punkte und *Mola* ist der Winkel im vorigen §, 319° 59′ 51″21 — 54° 23′ 41″28 = 265° 36′ 9″93 bestimmt worden, woraus, verbunden mit dem Azimuthe von *Montserrat*, das Azimuth von *Mola* = 191° 26′ 1″71 folgt.

Ich habe in dem Buche über die Gradmessung in Ostpreufsen § 90 eine einfache Formel bekannt gemacht, welche die Entfernung der Parallelen zweier Punkte, durch die Entfernung der Punkte selbst und die Azimuthe der sie verbindenden geodätischen Linie an beiden, ausdrückt. Da hier das Azimuth in *Mola* fehlt, so mufs man es, falls man diese Formel anwenden will, aus dem Azimuthe in *Matas*, verbunden mit den Polhöhen beider Punkte, nämlich 41° 30′ 29″040 und 38° 39′ 56″11, unter der Annahme der schon angeführten Excentricität der Erdmeridiane, ableiten. Ich finde es = 10° 57′ 42″94.

Wenn s die Entfernung der beiden Punkte, S die ihrer Parallelen, α und $\alpha' + 180°$ die Azimuthe an beiden Punkten, φ und φ' die Polhöhen bedeuten und

$$tang\, u = tang\, \varphi \sqrt{(1-ee)}, \quad tang\, u' = tang\, \varphi' \sqrt{(1-ee)}$$
$$\rho'\rho' = 1 + ee\, cos(u'+u)$$

gesetzt werden, so ist die erwähnte Formel:

$$S = s\, \frac{cos\,\frac{1}{2}(\alpha+\alpha')}{cos\,\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')} \left\{ 1 + \tfrac{1}{12} \left(\frac{s\rho'}{\alpha}\right)^2 \frac{sin\,\alpha'\, sin\,\alpha}{cos\,\frac{1}{2}(\alpha-\alpha')^2} + \text{etc} \right\}.$$

Wendet man sie an, um die Entfernungen der Parallelen, sowohl von *Matas* und *Mola*, als auch von *Matas* und *Montjouy* zu suchen, so hat man, den Angaben des gegenwärtigen §'s zufolge:

	Mola.	Montjouy.
s	165108ᵀ586	9367ᵀ8206
α	191° 26′ 1″71	207° 43′ 53″35
α'	190 57 42,94	207 39 51,40
1ᵗᵉˢ Glied der Formel	161966ᵀ685	8294ᵀ371
2ᵗᵉˢ ——	+1,297	+0,001
S	161967,982	8294,372

Die Entfernung der Parallelen von *Montjouy* und *Mola* ist der Unterschied dieser beiden Entfernungen, also

= 153673ᵀ610.

Dieses Resultat kommt mit dem arithmetischen Mittel der vier, Anfangs angeführten, aus den neueren, in Paris gemachten Rechnungen hervorgegangenen Resultaten bis auf einen Bruch der Toise überein. Ich habe in der That nicht erwartet, dafs die vollständige Ausgleichung der Winkelmessungen der Herren *Biot* und *Arago* einen sehr erheblichen Einfluſs äussern würde; allein ob er nicht bis zu mehreren Toisen steigen würde, konnte man vor der Durchführung der Ausgleichung nicht wissen *). Indessen bin ich der Meinung, dafs die Erlangung des unzweideutigen Resultats einer geschlossenen, wichtigen Unternehmung, abgesehen von der Gröfse des Zweifels, welchen andere Resultate übriglassen, immer für die Mühe entschädigt, welche mit seiner Aufsuchung verbunden ist.

Die von mir gefundene Entfernung der Parallelen von *Montjouy* und *Mola* kann übrigens noch in der Folge Aenderungen erfahren. Von den Aenderungen, welche *neue Beobachtungen* veranlassen würden, ist hier offenbar nicht die Rede; aber wenn eine vollständige Ausgleichung der Winkel der nördlich von *Matas* liegenden Dreiecke der französischen Gradmessung, zu einem neuen, von dem angenommenen verschiedenen Werthe der Entfernung *Montserrat — Matas* führen, oder wenn das auf *Mola* beobachtete Azimuth bekannt werden sollte, so würden der jetzt herausgebrachten Entfernung der Parallelen von *Montjouy* und *Mola* Verbesserungen hinzuzusetzen sein, welche jedoch beide fast ohne Mühe gefunden werden können.

10.

Ich komme nun zu den Aenderungen, welche die in Nr. 333 bekanntgemachte Untersuchung der Figur und Gröfse der Erde, durch die Berichtigung eines Theils der französischen Gradmessung erfährt. Die S. 336 mitgetheilte Zusammenstellung der einzelnen Theile dieser Gradmessung wird jetzt in die folgende verändert:

*) Berechnet man z. B. die Seite *Desierto — Montgo*, sowohl aus dem Dreiecke Desierto — Espadan — Montgo, als auch aus den beiden Dreiecken Desierto — Espadan — Cullera und Desierto — Cullera — Montgo, indem man die auf den einzelnen Dreiecken ausgeglichenen Winkel (§ 2) *nur noch* zu der richtigen Summe der 3 Winkel jedes Dreiecks ausgleicht, so erhält man zwei, mehr als 4 Toisen voneinander verschiedene Werthe derselben.

Digitized by Google

4. Französische Gradmessung.

Formentera....	38°39′56″11		
Montjouy.....	41 21 44,96	2°41′48″85	153673t61
Barcelona.....	41 22 47,90	2 42 51,79	154616,74
Carcassonne...	43 12 54,30	4 32 58,19	259172,61
Evaux.....	46 10 42,54	7 30 46,43	428019,31
Panthéon.....	48 50 49,37	10 10 53,26	580312,41
Dünkirchen....	51 2 8,85	12 22 12,74	705257,21

Die durch sie gegebenen Bedingungsgleichungen (S. 341 und 343) werden:

$$x_4^1 - x_4 = +3''991 + 0,9713p + 0,8601q$$
$$x_4^2 - x_4 = +0,646 + 0,9772p + 0,8642q$$
$$x_4^3 - x_4 = +0,026 + 1,6378p + 1,1889q$$
$$x_4^4 - x_4 = -5,035 + 2,7041p + 1,2671q$$
$$x_4^5 - x_4 = +7,191 + 3,6655p + 0,8659q$$
$$x_4^6 - x_4 = +5,171 + 4,4537p + 0,2051q$$

Die ihnen entsprechenden Werthe von (m), (a), (b), (am), u. s. w. (ebendaher) werden:

$(m) = +5,990$ $(am) = +18,3309$ $(bm) = -0,2661$
$(a) = 14,4096$ $(aa) = 45,1641$ $(bb) = 5,2976$
$(b) = 5,2513$ $(ab) = +11,1409.$

Ihr Beitrag zu den beiden Gleichungen, welche p und q bestimmen, wird, statt des früheren (S. 343):

	(am_1)	(aa_1)	(ab_1)	(bm_1)	(bb_1)
4	+6,0003	15,5021	+0,3313	−4,7597	+1,3583

und diese beiden Gleichungen selbst verwandeln sich in:

$$0 = +38,3095 + 47,6224p + 96,8905q$$
$$0 = +65,1841 + 96,8905p + 480,0274q.$$

Ihre Auflösung ergiebt:

$p = -0,896192$; Gewicht $= 28,067$
$q = +0,045098 \ldots\ldots = 282,899.$

Diese neuen Werthe von p und q ergeben eine veränderte Darstellung der Polhöhen, auf welchen die 10, der Untersuchung zum Grunde gelegten Gradmessungen beruhen; nämlich, statt der S. 348 mitgetheilten die folgende:

1. Peruanische Gradmessung.	
Tarqui.....	−0″606
Cotchesqui.....	+ 0,606
2. 1ste Ostindische.	
Trivandeporum..	− 0,271
Paudree.....	+ 0,271
3. 2te Ostindische.	
Punnae.....	− 1,470
Putchappolliam....	− 1,712
Dodagoontah	+ 4,016
Namthabad.....	− 1,447
Daumeragidda.....	− 0,065
Takal K'hera.....	+ 3,537
Kullianpoor.....	− 2,859
4. Französische.	
Formentera.....	+ 0,955
Montjouy.....	+ 4,115
Barcelona.....	+ 0,764
Carcassonne....	− 0,433
Evaux.....	− 6,447
Pantheon.....	− 1,099
Dünkirchen.....	+ 2,144
5. Englische.	
Dunnose.....	− 1,816
Greenwich.....	+ 1,396
Blenheim.....	+ 2″705
Arburyhill.....	+ 1,395
Clifton.....	− 3,679
6. Hannovrische Gradmessung	
Göttingen	− 2,493
Altona.....	+ 2,493
7. Dänische.	
Lauenburg	+ 0,451
Lysabbel.....	− 0,451
8. Preußische.	
Trunz	− 0,907
Königsberg.....	− 1,448
Memel	+ 2,355
9. Russische.	
Belin.....	− 1,732
Nemesch.....	− 2,384
Jacobstadt.....	+ 1,826
Bristen	+ 2,627
Dorpat	− 1,044
Hochland.....	+ 0,607
10. Schwedische.	
Malörn	+ 0,560
Pahlawara.....	− 0,560

Die Summe der Quadrate dieser Aenderungen der Polhöhen ist $= 181,221$ und der mittlere Werth jeder derselben:

$$= \sqrt{\frac{181,221}{38-12\ *)}} = \pm 2''640$$

woraus, verbunden mit den Gewichten der Bestimmungen von p und q, die mittleren Fehler dieser Größen

$$= \pm 0,4982 \text{ und } = \pm 0,15697,$$

oder die mittleren Fehler von

$$i \ldots\ldots = \pm 0,00004982$$
$$k \ldots\ldots = \pm 0,015697$$

hervorgehen.

Die durch die Aenderung der französischen Gradmessung berichtigte Untersuchung ergiebt also den Werth des mittleren Grades des Meridians $= g$, und die von der Abplattung der Erde abhängende Größe α (S. 338):

$$g = \frac{57008}{1-0,0000896192} = 57013^t109 \quad \underbrace{\pm 2^t8403}_{\text{M. Fehler.}}$$

$$\alpha = \frac{1+0,0045098}{400} = 0,0025112745 \pm 0,000039243.$$

Aus dieser Bestimmung folgt, auf die in Nr. 333 angewandte Art:

$$n = \frac{a-b}{a+b} = 0,0016741848$$
$a : b = 299,1528 : 298,1528$; m. F. $= \pm 4,667$ Einh.
$a = 3272077^t14$, $\log a = 6,5148235.337$
$b = 3261139,33$, $\log b = 6,5133693.539$
$\log e = 8,9122052$, $\log\sqrt{(1-ee)} = 9,9985458.202$

und endlich die Länge des Erdquadranten

$$= 5131179^{t}81 = 10000855,76^{\text{met.}}; \text{ m. F.} = \pm 498,23^{\text{met.}}$$

Man erhält hieraus folgende Ausdrücke:

1) die Länge eines Meridiangrades, dessen mittlere Polhöhe $= \varphi$ ist:
$57013^t109 - 286^t337\cos 2\varphi + 0^t611\cos 4\varphi + 0^t001\cos 6\varphi$;

2) die Länge eines Grades des Parallels
$p = 57156^t285\cos\varphi - 47^t825\cos 3\varphi + 0^t060\cos 5\varphi$;
oder, wenn $\sin\psi = e\sin\varphi$ angenommen wird:
$\log p = 4,7567009.0 + \log\cos\varphi - \log\cos\psi$;

3) die Halbmesser der Krümmung im Meridian $= r'$, in der darauf senkrechten Richtung $= r''$, in dem Azimuthe $\alpha = r$:

$$\frac{\omega}{r'} = 0''06314417 + 0''00031714\cos 2\varphi + 0''00000013\cos 4\varphi$$

$$\frac{\omega}{r''} = 0,06293257 + 0,00010536\cos 2\varphi - 0,00000004\cos 4\varphi$$

oder
$$\log\frac{\omega}{r'} = 8,8025099.6 + 3\log\cos\psi$$
$$\log\frac{\omega}{r''} = 8,7996016.0 + \log\cos\psi$$

und
$$\frac{\omega}{r} = \lambda + \lambda'\cos 2\alpha,$$

wo $\lambda = 0''06303837 + 0''00021125\cos 2\varphi + 0''00000004\cos 4\varphi$
$\lambda' = 0,00010580 + 0,00010589\cos 2\varphi + 0,00000009\cos 4\varphi$

4) Die Entfernung vom Mittelpunkte der Erde $= \rho$ und sogenannte verbesserte Breite $= \varphi'$:
$\log\rho\cos\varphi' = \log\cos\varphi - \log\cos\psi$
$\log\rho\sin\varphi' = \log\sin\varphi - \log\cos\psi - 0,0029083.6.$

*) Nicht $= 38 - 10$, welche Zahl in Nr. 333 der Astr. Nachr. aus Versehen angewandt ist.

Bessel.

Altona 1841. December 2.

Digitized by Google

BEILAGE
zu
Nr. 438. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Sternwarte in Breslau, an den Herausgeber.
Breslau 1841. Octbr. 12.

Wegen der in meinem letzten Schreiben angegebenen atörenden Umstände kann ich Ihnen diesmal nur die Fortsetzung der hier beobachteten Sternbedeckungen mittheilen, weil diese am ersten vielleicht irgend eine Benutzung finden.

Denselben füge ich hier noch die Beobachtung der kleinen Sonnenfinsterniss am 18ten Juli d. J. bei.

1841 Juli 18. $3^h\,44^m\,13^s45$ m. Z. $= 11^h29^m\,8^s40$ St. Zt.
Fh. mit 18mal. Vergr. Anfang;
eigentlich der Eintritt des Gipfels eines hohen Mondrand-Berges. Ich habe noch nicht dazu kommen können, zu berechnen, welcher es gewesen ist. Zur Zeit der Mitte der Verfinsterung ergaben wiederholte Faden-Mikrometer-Messungen bei 80mal. Vergrösserung die Länge der Verfinsterungssehne $= 17'\,36''67$ bei $16'\,53''10$ verbessertem Halbmesser des Mondes für diese Zeit zu Breslau.

Bei dieser Gelegenheit darf ich vielleicht die Bemerkung einschalten, wie man bei der so vortrefflichen *Besselschen* Methode der Vorausberechnung der Sternbedeckungen (A. N. Bd. 7 Nr. 145 und in der Zusammenstellung in den Berl. Astr. Jahrbüchern hinter den Sternbedeckungen jedes Jahres) sehr leicht auch diesen sogenannten vergrösserten (topocentrischen) Halbmesser des Mondes in den Fällen, wo es nöthig erachtet wird, mit in Rechnung ziehen kann. Dies geschieht, wenn man hinter u und v noch $w = r \sin \varphi' \sin 1'' \sin D + b \sin 1'' \cos D$ berechnet, und in der weiteren Rechnung immer $k(1+w)$ für k substituirt.

Als das deutliche Profil einer Reihe von vier bedeutenden Mondbergen nach und nach austrat, liessen sich die Momente, als der Sonnenrand in die tiefsten Einsenkungen einschnitt, sehr scharf, wie folgt, beobachten:

4^h25^m	2^s97 m. Zt.	$=$	$12^h10^m\,4^s63$ St. Zt.	Austr. des Thales	a
4 25	53,77 ——	$=$	12 10 55,57 ——	—— ——	b
4 27	4,56 ——	$=$	12 12 6,55 ——	—— ——	c

und zwar mit 118maliger Vergrösserung.

Das Ende der Finsterniss wurde mit 162maliger Vergrösserung um $4^h\,48^m\,22^s9$ t m. Zt. $= 12^h\,33'\,28^s40$ St. Zt. bei einiger Wallung der Ränder beobachtet, welches vorüberziehendes leichtes Gewölk hervorbrachte.

Während dieser Beobachtungen machte sich eine fast unerträgliche Hitze bemerklich, welche zuletzt bis auf 29°8 R. (im Schatten) stieg. Die höchsten früher hier erlebten Hitzegrade im Schatten: 1819 Juli 7 und 1834 Aug. 2 hatten sich beidemale nur bis 28°0 R. erhoben, wobei ich bemerke, dass die mittlere Jahrestemperatur in Breslau aus 27jährigem Durchschnitt zu + 6°5805 R. sich ergeben hat. Auf diese Hitze folgte gegen Abend kein Gewitter, sondern nach $7^h\,30^m$ ein ziemlich heftiger, aber nicht lange dauernder Sturm aus S.W.

Meine diesjährige Beobachtung der grössten Lichtphase Mira's hatte ich schon halb und halb für verfehlt gehalten, weil es mir, zuletzt der ungünstigen Witterung halber, erst am 20sten Aug. möglich geworden war, die Messungen zu beginnen. Aus diesen ersten Beobachtungen und den Aug. 20, 23, 27, 28 u. s. w. fortgesetzten schien hervorzugehen, dass Aug. 21 der hellste Glanz (etwas grösser als im vorigen Jahre) statt gefunden habe.

Indess schien mir nur eine einzige Beobachtung vorher zur völligen Entscheidung nicht hinreichend, weshalb ich mich bei dem Herrn Prof. *Argelander* erkundigte, ob seine, immer mit so grosser Sorgfalt angestellten, und wahrscheinlich früher als hier angefangenen Beobachtungen entschiedenere Resultate geliefert hätten? Allerdings beginnen seine Beobachtungen schon Aug. 14, und erstrecken sich, wie derselbe wohl die Güte haben wird, durch Ihre Astron. Nachr. zu veröffentlichen, über Aug. 16, 19, 20, 22, 25, 29 u. s. w. Aus ihnen geht hervor, dass die diesjährige grösste Lichtphase zwischen Aug. 16 u. 22. statt gefunden haben müsse, der wahrscheinliche Culminationspunkt Aug. 19. Da aber die von Herrn Prof. *Argelander* mir gütigst speciell mitgetheilten Beobachtungen von August 20 und 22 ganz genau dieselben Lichtverhältnisse für Mira angeben, so habe ich, durch diesen Umstand ermuthigt, ausser den Beobachtungen von Aug. 20, 21, 23 (29^s61; 29,28; 30,58), welche Aug. 21. 13^h3 als die Zeit des Lichtmaximums angeben, auch noch die Beobachtungen von Aug. 21, 27 und Sept. 2 mit einander combinirt. Da nun diese (29^s28; 32,62; 43,31) wenn gleich, wie jene, noch unreducirt, gleichfalls Aug. 21. 5^h4 als Zeit des Glanzpunkts ergeben, so wird dadurch die Wahrscheinlichkeit noch mehr gesteigert, dass wirklich dennoch am Aug. 21 Mira das stärkste Licht erreicht habe, wie es in der That auch mit Herrn Prof. *Argelander's* Beobachtungen sich wohl vereinigen lässt. Genaueres wird sich erst nach Reduction der Beobachtungen angeben.

v. Boguslawski.

Sternbedeckungen beobachtet zu Breslau von 1840 August 24 bis 1841 Juli 4.

Nr.	1840 und 1841.	Breslauer mittlere Zeit.	Breslauer Sternzeit.	Bedeckter Stern.	Grösse.	Phase.	Fernrohr.	Vergr.	Bemerkungen.	Beobachter.	Zeit bestimmt durch
206	August 24	$14^h36^m41^s41$	$0^h50^m13^s16$	33 η Cancri	6	A. d.	Fh.	64	Plötzlich; gute Beobachtung.	*v.Bo-gusl.*	45 υ^1 Ceti
											13 α Arietis
207	Septbr. 3	6 59 28,51	17 51 10,70	23 τ Scorpii	3.4	E. d.	Fh.	70	Plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bg.*	55 α Ophiu.
208	Octbr. 13	12 52 57,28	2 23 20,68	19 (e Plej.)	5	E. h.	Fh.	50	Der * war so schwach, dass die Angabe nicht zu verbürgen ist.	*v. Bg.*	25 η Tauri

Digitized by Google

Nr.	1840 und 1841.	Breslauer mittlere Zeit.	Breslauer Sternzeit.	Bedeckter Stern.	Grösse.	Phase.	Fernrohr.	Vergr.	Bemerkungen.	Beobachter.	Zeit bestimmt durch
209	Octbr. 13	13h21m47s54	2h52m14s67	16 (g Plej.)	5.6	A. d.	Fh.	——	Beobachtung bei Lichtschwäche des Sterns nicht zu verbürgen.	*Riemann.*	25 γ Tauri.
210		13 53 17,92	3 23 50,23	20 (c Plej.)	5	A. d.	Fh.	50	Der Austritt geschah plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bg.*	
211		13 56 54,22	3 27 27,02	19 (e Plej.)	5	A. d.	Fh.	——	Wegen Lichtschwäche des Sterns sehr zweifelhaft.	*Riem.*	
212	Decbr. 7	9 25 36,76	2 32 35,69	16 (g Plej.)	5.6	E. d.	Fh.	108	Sehr scharfe u. genaue Beob.	*v. Bg.*	34 γ Erid. 87 α Tauri.
213		9 34 {53,16 / 56,48}	2 41 {33,62 / 36,96}	19 (e Plej.)	5	E. d.	Fh.	64	Nicht sehr genaue Beob.	*Riem.*	
214		9 52 26,35	2 59 9,69	(135) (Plej.)	7	E. d.	Fh.	162	Nur eine Vermuthung.	*v. Bg.*	
215		9 56 33,01	3 3 17,03	20 (c Plej.)	5	E. d.	Fh.	162	Gute Beobachtung.	*v. Bg.*	
		9 56 33,30	3 3 17,32				Fh.	64	Ziemlich gute Beobachtung.	*Riem.*	
216		10 0 2,16	3 6 46,75	(1 Plej.)	7	E. d.	Fh.	162	Trotz einer kleinen Störung ziemlich gute Beobachtung.	*v. Bg.*	
217		10 28 41,96	3 35 31,26	(147) (Plej.)	7	E. d.	Fh.	162	Nach Umständen gute Beob.	*v. Bg.*	19 β Orion.
218	Decbr. 14	12 42 33,36	6 17 20,55	58 d Leonis	5	A. d.	Fh.	48	Plötzlich; sehr genaue Beob.	*v. Bg.*	112 β Tauri 58 α Orion.
219	Febr. 4	5 33 59,66	2 32 37,49	10 u² Cancri	5.6	E. d.	Fh.	64	Plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bg.*	13 α Arietis 92 α Ceti
220		11 33 40,06	8 33 16,97	(42) Cancri	7	E. d.	Fh.	48	Sehr scharfe Beobachtung.	*v. Bg.*	66 α² Gemin. 78 β Gemin.
221	Febr. 15	17 52 44,89	15 36 45,67	(859) Sagitt.	5	A. d.	Fh.	50	Um diese Zeit den Stern zu Gesicht bekommen; der Austr. muſs etwas früher erfolgt sein.	*v. Bg.*	8 β Scorpii 1 δ Ophiu. 58 α Orionis
222	März 2	12 29 49,41	11 12 5,96	37 Gemin.	6	E. d.	Fh.	70	Plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bg.*	66 α² Gemin. 78 β Gemin.
223	April 28	9 28 50,43	11 55 20,83	82 π² Cancri	6	E. d.	kFh.	43	Plötzlich; sehr scharf u. genau.	*v. Bg.*	94 β Leonis
224	April 30	14 15 45,19	16 50 55,82	65 p² Leonis	5.6	E. d.	Fh.	48	Wahrscheinlicher Eintritt, jedoch wegen Schleiergewölk nicht zu verbürgen.	*v. Bg.*	5 α Coronæ 24 α Serp. 21 α Scorpii
225	Mai 23	9 58 8,66	14 3 17,77	42 ω' Gemin.	6	E. d.	Fh.	48	Plötzlich; gute Beobachtung.	*v. Bg.*	16 α Bootis.
		9 58 8,95	14 3 18,06				kFh.	43	Gute Beobachtung.	*Riem.*	
226	Mai 28	11 25 25,00	15 50 31,22	(126) Virg.	7	E. d.	kFh.	43	Scheint gut zu sein.	*v. Bg.*	24 α Serp. 1 δ Ophiu.
227	Juni 2	12 54 2,96	17 39 6,55	16 Scorpii	5	E. d.	Fh.	64	Viell. um 1s ungenau, weil der * zu nahe dem Hellen eintrat.	*v. Bg.*	33 γ Draconis 19 μ' Sagitt.
228	Juli 4	12 49 41,38	19 40 54,11	(351) Sagitt.	6	A. d.	Fh.	108	1s Anblick des *; nicht ganz zu verbürgen, ob es d. Austr. war.	*v. Bg.*	67 α Virg.
229		14 13 31,35	21 4 57,86	(369) Sagitt.	6.7	A. d.	Fh.	108	1s vermeintl. Anblick des Sterns.	*v. Bg.*	60 β Aquilæ
		14 13 59,35	21 5 25,92						Erst entschieden gesehen. Der eigentl. Moment also ungewiſs.		6 α² Capr.

Anm.: kFh. bezeichnet ein kleines Fernrohr von *Fraunhofer*, dessen Brennweite 2½ Fuſs bei 28 Linien Oeffnung. Die Bedeutung der übrigen Abkürzungen findet sich in den Astr. Nachr. Bd. 17. Nr. 387. p. 43. 44.

Berichtigung.

Herr Dr. *Wolfers* giebt in dem Berliner astronomischen Jahrbuche Copenhagens Breite und Längendifferenz mit Berlin so an:

Breite 55°40′ 53″0
Länge 0h 3′16″3.

Es ist dabei aber eine Verwechselung der Beobachtungsorte vorgegangen. Die Breite ist die des runden Thurms, die Länge aber (von Berlin an gerechnet) die des Passageninstruments auf Holkens Bastion. Dafs die angegebenen Bestimmungen nicht verbunden werden können ist klar. Es fragt sich aber, soll die Länge und Breite Copenhagens auf den runden Thurm oder auf Holkens Bastion bezogen werden? Holkens Bastion ist ein temporaires hölzernes Gebäude, das ursprünglich sowohl für den *Ramsden*schen Zenithsector, als für die bessere Aufstellung der *Reichenbach*schen Instrumente erbaut ward, und für die letzteren bis jetzt benutzt ist. Es ist aber keine definitive neue Sternwarte. Mir scheint also, man müsse bis auf weiteres dem runden Thurme sein altes Recht lassen und wenn von der Breite und Länge Copenhagens ohne nähere Bestimmung des Beobachtungssortes die Rede ist, die des runden Thurmes angeben. Demnach wäre Copenhagens

Breite 55°40′ 53″0
Länge von Berlin 0h 3′ 15″7

S.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Nº. 439—441.

Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770.

Von Herrn *Thomas Clausen* *).

Der Comet von 1770, der einestheils durch seine grofse Erdnähe, und darum aufserordentliche scheinbare Gröfse auf kurze Zeit, anderntheils durch die grofse Ellipticität seiner Bahn sehr merkwürdig wurde, um so mehr, da er dennoch nicht wieder erschien, veranlafste das Institut von Frankreich, einen Preis auf die genaueste Bestimmung seiner Bahn aus den vorhandenen Beobachtungen zu setzen, den *Burckhardt's* Untersuchung (Mém. de l'Institut pour 1806. p. II) davontrug. Aus dessen Elementen leitete *Laplace* Mec. cél. T. IV. die erste rohe Annäherung der grofsen von dem Jupiter im Jahre 1779 erlittenen Störungen der Elemente des Cometen ab, durch die er gänzlich aus dem Bereich unserer Augen entrückt wurde; und zeigte zugleich, dafs er im Jahre 1767 aus einer Bahn, in der er uns nie sichtbar werden konnte, durch eben solche Störungen in die aus den Beobachtungen von 1770 gefundenen versetzt wurde. Zu der Zeit, da die Königliche Academie der Wissenschaften auf eine genauere Bestimmung der nach 1779 beschriebenen Bahn einen Preis setzte, beschäftigte ich mich grade mit der analytischen Entwickelung einer genauen Summationsmethode der Störungen der Himmelskörper in dem Falle, dafs sie dem störenden Körper sehr nahe kommen, und versuchte deren Brauchbarkeit an dem erwähnten Cometen in seiner Erdnähe. Da das Ergebnifs mich ganz befriedigte, und *Burckhardten* die Formeln für diesen Fall gefehlt haben, dafs er genöthigt war, die sämmtlichen Beobachtungen in zwei verschiedene Branchen, vor und nach der Erdnähe, von dem Umfange von 14 und 61 Tagen, zu theilen, und aus jeder besonders die Bahn abzuleiten: so hatte ich durch die Möglichkeit, jetzt alle Beobachtungen, die einen Zeitraum von 109 Tagen umfassen, zugleich anwenden zu können, natürlich die Aussicht auf eine viel genauere Bestimmung der Umlaufszeit, als *Burckhardt* erhalten konnte, wenn überdem auf Refraction und Parallaxe Rücksicht genommen würde, und die Elemente nach der Methode der kleinsten Quadrate, die zu der Zeit unbekannt war, bestimmt würden. Da es nun, um die grofse Störung durch den Jupiter im Jahre 1779 bestimmen zu können, vor allem nöthig ist, eine möglichst genaue Bestimmung der Bahn des Cometen zur Zeit seiner Erscheinung zu haben, da sich auf diese die ganze Rechnung gründet, so habe ich die *Burckhardt*'sche Berechnung von neuem mit den eben genannten bessern Hülfsmitteln unternommen.

Die Beobachtungen, die ich zur Bestimmung der Bahn angewandt habe, stehen Mém. de l'Acad. de Paris 1776 p. 597 und *Maskelyne's* Observations 1770. Um sie reduciren zu können, berechnete ich erst folgende Hülfstafeln:

Ephemeride der Sonne aus *Carlini's* Tafeln, mit den von *Bessel* angegebenen Correctionen, für 12^h mittlere Par. Zeit.

1770.	Wahre Länge.	Log R	Breite.	Wahre AR.	Mittlere AR.	Zeitgleichung.
Juni 14	83° 48′ 18″7	0,0069778	+ ″0 69	5^h 33′ 0″36	5^h 33′ 10″05	— 0′ 11′11
15	84 45 34,0	70117	65	37 9,57	37 6,60	+ 0 1,55
16	85 42 48,9	70436	58	41 18,89	41 3,16	0 14,31
17	86 40 4,0	70733	49	45 28,34	44 59,72	0 27,20
18	87 37 18,8	71009	39	49 37,85	48 56,28	0 40,15
19	88 34 33,3	71259	26	53 47,41	52 52,83	0 53,16
20	89 31 47,6	71486.	13	57 57,00	56 49,39	1 6,19
21	90 29 1,8	71688	+ 0,01	6 2 6,59	6 0 45,95	1 19,22
22	91 26 15,8	71865	— 0,11	6 16,15	4 42,51	1 32,22
23	92 23 29,6	72015	23	10 25,66	8 39,06	1 45,18

*) Die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften in Kopenhagen hat dieser Abhandlung, obgleich sie zu spät eingesandt ward, den früher ausgesetzten Preis zuerkannt, und ihren Abdruck in diesen Blättern erlaubt.

S.

Digitized by Google

1770.		Wahre Länge.	Log R	Breite.	Wahre AR.	Mittlere AR.	Zeitgleichung.
Juni	24	93°20′43″0	0,0072139	−0″32	6ʰ14′35″08	6ʰ12′35″62	+ 1′58″04
	25	94 17 56,1	72237	39	18 44,38	16 32,18	2 10,78
	26	95 15 9,0	72310	45	22 53,55	20 28,74	2 23,39
	27	96 12 21,7	72359	47	27 2,56	24 25,29	2 35,85
	28	97 9 34,0	72385	45	31 11,38	28 21,85	2 48,11
	29	98 6 45,7	72387	42	35 19,96	32 18,41	3 0,13
	30	99 3 57,5	72368	36	39 28,33	36 14,97	3 11,94
Juli	1	100 1 8,9	72330	29	43 36,44	40 11,52	3 23,50
	2	100 58 19,9	72272	19	47 44,25	44 8,08	3 34,76
	3	101 55 31,0	72196	−0,07	51 51,77	48 4,64	3 45,72
	4	102 52 41,7	72104	+0,05	55 58,96	52 1,20	3 56,35
	5	103 49 52,7	71995	17	7 0 5,84	55 57,76	4 6,67
	6	104 47 3,5	71872	28	4 12,35	59 54,31	4 16,63
	7	105 44 14,5	71733	37	8 18,49	7 3 50,87	4 26,22
	8	106 41 25,9	71580	45	12 24,27	7 47,43	4 35,44
	9	107 38 37,4	71412	51	16 29,63	11 43,98	4 44,25
	10	108 35 49,4	71229	53	20 34,60	15 40,54	4 52,66
	11	109 33 1,7	71030	53	24 39,13	19 37,10	5 0,64
	12	110 30 14,8	70815	51	28 43,24	23 33,65	5 8,20
	13	111 27 28,4	70582	44	32 46,90	27 30,21	5 15,30
	14	112 24 42,6	70330	36	36 50,10	31 26,77	5 21,94
	15	113 21 57,7	70060	25	40 52,83	35 23,33	5 28,12
	16	114 19 13,5	69770	+0,13	44 55,08	39 19,88	5 33,82
	17	115 16 30,0	69456	0	48 56,82	43 16,44	5 39,00
	18	116 13 47,2	69121	−0,12	52 58,05	47 13,00	5 43,67
	19	117 11 5,3	68761	24	56 58,75	51 9,55	5 47,83
	20	118 8 24 2	68378	36	8 0 58,93	55 6,11	5 51,45
	21	119 5 43,7	67970	46	4 58,54	59 2,67	5 54,50
	22	120 3 3,9	67538	54	8 57,59	8 2 59,22	5 57,01
	23	121 0 25,0	67081	60	12 56,09	6 55,78	5 58,95
	24	121 57 46,6	66599	62	16 53 98	10 52,33	6 0,29
	25	122 55 8,8	66093	62	20 51,28	14 48,89	6 1,04
	26	123 52 31,7	65562	59	24 47,99	18 45,45	6 1,19
	27	124 49 55,2	65011	53	28 44,09	22 42,00	6 0,74
	28	125 47 19,4	64438	45	32 39,58	26 38,56	5 59,68
	29	126 44 44,1	63844	36	36 34,45	30 35,11	5 58,00
	30	127 42 9,5	63232	24	40 28,70	34 31,67	5 55,69
	31	128 39 35,5	62603	−0,12	44 22,33	38 28,23	5 52,77
Aug.	1	129 37 2,3	61959	0	48 15,34	42 24,78	5 49,23
	2	130 34 29,9	61299	+0,11	52 7,73	46 21,34	5 45,06
	3	131 31 58,3	60627	21	55 59,52	50 17,89	5 40,31
	4	132 29 27,6	59940	29	59 50,69	54 14,45	5 34,92
	5	133 26 57,9	59242	36	9 3 41,27	58 11,00	5 28,96
	6	134 24 29,3	58533	38	7 31,24	9 2 7,56	5 22,37
	7	135 22 1,8	57812	38	11 20,63	6 4,11	5 15,21
	8	136 19 35,7	57080	37	15 9,46	10 0,67	5 7,49
	9	137 17 10,7	56335	31	18 57,69	13 57,22	4 59,17
	10	138 14 47,3	55578	23	22 45,39	17 53,78	4 50,31
	11	139 12 25,3	54808	13	26 32,52	21 50,33	4 40,90
	12	140 10 4,8	54026	+0,01	30 19,12	25 46,89	4 30,94
	13	141 7 46,0	53227	−0,11	34 5,19	29 43,44	4 20,46
	14	142 5 28,6	52414	23	37 50,73	33 39,99	4 9,45
	15	143 3 12,9	51584	36	41 35,76	37 36,55	3 57,93
	16	144 0 58,8	50737	48	45 20,28	41 33,10	3 45,90
	17	144 58 46,3	49872	58	49 4,30	45 29,66	3 33,36
	18	145 56 35,5	48987	66	52 47,85	49 26,21	3 20,87
	19	146 54 26,2	48084	72	56 30,91	53 22,77	3 6,87
	20	147 52 18,4	47160	75	10 0 13,99	57 19,32	2 52,90
	21	148 50 12,2	46217	75	3 55,62	10 1 15,87	2 38,48

Digitized by Google

1770.	Wahre Länge.	Log R	Breite.	Wahre AR.	Mittlere AR.	Zeitgleichung.
Aug. 22	149° 48′ 7″4	0,0045255	— 0,72	10h 7′ 37″29	10h 5′ 12″43	— 2′ 23″60
23	150 46 4,1	44274	67	11 18,52	9 8,98	2 8,28
24	151 44 2,1	43276	60	14 59,31	13 5,53	1 52,52
25	152 42 1,6	42260	50	18 39,69	17 2,09	1 36,34
26	153 40 2,6	41228	39	22 19,66	20 58,64	1 19,77
27	154 38 4,7	40182	27	25 59,22	24 55,19	1 2,78
28	155 36 8,4	39122	15	29 38,42	28 51,75	0 45,42
29	156 34 13,4	38052	— 0,03	33 17,24	32 48,30	0 27,69
30	157 32 19,8	36971	+ 0,07	36 55,71	36 44,85	— 0 9,61
31	158 30 27,7	35882	15	40 33,85	40 41,41	+ 0 8,80
Sept. 1	159 28 37,1	34785	23	44 11,68	44 37,96	0 27,52
2	160 26 48,0	33682	26	47 49,20	48 34,51	0 46,55
3	161 25 0,7	32573	27	51 26,47	52 31,06	1 5,83
4	162 23 15,0	31460	26	55 3,48	56 27,62	1 25,38
5	163 21 31,1	30342	20	58 40,25	11 0 24,17	1 45,16
6	164 19 49,1	29221	13	11 2 16,82	4 20,72	2 5,14
7	165 18 9,1	28097	+ 0,05	5 53,21	8 17,27	2 25,29
8	166 16 31,0	26967	— 0,07	9 29,42	12 13,83	2 45,64
9	167 14 55,0	25833	20	13 5,49	16 10,38	3 6,12
10	168 13 21,1	24694	32	16 41,44	20 6,93	3 26,72
11	169 11 49,3	23548	44	20 17,28	24 3,49	3 47,44
12	170 10 19,7	22395	56	23 53,05	28 0,04	4 8,22
13	171 8 52,3	21236	66	27 28,75	31 56,59	4 29,07
14	172 7 27,0	20066	75	31 4,40	35 53,14	4 49,97
15	173 6 4,1	18888	81	34 40,05	39 49,69	5 10,87
16	174 4 43,1	17700	84	38 15,67	43 46,25	5 31,81
17	175 3 24,3	16501	85	41 51,30	47 42,80	5 52,73
18	176 2 7,5	15292	82	45 26,96	51 39,35	6 13,62
19	177 0 52,8	14071	78	49 2,67	55 35,90	6 34,46
20	177 59 40,2	12840	71	52 38,45	59 32,45	6 55,23
21	178 58 29,4	11599	62	56 14,29	12 3 29,01	7 15,96
22	179 57 20,5	10350	50	59 50,23	7 25,56	7 36,56
23	180 56 13,4	09092	38	12 3 26,28	11 22,11	7 57,06
24	181 55 8,3	07827	26	7 2,48	15 18,66	8 17,41
25	182 54 4,8	06557	14	10 38,81	19 15,21	8 37,63
26	183 53 3,1	05282	— 0,03	14 15,30	23 11,77	8 57,71
27	184 52 3,3	04004	+ 0,05	17 52,00	27 8,32	9 17,56
28	185 51 5,1	02726	13	21 28,89	31 4,87	9 37,22
29	186 50 8,8	01449	17	25 6,02	35 1,42	9 56,64
30	187 49 14,3	0,0000173	19	28 43,40	38 57,97	10 15,81
Octbr. 1	188 48 21,6	9,9998900	18	32 21,04	42 54,53	10 34,73
2	189 47 30,9	97632	15	35 58,99	46 51,08	10 53,33
3	190 46 42,1	96370	08	39 37,26	50 47,63	11 11,61

Die Länge und AR. sind vom wahren Aequinoctium gezählt und von der Aberrationsconstante befreit;

1770.	Praecess.	Nutation.	Summe.	Schiefe d. Ecliptik.
Juni 14,5	22″78	+ 15″04	37″82	23° 28′ 3″96
24,5	24,15	15,42	39,57	3,86
Juli 4,5	25,53	15,78	41,31	3,83
14,5	26,90	16,08	42,98	3,85
24,5	28,28	16,26	44,54	3,92
Aug. 3,5	29,65	16,32	45,97	4,02
13,5	31,03	16,24	47,27	4,15
23,5	32,40	16,00	48,40	4,28
Sept. 2,5	33,78	15,63	49,41	4,33
12,5	35,15	15,15	50,30	4,29
22 5	36,53	14,63	51,16	4,22
Oct. 2,5	37,90	14,10	52,00	4,10

Tafel zur Reduction der scheinbaren Oerter der Sterne. (siehe Astr. Nachr. Nr. 34.)

	A	B	C	D
Juni 9	9,8640	0,6294	0,5870n	1,2969n
19	9,8841	0,6418	9,9058n	1,3061n
29	9,9034	0,6478	0,3566	1,3033n
Juli 9	9,9214	0,6477	0,7233	1,2882n
19	9,9380	0,6423	0,9116	1,2600n
29	9,9528	0,6329	1,0338	1,2168n
Aug. 8	9,9659	0,6211	1,1195	1,1550n
18	9,9772	0,6088	1,1809	1,0682n
28	9,9869	0,5985	1,2239	0,9432n

Digitized by Google

		A	B	C	D
Sept.	7	9,9954	0,5923	1,2519	0,7469n
	17	0,0030	0,5922	1,2664	0,3459n
	27	0,0102	0,5991	1,2682	0,0903
Oct.	7	0,0174	0,6131	1,2572	0,6687

$k = -0{,}612.$

Mittlere Oerter der Sterne, die mit dem Cometen verglichen wurden, für den Anfang des Jahres 1770.

Die aus den Fundamentis Astronomiae (F. A.) gezogenen Rectascensionen sind um $-0''50$; die aus Piazzi und der Histoire céleste (H. C.) gezogenen um $+1''58$ corrigirt worden. siehe Astr. Nachr. Nr. 92. p. 403.)

	Grade Aufst.	Abweichung.	
η Gemin.	90° 14′ 55″56	+22° 33′ 7″29	F. A.
	51,70	7,48	Piazzi
μ.....	92 15 35,94	22 36 38,92	F. A.
	39,95	34 62	Piazzi
Anonyma	96 18 46,09	22 12 44,43	H. C. p. 272
d Gemin.	99 26 16,17	22 0 41,13	F. A.
	20,24	42,03	Piazzi
Anonyma	100 17 38,50	21 50 15,25	H. C. p. 272
ζ Gemin.	102 36 48,56	20 53 15,15	F. A.
	50,60	13,70	Piazzi
q Gemin.	107 5 20,87	20 51 27,32	F. A.
	22,77	28,08	Piazzi
r Gemin.	108 20 28,75	20 41 50,95	F. A.
	31.96	50,09	Piazzi
l.....	115 33 17,83	20 28 21,30	F. A.
	18,47	22,10	Piazzi
Anonyma	117 51 37,00(1Fd.)	19 28 27,35	H. C. p. 254
	31,89(3Fd.)	30,05	H. C. p. 219
ζ Cancri	119 44 54,51	18 19 25,46	F. A.
	59,77	22,40	Piazzi
d' Cancri	122 32 32,02	19 3 13,59	F. A.
	34,66	13,05	Piazzi
31 θ Cancri	124 36 49,69	18 51 21,42	F. A.
	43,95	20,21	Piazzi
o^1 Cancri	131 5 55,45	16 11 24,29	F. A.
	55,93	25,07	Piazzi
o^2.....	131 10 46,28	+16 26 58,37	F. A.
	43,67	58,71	Piazzi
η Ophiu.	254 18 4,99	−15 25 14,77	F. A.
	8,80	5,33	Piazzi
α.....	261 4 0,32	+12 44 40,02	F. A.
	3,39	34,65	Piazzi
Anonyma	271 43 34,31	−15 54 ——	F. A.
	36,99	54 13,22	H. C. p. 471.
r Ophiu.	272 20 50,69	+ 3 17 32,54	F. A.
	55,14	35,38	Piazzi
η Serpent.	272 21 24,13	− 2 56 16,15	F. A.
	20 57,54	43,25	Piazzi
Anonyma	272 35 4,44	−12 6 21,49	H. C. p. 348
	1,86	29,29	*Bessels* Zone 257
Anonyma	273° 54′ 49″72	−13° 7′ 11″78	H. C. p. 348
	50,99	15,25	B. Z. 257
Anonyma	274 1 28,21	−14 41 31,10	H. C. p. 298
	——	30,94	F. A.
Anonyma	274 5 51,85	+ 3 37 32,37	H. C. p. 92
	50,37	34,55	B. Z. 174
Anonyma	274 40 7,26	−10 55 57,82	H. C. p. 296
	11,47	56 9,63	B. Z. 256
Anonyma	275 33 ——	−11 8 10,36	F. A...(1.Beobb.)
	53,08	5,64	H. C. p. 296 u. 348
	55,73	10,04	Piazzi....(10 B.)
	53,64	12,57	B. Z. 257 (1 B.)
m Aquilæ	275 40 24,96	− 8 23 2,28	F. A.
	21,25	13,62	Piazzi
θ Serpent.	281 11 49,68	+ 3 55 12,76	F. A.
	50,63	21,70	Piazzi
λ Aquilæ	283 30 37,12	− 5 12 33,70	F. A.
	33,71	33,27	Piazzi
ζ.....	283 42 41,63	+13 32 13,99	F. A.
	36,31	17,10	Piazzi
κ.....	291 7 38,04	− 7 31 16,52	F. A.
	40,20	13,60	Piazzi
2 α Capric.	301 19 8,05	−13 14 28,43	F. A.
	12,72	24,91	Piazzi
2 β.....	302 1 2,69	−15 29 30,32	F. A.
	4,74	24,66	Piazzi

Nach Berücksichtigung der aus den verschiedenen Bestimmungen folgenden eignen Bewegungen finde ich daraus folgende

Mittlere Oerter für den Anfang des Jahres 1770.

	Grade Aufst.	Abweichung.	
η Gemin.	90° 14′ 54″27	+22° 33′ 7′35	F. A. u. Piazzi
μ.....	92 15 37,28	22 36 37,49	F. A. u. P.
Anonyma	96 18 46,09	22 12 44,43	H. C. p. 272
d Gemin.	99 26 17,53	22 0 41,43	F. A. u. P.
Anon.	100 17 38,50	21 50 15,25	H. C. p. 272
ζ Gemin.	102 36 49,24	20 53 14,67	F. A. u. P.
q.....	107 5 21,50	20 51 27,57	F. A. u. P.
r.....	108 20 29,82	20 41 50,66	F. A. u. P.
l.....	115 33 18,04	20 28 21,57	F. A. u. P.
Anon.	117 51 33,17	19 28 28,70	H. C. p. 219 u. 254
ζ Cancri	119 44 56,26	18 19 24,44	F. A. u. P.
d.....	122 32 32,90	19 3 13,41	F. A. u. P.
θ.....	124 36 47,78	18 51 21,02	F. A. u. P.
o^1....	131 5 55,61	16 11 24,55	F. A. u. P.
o^2....	131 10 45,41	+16 26 58,48	F. A. u. P.
η Ophiu.	254 18 6,26	−15 25 11,62	F. A. u. P.
α.....	261 4 1,34	+12 44 38,23	F. A. u. P.
Anon.	271 43 35,20	−15 54 15,22	F. A. u. H. C. p. 471
r Ophiu.	272 20 52,17	+ 3 17 33,49	F. A. u. Piazzi
η Serp.	272 21 15,27	− 2 56 25,18	F. A. u. P.
Anon.	272 35 7,28	−12 6 12,91	H. C. u. *Bessels* Z.
Anon.	273 54 48,32	−13 7 7,96	H. C. u. B. Z.
Anon.	274 1 28,21	−14 41 30,99	F. A. u. H. C. p. 298
Anon.	274 5 53,08	+ 3 37 30,52	H. C. u. B. Z.

Digitized by Google

	Grade Aufst.			Abweichung.			
Anon.	274°	40′	2″63	−10°	55′	44″83	H. C. u. B. Z.
Anon.	275	33	55,35	−11	8	8,67	F. A.; H. C.; Piazzi u. *Bessels* Z.
mAquilæ	275	40	23,72	− 8	23	6,06	F. A. u. P.
θ^1 Serp.	281	11	50,00	+ 3	55	15,74	F. A. u. P.
λ Aquilæ	283	30	35,98	− 5	12	33,27	F. A. u. P.
ζ.....	283	42	39,86	+13	32	15,03	F. A. u. P.
ϰ.....	291	7	38,76	− 7	31	15,55	F. A. u. P.
2 αCapr.	301	19	9,61	−13	14	27,26	F. A. u. P.
2 β....	302	1	3,37	−15	29	28,40	F. A. u. P.

Scheinbare Oerter der Sterne zur Zeit der Beobachtung.

			Grade Aufst.			Abweichung.		
Juni	15.	Anonyma	271°	44′	35″28	−15°	54′	10″48
—	17.	Anonyma	271	44	35,64	15	54	10,36
		2 αCapric.	301	20	4,47	13	14	13,40
		2 β.....	302	1	58,65	15	29	13,91
		Anonyma	274	2	28,04	14	41	25,37
—	20.	Anonyma	274	2	28,59	14	41	25,18
		Anonyma	271	44	36,16	15	54	10,21
—	21.	Anonyma	274	2	28,78	14	41	25,12
—	22.	Anonyma	274	2	28,97	14	41	25,06
		Anonyma	273	55	48,50	13	7	2,09
		Anonyma	272	36	7,13	12	6	7,51
		Anonyma	271	44	36,52	15	54	10,11
		η Ophiuchi	254	19	6,69	15	25	12,98
—	24.	Anonyma	271	44	36,88	15	54	10,00
		Anonyma	272	36	7,50	12	6	7,36
		Anonyma	274	41	2,39	10	55	38,56
		Anonyma	275	34	55,16	11	8	2,10
		λ Aquilæ	283	31	33,48	5	12	24,48
		ϰ.....	291	8	36,10	7	31	4,44
		2 α Capric.	301	20	6,75	13	14	12,62
—	25.	m Aquilæ	275	41	22,79	8	22	59,39
—	27.	η Serpentis	272	22	13,02	− 2	56	19,29
—	28.	r Ophiuchi	272	21	48,37	+ 3	17	39,70
		Anonyma	274	6	49,23	3	37	37,18
		θ Serpentis	281	12	46,07	3	55	24,11
—	29.	ζ Aquilæ	283	43	34,09	13	32	23,77
		ϰ Ophiuchi	261	4	54,54	12	44	42,48
Aug.	2.	η Geminor.	90	15	27,21	22	33	3,27
		μ.....	92	16	9,73	22	36	32,97
		Anonyma	96	19	17,44	22	12	39,16
—	3.	μ Geminor.	92	16	10,11	22	36	32,98
		Anonyma	96	19	17,80	22	12	39,16
—	4.	μ Geminor.	92	16	10,48	22	36	32,99
		Anonyma	96	19	18,15	22	12	39,17
		d Geminor.	99	26	48,80	22	0	35,59
		ζ.....	102	37	19,52	20	53	8,42
—	5.	Anonyma	96	19	18,51	22	12	39,17
		d Geminor.	99	26	49,14	22	0	35,58
		ζ.....	102	37	19,84	20	53	8,42
Aug.	6.	μ Geminor.	92°	16′	11″22	+22°	36′	33″01
		Anonyma	96	19	18,86	22	12	39,17
		d Geminor.	99	26	49,47	22	0	35,58
—	7.	Anonyma	96	19	19,22	22	12	39,17
		d Geminor.	99	26	49,82	22	0	35,58
—	8.	d.....	99	26	50,20	22	0	35,58
		ζ.....	102	37	20,85	20	53	8,40
—	9.	ζ.....	102	37	21,20	20	53	8,39
—	10.	d.....	99	26	50,95	22	0	35,56
		Anonyma	100	18	11,63	21	50	9,24
		ζ Geminor.	102	37	21,56	20	53	8,38
—	11.	d.....	99	26	51,31	22	0	35,55
		ζ.....	102	37	21,91	20	53	8,37
—	12.	μ.....	92	16	13,65	22	36	33,07
		d.....	99	26	51,70	22	0	35,54
		Anonyma	100	18	12,38	21	50	9,22
		ζ Geminor.	102	37	22,27	20	53	8,37
—	14.	d.....	99	26	52,44	22	0	35,53
		ζ.....	102	37	22,98	20	53	8,35
—	15.	ζ.....	102	37	23,35	20	53	8,34
—	18.	ζ.....	102	37	24,44	20	53	8,31
		q.....	107	5	55,42	20	51	20,28
—	19.	ζ.....	102	37	24,83	20	53	8,30
		q.....	107	5	55,79	20	51	20,25
—	25.	q.....	107	5	58,00	20	51	20,11
—	26.	ζ.....	102	37	27,55	20	53	8,20
		q.....	107	5	58,38	20	51	20,08
		r.....	108	21	6,26	20	41	42,95
—	28.	q.....	107	5	59,09	20	51	20,03
		r.....	108	21	7,01	20	41	42,88
—	29.	r.....	108	21	7,42	20	41	42,83
		l.....	115	33	53,36	20	28	12,33
—	30.	l.....	115	33	53,70	20	28	12,28
—	31.	l.....	115	33	54,07	20	28	12,23
Sept.	4.	l.....	115	33	55,51	20	28	12,02
		Anonyma	117	52	9,66	19	28	18,95
—	5.	l Geminor.	115	33	55,86	20	28	11,97
		Anonyma	117	52	10,00	19	28	18,90
—	8.	Anonyma	117	52	11,13	19	28	18,74
—	9.	ζ Cancri	119	45	33,71	18	19	14,34
—	10.	ζ.....	119	45	34,10	18	19	14,27
—	14.	d'.....	122	33	11,38	19	3	2,24
		θ.....	124	37	25,46	18	51	9,54
—	17.	θ.....	124	37	26,62	18	51	9,28
—	18.	θ.....	124	37	27,00	18	51	9,19
—	19.	θ.....	124	37	27,37	18	51	9,10
—	20.	θ.....	124	37	27,76	18	51	9,02
—	29.	o^1.....	131	6	36,12	16	11	11,26
Oct.	1.	o^2.....	131	11	26,72	16	26	44,91
—	2.	o^2.....	131	11	27,10	16	26	44,81

Mit diesen Oertern erhielt ich nach Anbringung der Refraction folgende Cometenörter:

Digitized by Google

Messiers Beobachtungen.

1770.	Mittlere Zeit des Obs. de la marine.	Sternzeit.	Mittl. Pariser Zeit.	Refraction in AR.	Refraction in Decl.	Rectascension des Cometen.	Declination des Cometen.
Juni 15	11h 23′ 22″23	17h 0′ 22″81	15d474651	+ 0″70	— 3″67	272° 58′ 21″0	— 16° 29′ 11″2
	11 49 37,46	17 26 42,36	492882	+ 0,41	—	58 5,7	
	14 6 16,66	19 43 44,00	587781	— 0,97	—	57 49,3	
— 17	11 11 33,77	16 56 25,53	17,466451	— 0,14	+ 0,69	273 5 50,5	15 47 20,7
	12 27 16,46	18 12 20,66	519029	0	0	6 49,5	
				0	0	6 58,7	
	12 46 58,62	18 32 6,06	532710	+ 0,04	+ 0,70	5 57,7	46 27,7
	12 49 7,64	18 34 15,43	534204	— 0,32	— 5,53	8 27,7	45 12,9
	12 54 17,69	18 39 26,33	537793	— 0,40	— 5,56	7 57,6	
— 20	10 40 48,47	16 37 24,85	20,445094	— 0,55	+ 2,11	273 20 43,0	14 19 54,1
	11 10 35,74	17 7 17,02	465779	— 0,34	+ 1,92	21 43,2	19 49,3
	11 40 5,01	17 36 51,13	486257	— 0,18	+ 1,82	21 43,4	
				— 0,81	+ 8,23	21 50,3	20 6,0
— 21	10 27 46,39	16 28 17,19	21,436042	— 1,74	+ 6,06	273 26 57,0	13 40 43,1
	11 4 39,72	17 5 16,58	461658	— 0,97	+ 5,33	27 12,8	39 44,8
— 22	10 25 37,37	16 30 4,38	22,434548	— 3,03	+ 10,73	273 34 55,9	12 49 46,3
	10 46 3,55	16 50 33,91	448740	— 0,32	+ 1,43	35 3,2	50 0,7
				+ 0,77	— 3,49	35 29,9	49 8,0
	11 44 7,08	17 48 46,98	489059	+ 0,20	— 3,00	35 37,3	47 37,5
	12 9 38,31	18 14 22,41	506782	0	+ 15,24	35 51,5	46 7,9
				0	+ 8,96	35 59,0	46 7,1
				0	+ 12,64	35 51,7	46 12,3
— 24	12 3 19,07	18 15 55,24	24,502392	0	+ 24,85	273 58 13,9	10 24 29,1
				0	+ 6,76	58 14,5	24 18,6
				0	+ 2,01	58 10,4	24 19,6
				0	+ 2,81	58 14,2	24 43,3
				0	— 17,19	58 3,5	24 51,7
				0	— 10,12	58 14,1	24 36,6
				0	+ 11,68	58 29,8	24 25,9
	12 29 23,30	18 42 3,75	520498	+ 0,46	+ 6,98	58 23,0	22 19,4
				+ 0,14	+ 2,17	58 2,5	22 11,4
				+ 0,20	+ 2,98	58 25,4	22 20,1
	12 44 59,44	18 57 42,45	531332	+ 0,24	+ 2,26	57 47,6	21 26,3
				+ 0,32	+ 3,05	58 10,5	22 3,1
	13 25 8,80	19 37 58,41	559218	+ 0,56	+ 2,63	57 17,9	18 55,9
				+ 0,74	+ 3,48	57 25,9	19 47,6
— 25	13 27 55,55	19 44 42,17	25,561148	— 0,10	— 0,46	274 15 22,7	8 30 10,8
	13 38 34,65	19 55 23,03	568545	— 0,10	— 0,40	14 52,7	29 1,8
— 27	13 13 17,48	19 37 54,81	27,550986	+ 0,35	+ 1,98	275 12 58,4	— 2 13 20,3
	13 29 58,62	19 54 38,69	562572	+ 0,49	+ 2,22	13 20,5	9 40,0
— 28	10 46 34,49	17 14 44,28	28,449099	+ 0,23	— 1,60	276 4 16,3	+ 3 9 58,5
— 29	10 2 52,16	16 34 51,33	29,418748	+ 0,01	— 0,03	277 44 19,1	13 30 58,8
	10 32 33,41	17 4 37,46	439364	— 0,07	+ 0,44	47 4,0	49 0,2
	11 42 3,98	18 14 19,44	487634	— 0,04	—	53 19,1	
	11 59 27,13	18 31 45,45	499707	0	+ 1,80	54 57,1	14 45 28,6
				0	+ 3,02	54 54,5	45 26,5
Aug. 2	15 3 15,49	23 50 6,94	2,627351	+ 0,78	— 0,88	96 32 30,0	22 29 18,4
				+ 1,48	— 1,67	32 37,2	29 26,3
				— 3,51	+ 3,94	32 15,9	29 5,1
	15 39 12,38	0 26 9,73	2,652314	+ 0,37	— 0,41	32 59,6	29 10,9
				+ 0,70	— 0,80	32 36,4	29 9,2
				— 1,54	+ 1,78	33 2,9	28 39,9
— 3	14 45 9,72	23 35 54,75	3,614783	+ 3,75	— 4,25	96 56 59,9	22 24 58,7
				— 3,98	+ 4,52	56 42,8	24 35,7
	15 19 43,60	0 10 34,31	638787	+ 1,49	— 1,68	57 27,6	25 30,8
	15 24 9,59	0 15 1,02	641866	— 1,54	+ 1,74	57 22,8	24 53,9

Digitized by Google

1770	Mittlere Zeit des obs. de la marine.	Sternzeit.	Mittl. Pariser Zeit.	Refraction in AR.	Refraction in Decl.	Rectascension des Cometen.	Declination des Cometen.
Aug. 4	14h 12′ 48″39	23° 7′ 24″66	4d592315	+14″45	−17″22	97°20′ 59″9	+22°21′ 30″8
	14 21 52,36	23 16 30,11	598610	— 5,53	+ 6,47	21 45,6	20 40,6
				−14,44	+16,91	21 43,4	21 6,5
	14 38 22,29	23 33 2,76	610068	— 3,01	+ 3,43	22 10,1	20 26,6
				— 7,92	+ 9,03	22 4,9	20 47,6
	14 54 12 23	23 48 55,29	621063	— 1,85	+ 9,09	22 27,3	20 16,3
				— 4,92	+ 5,54	22 22,9	20 36,1
	15 7 25,18	0 2 10,42	630241	— 3,69	+ 4,15	22 39,1	21 36,7
				−16,57	+18,65	23 11,9	21 59,1
	15 33 8,07	0 27 57,54	648099	— 2,14	+ 2,46	23 10,7	21 51,0
				— 9,30	+10,68	24 4,2	21 10,1
— 5	14 38 43,26	23 37 20,33	5,610311	— 1,43	+ 1,63	97 49 2,1	22 16 37,8
				— 5,85	+ 6,67	48 42,3	16 39,2
	14 55 13,19	23 53 52,98	621768	— 0,84	+ 0,95	49 16,7	16 25,1
				— 3,61	+ 4,05	49 44,5	16 28,6
	15 13 28,11	0 12 10,69	634441	— 0,53	+ 0,60	49 33,0	16 20,8
				— 2,30	+ 2,59	49 15,8	16 22,2
	15 28 24,04	0 27 9,27	644810	— 1,72	+ 1,97	49 46,4	16 48,5
	(22 5,04)	(20 49,00)	(640423)	(— 1,96)	+(2,22)	(46,2)	(48,8)
				— 9,37	+10,71	50 8,5	16 56,1
				(−10,70)	+(12,15)	(7,1)	(57,6)
— 6	14 29 42,65	23 32 14,80	6,604053	+10,02	−11,49	98 16 25,2	22 13 32,5
				0	0	16 37,9	12 39,2
	14 45 26,58	23 48 1,32	614979	0	0	16 52,9	12 39,2
	(40 38)	(43 22,56)	(611761)	(0)	(0)	(52,9)	(39,2)
				— 3,45	+ 3,89	16 34,0	12 52,5
				(— 3,95)	(+ 4,48)	(33,5)	(53,1)
	15 0 5,50	0 2 42,64	625152	0	0	17 7,9	12 39,2
	(14 55 28)	(23 58 5,88)	(621957)	(0)	(0)	(7,9)	(39,2)
				— 2,34	+ 2,62	17 5,1	12 51,2
				(— 2,62)	(+ 2,95)	(4,8)	(51,5)
— 7	14 49 19,83	23 55 1,75	7,617678	+ 0,89	— 1,00	98 45 51,1	22 8 53,2
				— 2,16	+ 2,43	45 18,7	9 37,0
	14 56 9,29	0 2 42,34	622417	+ 0,75	— 0,84	45 59,0	8 52,3
				— 1,72	+ 1,94	45 33,1	9 10,5
— 8	14 20 13,71	23 30 37,41	8,597468	— 2,38	+ 2,75	99 14 15,8	22 4 49,3
	14 46 29,56	23 56 57,58	615707	— 1,03	+ 1,16	15 2,2	4 45,7
	14 51 12,53	0 1 41,33	618983	— 0,90	+ 1,01	15 17,3	4 42,6
				−16,75	+18,86	15 1,1	5 5,3
	15 10 28,42	0 21 0,58	632361	— 0,56	+ 0,64	15 47,6	4 40,2
				−10,43	+11,79	15 52,4	4 52,2
— 9	14 48 10,16	0 2 35,01	9,616872	−16,25	+18,30	99 47 37,0	22 0 11,7
— 10	14 14 27,45	23 32 43,32	10,593461	+ 1,51	— 1,76	100 17 45,5	21 58 7,8
	14 21 43,41	23 40 0,47	598507	+ 1,16	— 1,34	18 0,1	58 8,2
	14 30 23,35	23 48 41,83	604524	+ 0,91	— 1,03	17 59,9	58 3,5
	14 39 32,29	23 57 52,27	610877	+ 0,69	— 0,77	18 14,6	58 3,8
				— 1,96	+ 2,22	18 9,7	57 17,5
	14 46 16,25	0 4 37,34	615553	−13,75	+15,56	17 44,8	57 39,9
	15 0 49,16	0 19 12,64	625657	+ 0,41	— 0,46	18 29,4	57 59,1
				−10,80	+12,17	18 17,8	57 30,5
	15 19 55,04	0 38 21,66	638919	+ 0,28	— 0,33	18 59,2	57 55,2
— 11	14 23 23,93	23 45 37,81	11,599670	+ 2,69	— 3,07	100 50 22,0	21 54 15,5
	14 31 49,87	23 54 5,14	605526	+ 2,07	— 2,35	50 36,4	54 12,2
	14 45 6,78	0 7 24,23	614749	−14,45	+16,28	51 20,5	53 14,6
	14 54 20,72	0 16 39,69	621160	−11,34	+12,77	51 38,6	53 12,1

Digitized by Google

1770.	Mittlere Zeit des obs. de la marine.	Sternzeit.	Mittl. Pariser Zeit.	Refraction in AR.	Refraction in Decl.	Rectascension des Cometen.	Declination des Cometen.
Aug. 12	14h 46′ 25″75	0h 12′ 39″99	12d615663	+ 9,39	−10″56	101° 24′ 38″0	+21° 49′ 46″5
	15 9 4,59	0 35 22,54	631391	+ 1,36	— 1,54	25 12,1	49 34,0
				— 7,35	+ 8,35	25 47,9	49 42,7
	15 27 46,46	0 54 7,48	644375	+ 0,91	— 1,06	25 26,6	49 56,5
				0	0	25 23,4	50 9,2
	15 30 25,44	0 56 46,90	646216	— 4,75	+ 5,58	25 35,5	49 23,9
— 14	14 37 29,21	0 11 35,07	14,609453	−12,86	+14,50	102 34 40,1	21 42 13,8
	14 58 39,05	0 32 48,39	624151	+ 2,74	— 3,09	35 11,2	41 42,7
				— 7,50	+ 8,47	34 45,5	42 5,8
	15 18 38,89	0 52 51,51	638038	— 4,89	+ 5,64	35 3,1	41 57,0
	15 28 38,81	1 2 53,08	644981	— 4,02	+ 4,73	35 19,0	41 50,1
— 15	15 43 34,10	1 21 47,38	15,655344	— 2,77	+ 3,40	103 11 41,6	21 37 41,7
	15 56 37,99	1 34 53,41	684417	— 2,24	+ 2,86	12 12,1	37 39,2
	16 4 32,92	1 42 49,64	669914	— 2,00	+ 2,63	12 42,3	37 38,0
— 18	14 24 32,04	0 14 21,99	18,600458	−10,76	+12,19	105 3 7,7	21 25 50,5
	14 43 22,86	0 33 15,91	613546	— 6,32	+ 7,12	3 42,1	25 36,4
				— 6,70	+ 7,55	3 58,7	25 36,8
	15 4 6,67	0 54 3,12	18.627943	— 3,89	+ 4,43	105 4 44,5	21 25 14,7
				— 4,10	+ 4,67	4 46,3	25 10,9
— 19	14 33 18,40	0 27 6,36	19,606551	— 6,91	+ 7,80	105 42 3,9	21 21 11,1
				— 7,37	+ 8,31	42 20,4	21 11,6
	14 57 41,17	0 51 33,13	623481	— 3,76	+ 4,28	42 52,1	20 55,6
				— 4,00	+ 4,54	42 53,8	20 52,8
— 26	15 39 38,21	2 1 12,93	26,652613	+ 0,26	— 0,33	110 26 46,6	20 46 32,7
				— 0,25	+ 0,32	26 27,0	46 19,3
	16 16 3,78	2 37 44,49	677908	+ 0,22	— 0,31	26 59,8	46 17,9
				— 0,14	+ 0,21	26 57,1	46 9,2
— 28	14 44 6,42	1 13 25,13	28,614051	+ 2,37	— 2,68	111 47 2,5	20 35 26,4
				+ 0,96	— 1,10	46 57,0	35 17,8
	15 8 36,12	1 37 58,85	631062	+ 1,44	— 1,68	48 1,5	35 18,4
— 29	15 21 53,18	1 55 14,64	29,640286	+ 0,81	— 0,97	112 29 38,2	20 30 2,9
	15 43 30,91	2 16 55,93	655307	— 0,06	+ 0,07	30 23,3	29 23,4
	16 3 58,65	2 37 27,03	669517	— 0,04	+ 0,06	31 11,3	29 22,4
	16 25 16,39	2 58 48,27	684306	— 0,03	+ 0,05	31 53,3	29 21,4
— 30	14 48 22,47	1 25 34,98	30,617014	+ 0,62	— 0,71	113 9 53,3	20 23 28,6
	15 6 15,25	1 43 30,70	629432	+ 0,43	— 0,51	10 46,1	23 26,8
	15 26 30,99	2 3 49,76	643502	+ 0,30	— 0,37	11 8,0	23 24,9
— 31	14 38 15,16	1 19 22,56	31,609986	+ 1,69	— 1,92	113 51 8,8	20 17 48,3
	15 18 53,63	2 0 7,71	638208	+ 0,74	— 0,89	52 7,8	17 46,3
Sept. 4	15 5 19,09	2 2 17,15	4,628781	+ 3,03	— 3,58	116 34 23,5	19 52 24,4
	15 15 40,94	2 12 40,71	635979	+ 2,51	— 3,05	34 53,0	52 21,0
	15 32 10,72	2 29 13,20	647434	+ 1,91	— 2,45	35 22,4	52 12,6
	15 48 27,50	2 45 32,65	658740	+ 1,50	— 2,03	35 37,0	52 9,0
	16 11 26,18	3 8 35,10	674697	+ 0,72	— 1,08	36 41,9	51 33,0
— 5	14 48 37,51	1 49 29,38	5,617188	+ 4,96	— 5,72	117 14 32,8	19 45 9,2
				— 2,01	+ 2,32	15 17,0	44 58,2
	15 2 43,31	2 3 37,50	626979	+ 3,76	— 4,44	14 31,6	45 8,5
				— 1,51	+ 1,78	15 17,5	44 57,7
	15 14 55,15	2 15 51,34	635449	— 1,20	+ 1,46	15 32,8	44 54,1
— 8	15 57 4,00	3 9 56,77	8,664717	+ 0,13	— 0,19	119 15 54,3	19 24 36,6
	16 5 44,87	3 18 39,07	670747	+ 0,12	— 0,17	16 9,2	24 33,6
— 9	15 6 30,22	2 23 11,23	9,629605	— 4,76	+ 5,70	119 52 46,9	19 17 32,0
	(2 44,22)	(19 24,61)	(626989)	(— 5,12)	(+ 6,07)	(46,6)	(32,4)
	15 22 5,00	2 38 48,58	640424	— 3,61	+ 4,51	119 53 3,1	17 28,8
	(6 30,22)	(23 11,23)	(629605)	(— 4,76)	(5,70)	(1,9)	(30,0)
	15 37 22,78	2 54 8,87	651045	— 2,82	+ 3,72	53 3,9	17 26,1
	(22 5,00)	(38 48,58)	(640424)	(— 3,61)	(4,51)	(3,1)	(25,8)

Digitized by Google

1770.	Mittlere Zeit des obs. de la marine.	Sternzeit.	Mittl. Pariser Zeit.	Refraction in AR.	Refraction in Decl.	Rectascension des Cometen.	Declination des Cometen.
Sept. 10	16h 26′ 23″46	3h 47′ 14″14	10d685081	— 1″19	+ 2″02	120° 31′ 9″9	+19° 9′ 22″3
—— 14	14 16 25,05	1 52 40,60	14,594823	+ 4,34	— 4,91	123 1 19,7	18 42 17,3
	14 33 45,80	2 10 4,20	606868	+ 2,85	— 3,26	2 3,2	42 16,0
				+ 1,30	— 1,50	1 25,8	41 43,0
	15 0 19,41	2 36 42,17	625313	+ 1,66	— 2,01	2 47,0	42 10,2
	15 42 18,80	3 18 48,46	654473	+ 0,84	— 1,17	3 47,2	42 9,1
—— 17	15 53 0,89	3 41 21,97	17,661903	+ 1,04	— 1,55	124 52 14,7	18 19 15,7
	16 5 12,71	3 53 35,79	670374	+ 0,88	— 1,40	52 29,5	19 13,9
	16 13 50,59	4 2 15,09	676368	+ 0,79	— 1,32	52 44,4	19 11,0
—— 18	15 30 14,33	3 22 28,22	18,646087	+ 1,78	— 2,41	125 27 21,8	18 11 16,8
	15 56 2,96	3 48 21,09	664012	+ 1,24	— 1,89	27 51,2	11 9,3
	16 9 55,76	4 2 16,17	673650	+ 1,02	— 1,69	28 6,0	11 4,5
—— 19	15 19 1,66	3 15 10,26	19,638301	+ 2,38	— 3,11	126 2 13,7	18 5 21,0
	15 29 47,51	3 25 57,88	645777	+ 2,01	— 2,74	2 28,4	5 18,4
—— 20	15 33 40,69	3 33 48,24	20,648476	+ 2,17	— 3,03	126 36 48,9	17 57 49,0
—— 29	15 23 47,63	3 59 22,53	29,641611	— 1,60	+ 2,26	131 21 51,5	16 49 52,5
	16 39 25,62	5 15 12,94	694135	— 0,58	+ 1,28	22 52,5	48 57,5
Octbr. 1	15 23 18,63	4 6 46,56	1,641275	— 0,32	+ 0,47	132 19 52,4	16 35 5,4
	16 33 24,71	5 17 4,16	689959	— 0,12	+ 0,26	21 38,6	34 23,2
—— 2	15 43 33,81	4 31 1,61	2,655341	— 0,01	+ 0,02	132 48 43,1	16 27 6,8
	16 38 47,11	5 26 23,99	693689	0	0	49 43,1	26 44,8

Die in Klammern eingeschlossenen Zahlen enthalten die Reductionen, wenn man die Zeiten dieser Beobachtungen, wie *Burckhardt* annimmt. Da er die Originalbeobachtungen zur Hand hatte, und also den Fehler in den Mém. de Paris corrigiren konnte, so habe ich die daraus folgenden Cometenörter als richtiger zur Bahnbestimmung angewandt. Wo nähere Bestimmungen für ein Zeitmoment vorkommen, sind es nur Vergleichungen mit mehreren Sternen zugleich, aus denen zur Bildung eines Orts für die Bahnbestimmung das Mittel genommen wurde.

Maskelyne's Beobachtungen.

1770.	Greenwicher mittl. Zeit.	Sternzeit.	Mittl. Pariser Zeit.	Refraction in AR.	Refraction in Decl.	Rectascension.	Decl. des Com.
Juni 28	13h 29′ 28″	20h 0′ 16″	28 568630	+ 0″42	+ 2″11	276° 12′ 11″3	+ 4° 9′ 8″8
				+ 0,25	+ 1,25	12 9,5	8 4,4
	13 58 5	20 28 58	588502	+ 0,48	+ 1,81	13 19,7	18 47,0
Aug. 25	14 59 2	1 16 35	25,630828	0	0	109 43 35,5	20 51 5,1
	15 19 16	1 36 53	644879	0	0	44 38,0	51 20,1
—— 26	15 5 37	1 27 8	26,635400	+ 0,44	— 0,56	110 25 23,8	20 46 33,5
	15 27 33	1 49 8	650632	+ 0,29	— 0,39	26 18,7	46 40,7
	15 51 56	2 13 34	667565	+ 0,18	— 0,27	27 28,6	47 8,8
—— 28	14 32 54	1 2 12	28,612680	+ 1,09	— 1,36	111 47 38,1	20 35 18,5
	14 57 48	1 27 11	629972	+ 0,70	— 0,88	48 27,7	35 0,0
	15 22 15	1 51 41	646952	+ 0,43	— 0,57	48 32,4	35 20,3
	15 44 56	2 14 27	662704	+ 0,29	— 0,41	49 27,3	35 34,5
—— 29	15 2 0	1 35 20	29,632889	— 0,13	+ 0,16	112 29 38,2	20 29 32,5
	15 20 12	1 53 24	645528	— 0,12	+ 0,16	30 4,5	29 54,5
	15 40 19	2 13 45	659498	— 0,07	+ 6,10	30 38,3	29 36,4

Es war jetzt vor allem nöthig, eine ungefähre Bestimmung der allen Beobachtungen mit Berücksichtigung der Störungen Genüge leistenden Bahn. Da ausser der directen Einwirkung der Erde die Störungen ganz unbeträchtlich sind, so wurde blofs auf diese vorläufig Rücksicht genommen. Die Methode, die ich zur Summirung derselben in der Erdnähe angewandt habe, ist folgende:

Bekanntlich können die Werthe von x, y, z; x', y', z'; r und r', der Coordinaten des gestörten und des störenden Körpers und deren Entfernungen von der Sonne, durch Reihen ausgedrückt werden, die nach den Potenzen der Zeit geordnet, schnell convergiren; also eben so $x-x'$, $y-y'$, $z-z'$, die auf den Ort des störenden Körpers bezogenen Coordinaten des gestörten; eben so das Quadrat deren gegenseitigen Entfer-

Digitized by Google

nungen ρ^3; (siehe *Bessels* Untersuchungen über die Bahn des Cometen von 1807; nach dessen Formeln ich die Differentialquotienten der Störungen berechnet habe.) es bleibt aber der allgemeine Coefficient $\frac{1}{\rho^3}$, der in diesem Fall, nach den Potenzen der Zeit geordnet, sehr divergirt. Um diese Divergenz zu heben, verwandle ich den Ausdruck von $\rho^2 = \alpha + \beta t + \gamma t \ldots$ in einen andern, in dem der Coefficient des zweiten Gliedes verschwindet, durch die Substitution von $t = t' + \tau$, wodurch er sich in $\alpha_,^2 (1 + \beta_,^2 t'^2)(1 + \gamma_, t'^3 + \gamma_2 t'^4 \ldots)$ verwandeln läfst, wo die Reihe $1 + \gamma_, t'^3 + \gamma_2 t'^4 + \ldots$ schnell convergirt. Setzt man nun $\beta_, t = tg\,\theta$, wodurch $dt' = \frac{d\theta}{\beta_, \cos\theta^2}$; $\frac{1}{\rho^3} = \frac{\cos\theta^3}{\alpha_,^3 (1 + \gamma_, t'^3 + \gamma_2 t'^4 + \ldots)^{\frac{3}{2}}}$ wird; so sieht man leicht, dafs die Differentialquotienten der Störungen durch ihre resp. $\cos\theta^3$ dividirt, sich durch eine nach t' oder $tang\,\theta$ geordneten Reihe, die schnell convergirt, ausdrücken lassen. Es sei diese Reihe

$$A + Bt' + Ct'^2 + Dt'^3 + Et'^4 + Ft'^5 + Gt'^6 + \ldots$$

so hat man für den Ausdruck des gestörten Elements nach Substitution von t' und dt'

$$\text{Const.} + \int d\theta \left(\frac{A}{\beta_,} \cos\theta + \frac{B}{\beta_,^2} \sin\theta + \frac{C}{\beta_,^3} \frac{\sin\theta^2}{\cos\theta} + \frac{D}{\beta_,^4} \frac{\sin\theta^3}{\sin\theta^2} + \frac{E}{\beta_,^5} \frac{\sin\theta^4}{\cos\theta^3} + \frac{F}{\beta_,^6} \frac{\sin\theta^5}{\cos\theta^4} \ldots \right)$$

und nach der Integration:

$$\begin{aligned}
&\text{Const.} + \left(\frac{A}{\beta_,} - \frac{C}{\beta_,^3} + \tfrac{3}{8} \frac{E}{\beta_,^5} - \tfrac{5}{8} \frac{G}{\beta_,^7} + \ldots \right) \sin\theta \\
&- \left(\frac{B}{\beta_,^2} - 2 \frac{D}{\beta_,^4} + \tfrac{3}{8} \frac{F}{\beta_,^6} - \ldots \right) \cos\theta \\
&+ \left(\frac{C}{\beta_,^3} - \tfrac{3}{4} \frac{E}{\beta_,^5} + \tfrac{5}{8} \frac{G}{\beta_,^7} - \ldots \right) Log.\,nat.\,tg(45 + \tfrac{1}{2}\theta) \\
&+ \left(\frac{D}{\beta_,^4} - \tfrac{4}{3} \frac{F}{\beta_,^6} + \ldots \right) \frac{\sin\theta^2}{\cos\theta} \\
&+ \left(\tfrac{1}{2} \frac{E}{\beta_,^5} - \tfrac{5}{6} \frac{G}{\beta_,^7} + \ldots \right) \frac{\sin\theta^3}{\cos\theta^2} \\
&+ \left(\tfrac{3}{8} \frac{F}{\beta_,^6} - \ldots \right) \frac{\sin\theta^4}{\cos\theta^3} \\
&+ \left(\tfrac{5}{8} \frac{G}{\beta_,^7} - \ldots \right) \frac{\sin\theta^5}{\cos\theta^4} \\
&+ \text{etc.}
\end{aligned}$$

Mit den *Burckhardt*schen Elementen wurden so die directen Störungen der Erde vom 14ten Juni bis 11ten August vorläufig berechnet, und damit eine vorläufige Bahn bestimmt, die ich nochmals corrigirte, um die definitiven Störungen mit Sicherheit damit bestimmen zu können. Ich erhielt so:

	Juni 27,5	Juni 29,5	Juli 1,5.	Juli 3,5.	Juli 5,5.
T August	13,5020750	13,5503684	13,5497813	13,5557362	13,5571682
h ——	1,0975516	1,0975523	1,0975196	1,0974707	1,0974534
e ——	0,7854805	0,7855505	0,7856342	0,7854140	0 7853512
P ——	356° 16′ 52″3	16′ 8″16	16′ 32″99	16′ 47″93	16′ 50″06
η ——	132 19 30,3	17 28,37	131 58 15,72	48 45,22	48 4,53
i ——	1 33 11,24	33 18,26	34 2,72	34 29,65	34 33,30
M ——	— 8 18 52,53	— 7 57 26,74	— 7 36 2,94	— 7 15 34,37	— 6 54 32,94
E ——	—32 29 13,08	—31 25 20,88	—30 20 7,30	—29 14 36,50	—28 6 40,04
v ——	—80 5 48,88	—78 7 55,08	—76 4 45,58	—73 55 28,14	—71 39 41,90
Log r	0,0258200	0,0158107	0,0056404	9,9953224	9,9848719
—— *x*	9,9329279*n*	9,9335940*n*	9,9351239*n*	9,9352032*n*	9,9340469*n*
—— *y*	9,7964800	9,7649407	9,7269406	9,6869214	9,6444520
—— *z*	8,2296694	8,1986753	8,1641122	8,1261619	8,0839722
—— *x′*	9,9145364*n*	9,9248972*n*	9,9358811*n*	9,9452425*n*	9,9532555*n*
—— *y′*	9,7776939	9,7567998	9,7308586	9,7047064	9,6783802
—— $(x-x')$	8,5505974*n*	8,2308272*n*	7,1769439	8,3041532	8,5893969
—— $(y-y')$	8,4231729	8,0337628	7,6841851*n*	8,3081139*n*	8,5543020*n*
—— ρ	8,6763201	8,4084477	8,1887781	8,4995308	8,7342246
—— ρ^2	7,3526402	6,8168954	6,3775562	6,9990616	7,4684492
—— ρ^3	6,0289603	5,2253431	4,5663343	5,4985924	6,2026738
—— *A*	7,0700798	7,5338571	7,4411832*n*	7,3882602*n*	6,9527931*n*
—— *B*	5,3216569*n*	5,6336941	7,3571695	6,8244512	6,3876981
—— *C*	6,6316134	7,4148813	8,0513834	7,0950404	6,1175927

Es bedeuten hier *T*... Zeit des Periheliums; *h* Quadratwurzel aus dem halben Parameter; *e*... Excentricität; *P* Länge des Perihels vom wahren Aequinoctium; *η* Länge des Knotens von demselben; *i* Neigung der Bahn des Cometen; *M*, *E*, *v*... Mittlere, Excentrische und wahre Anomalie; *r*... Radius Vector; die Axe der *x* ist der Durchschnitt des aufsteigenden Knotens der Bahn mit der Ecliptik; der *y* in $90 + \eta$ Länge in der Ecliptik; der *z* senkrecht auf die Ecliptik; *x′* und *y′* sind die

Digitized by Google

Coordinaten der Erde; A, B, C die störenden Kräfte; A mit dem Radius Vector parallel; B mit dem zu der um einen rechten Winkel vergrößerten Anomalie gehörigen Radius Vector parallel; und C auf die Bahn senkrecht. Log. der Erdmasse $= 4{,}4498500$. Setzt man nun $t' = t -$ Juli $1^d2080922$ und $Log\,\beta, = 99071773$; so erhält man zur Summirung der Störungen folgende Hülfsgrößen:

	Juni 27,5	Juni 29,5	Juli 1,5.	Juli 3,5.	Juli 5,5.
t'	— 3,7080922	— 1,7080922	+ 0,2919078	+ 2,2919078	+ 4,2919078
θ	−71°32′ 1″04	−54° 3′34″41	+13°15′51″91	+61°37′ 5″41	+73°54′22″39
Log. sin θ	9,9770417*n*	9,9082853*n*	9,3606793	9,9443836	9,9826371
— *cos* θ	9,5007140	9,7685966	9,9882563	9,6770091	9,4428094
$-\frac{\sin\theta^2}{\cos\theta}$	0,4533695	0,0479739	8,7331023	0,2117581	0,5224048
$-\frac{\sin\theta^2}{\cos\theta^2}$	0,9296973*n*	0,1876625*n*	8,1055253	0,4791326	1,0622925
[*log nat. tng.* $(45+\frac{1}{2}\theta)$]	0,2592863*n*	0,0515179*n*	9,3684802	0,1382645	0,2914434
Compl. log. $\cos\theta^3$	1,4978580	0,6942102	0,0352311	0,9689727	1,6715718
Die Werthe von $\rho\cos\theta$ werden	8,1770341	8,1770443	8,1770344	8,1765399	8,1770340

die man beinahe als völlig gleich betrachten kann, da die Logarithmentafeln hier, wo der Unterschied von Größen, die nahe gleich sind, vorkömmt, sehr große Fehler in den letzten Ziffern zulassen. Was demnach die Convergenz von $\frac{1}{\rho^3}$, den divergirendsten Factor der Störungen, wenn sie nach Potenzen von t entwickelt werden, betrifft; so wäre die Berechnung von drei Oerter hinreichend gewesen, von Juni 27,5; Juli 1,5; Juli 5,5; um die Störungen für die 8 Tage des bei weitem größten Einflusses der Anziehung der Erde zu summiren; es sind, zur größern Sicherheit der Rechnung, fünf Oerter angenommen.

Die täglichen Veränderungen der Elemente seien $\left(\frac{dT}{dt}\right)$; $\left(\frac{dh}{dt}\right)$ etc. Die Werthe derselben mit ihren resp. $\cos\theta^3$ dividirt, finden sich nach *Bessels* Formeln, in Einheiten der siebenten Decimale von T, h, e:

	Juni 27,5	Juni 29,5.	Juli 1,5.	Juli 3,5.	Juli 5,5.
$\frac{dT}{\cos\theta^3\,dt}$	−177677,9	−67115,6	+ 36612,6	+134517,6	+225510,4
$\frac{dh}{\cos\theta^3\,dt}$	+ 120,48	− 37,96	− 430,15	− 1057,62	− 1904,25
$\frac{de}{\cos\theta^3\,dt}$	+ 7003,93	+ 3081,31	− 1063,18	− 5478,00	− 10135,12
$\frac{dP}{\cos\theta^3\,dt}$	+ 25″097	+18″830	+ 18″004	+ 22″425	+ 31″301
$\frac{d\eta}{\cos\theta^3\,dt}$	− 1006,150	− 891,659	− 769,667	− 663,187	− 564,112
$\frac{di}{\cos\theta^3\,dt}$	+ 37,323	+ 35,668	+ 33,988	+ 32,272	+ 30,210

Hieraus ergiebt sich, wenn man $(t -$ Juli $1^h5) = 2\,t$, setzt:

$$\frac{dT}{\cos\theta^3\,dt} = 36612{,}6 + 100823{,}1\,t, - 2824{,}1\,t,^2 - 6{,}51\,t,^3 - 87{,}50\,t,^4$$

$$\frac{dh}{\cos\theta^3\,dt} = -430{,}15 - 510{,}21\,t, - 117{,}96\,t,^2 + 0{,}383\,t,^3 + 0{,}3187\,t,^4$$

$$\frac{de}{\cos\theta^3\,dt} = -1063{,}18 - 4277{,}96\,t, - 138{,}352\,t,^2 - 1{,}7025\,t,^3 + 3{,}1875\,t,^4$$

$$\frac{dP}{\cos\theta^3\,dt} = +18″004 + 1″8797\,t, + 2″6485\,t,^2 - 0″0822\,t,^3 - 0″025\,t,^4$$

Digitized by Google

$$\frac{d\eta}{\cos\theta^3\,dt} = -769''667 + 115''478\,t_1 - 9''053\,t_1^2 - 1''242\,t_1^3 + 1''297\,t_1^4$$

$$\frac{di}{\cos\theta^3\,dt} = +33''988 - 1''671\,t_1 - 0''0055\,t_1^2 - 0''0267\,t_1^3 - 0''0125\,t_1^4$$

Substituirt man jetzt in diesen Formeln $t_1 = t_2 + 0{,}1459539$; so ist $t_2 = 2t'$ der oben angegebenen Formeln, und man findet

$$\frac{dT}{\cos\theta^3\,dt} = +21836{,}9 + 101648{,}2\,t_2 - 2832{,}4\,t_2^2 + 44{,}57\,t_2^3 - 87{,}50\,t_2^4$$

$$\frac{dh}{\cos\theta^3\,dt} = -358{,}19 - 475{,}78\,t_2 - 118{,}13\,t_2^2 + 0{,}215\,t_2^3 + 0{,}3187\,t_2^4$$

$$\frac{de}{\cos\theta^3\,dt} = -441{,}72 - 4237{,}72\,t_2 - 137{,}200\,t_2^2 + 0{,}159\,t_2^3 + 3{,}1875\,t_2^4$$

$$\frac{dP}{\cos\theta^3\,dt} = +17''786 + 1''1016\,t_2 + 2''6813\,t_2^2 - 0''0676\,t_2^3 - 0''025\,t_2^4$$

$$\frac{d\eta}{\cos\theta^3\,dt} = -786''709 + 118''026\,t_2 - 8''343\,t_2^2 - 1''999\,t_2^3 + 1''297\,t_2^4$$

$$\frac{di}{\cos\theta^3\,dt} = +34''232 - 1''671\,t_2 + 0''0046\,t_2^2 - 0''0340\,t_2^3 - 0''0125\,t_2^4$$

Bezeichnet man jetzt die Coefficienten von $\sin\theta$, $\cos\theta$. log. nat. $tg(45+\frac{1}{2}\theta)$, etc. mit A_t; B_t; C_t etc., so dafs

$$A_t = \frac{A}{\beta_t} - \frac{C}{\beta_t^3} + \frac{3}{4}\frac{C}{\beta_t^5} - \ldots.$$

$$B_t = -\frac{B}{\beta_t^2} + 2\frac{D}{\beta_t^4} - \frac{8}{3}\frac{F}{\beta_t^7} + \ldots.$$

$$C_t = \frac{C}{\beta_t^3} - \frac{3}{2}\frac{E}{\beta_t^6} + \ldots.$$

$$D_t = \frac{D}{\beta_t^4} - \frac{4}{3}\frac{F}{\beta_t^6} + \ldots.$$

$$E_t = \frac{1}{2}\frac{E}{\beta_t^5} \ldots.$$

$$F_t = \frac{1}{3}\frac{F}{\beta_t^6} \ldots.$$

so werden für die verschiedenen Elemente diese Gröfsen folgende:

	Log A_t	Log B_t	Log C_t	Log D_t	Log E_t
T.....	4,4527215	4,8915692n	3,12077n	1,11724	0,90097n
h.....	2,58815n	2,56216	1,74944n	8,80064	8,46234
e.....	2,6821270n	3,5117591	1,81952n	8,66960n	9,46241
P.....	1,31689	9,94694n	0,10711	8,29815n	7,35690n
η.....	2,9867090n	1,9621941n	0,63491n	9,76901n	9,07190
i.....	1,62745	0,10072	7,09342	7,99968n	7,05593n

und mit Anwendung der oben angegebenen Werthe von $\sin\theta$, $\cos\theta$ etc.....

	T	h	e	P	η	i
Juni 27,5	−49073	+585,0	+1602,9	−22″318	+896′05	−39″846
29,5	−67174	+591,1	+2370,3	−18,773	+735,44	−33,605
Juli 1,5	−69628	+253,1	+3036,6	+4,197	−312,79	+10,957
3,5	−13898	−244,4	+1031,4	+19,548	−903,39	+37,892
5,5	+3021	−380,4	+313,0	+22,098	−966,29	+41,053

Es versteht sich von selbst, dafs zu jedem dieser Werthe eine Constante addirt werden mufs, die für alle Zeiten gleich ist.

Ich wiederholte diese Rechnung mit Beibehaltung der Elemente von Juni 29,5 und Correction derselben für die übrigen Tage nach den eben gefundenen Störungen, und fand:

	T	h	e	P	η	i
Juni 27,5	−48936	+583,6	+1597,5	−22″210	+896″15	−39″777
29,5	−67036	+589,6	+2366,3	−18,663	+735,58	−33,539
Juli 1,5	−69597	+253,3	+3034,1	+4,235	−312,20	+10,950
3,5	−14005	−242,8	+1031,4	+19,516	−903,05	+37,854
5,5	+2906	−378,4	+311,7	+22,055	−966,04	+41,022

Digitized by Google

und für die Zeiten der in diese Periode fallende Beobachtungen

	T	h	e	P	η	i
Juni 27,557	— 49261	+ 583,8	+ 1610,4	— 22,164	+ 894,29	— 39,707
28,449	— 55538	+ 588,0	+ 1865,0	— 21,180	+ 852,31	— 38,123
29,461	— 66510	+ 589,9	+ 2342,2	— 18,808	+ 742,41	— 33,815

Um die Störungen vom 15ten Juni bis 27sten Juni, die von der directen Einwirkung der Erde herrühren, zu summiren, berechnete ich auf dieselbe Art für folgende Zeitmomente; mit den vorher gefundenen Veränderungen der Elemente:

	Juni 15,5.	Juni 19,5.	Juni 23,5.
T....Aug.	13.5541080	5538633	5534050
h.....	1.0975528	1,0975520	1,0975514
e.....	0.7854065	0,7854136	0,7854283
P.....	356°16′ 2″01	356°16′ 2″41	356°16′ 3″04
η.....	132 21 15,25	132 21 11,29	132 21 0,40
i.....	1 33 9,70	1 33 9,83	1 33 10,19
$Log\, x$	9,9215065n	9,9266909n	9,9305159n
— y	9,9413626	9,8996687	9,8520347
— x'	9,8359096n	9,8656843n	9,8917189n
— y'	9,8751404	9,8469822	9,8147348
— z'	8,3082101n	8,2800620n	8,2478426n

Die Ebene der x, y ist zur leichtern Berechnung hier die Ebene der Cometenbahn, die Axe der x die Durchschnittslinie der Bahn mit der Ecliptik im aufsteigenden Knoten derselben; die Axe der y ein Radius Vector, der zu einer um einen rechten Winkel gröfsern Anomalie gehört, als die Axe der x; die Axe der z auf die Ebene der Bahn senkrecht.

	Juni 15,5.	Juni 19,5.	Juni 23,5.
$Log\,(x-x')$	9,1740845n	9,0441370n	8,8622754n
— $(y-y')$	9,0918915	8,9575068	8,7676848
— ρ	9,2897460	9,1594463	8,9782536

Aus den ρ vom 19ten, 23sten, 27sten Juni finde ich

$$tang\,\theta = (N\, log.\ 9{,}7921462)\,(t - 30^d937588 \text{ Juni})$$

$Log\, A$	5,8650056	6,1261351	6,4856226
— B	4,9348814	4,9592595	4,7458878
— C	4,8888220	5,2515731	5,7629318

und die täglichen Variationen der Elemente:

	Juni 15,5.	Juni 19,5.	Juni 23,5.	Juni 27,5.
$\frac{dT}{\cos\theta^3\, dt}$	— 422400	— 291935	— 174918	— 73567
$\frac{dh}{\cos\theta^3\, dt}$	— 1591,90	— 665,64	— 111,56	+ 49,90
$\frac{de}{\cos\theta^3\, dt}$	+11182,4	+8706,3	+5919,5	+2899,9
$\frac{dP}{\cos\theta^3\, dt}$	+ 74″543	+ 44″371	+ 22″609	+ 10″390
$\frac{d\eta}{\cos\theta^3\, dt}$	—717,981	—619,707	—515,614	—416,801
$\frac{di}{\cos\theta^3\, dt}$	+ 18,585	+ 17,870	+ 16,739	+ 15,457

Aus der Summirung derselben folgen für diese Zeitmomente, und die Zeiten der in diese Periode fallenden Beobachtungen:

	T	h	e	P	η	i
Juni 15,5	+ 610	+ 361,7	— 33,5	— 16′429	+ 552″769	— 23″140
19,5	— 1844	+ 354,4	+ 35,9	— 16,030	+ 548,077	— 23,011
23,5	— 6441	+ 348,0	+ 183,0	— 15,400	+ 536,452	— 22,652
27,5	—18768	+ 351,2	+ 638,7	— 13,825	+ 484,264	— 20,805
15,518	+ 601	+ 361,7	— 33,2	— 16,428	+ 552″754	— 23″138
17,518	— 470	358,0	— 4,0	16,247	550,830	23,087
20,466	— 2673	352,7	+ 61,0	15,909	546,255	22,958
21,449	— 3666	351,0	+ 91,9	15,768	543,920	22,888
22,470	— 4902	349,4	+ 131,8	15,600	540,764	22,790
24,528	— 8385	347,3	+ 249,9	15,155	530,362	22,451
25,565	—10955	347,3	+ 341,8	14,837	521,155	22,136

Mit den Elementen von Juli 5,5, wie sie vorher gefunden wurden, fand ich ferner:

Digitized by Google

	T	h	e	P	η	i
Juli 5,5	+ 8110	— 241,3	— 309,5	+12″114	— 296″696	+12″890
10,5	+19171	— 346,5	— 843,6	+ 13,789	— 315,324	+ 13,968
15,5	+22168	— 386,7	— 1019,6	+ 14,341	— 317,005	+ 14,107
20,5	+23415	— 409,5	— 1109,4	+ 14,620	— 317,243	+ 14,141

Ich bemerke noch, dafs für jede Gruppe die Constante, die jedem Elemente hinzuzufügen ist, besonders bestimmt werden mufs.

Aus den Elementen von Juli 5,5 wurden mit den gefundenen Störungen die Elemente für Juli 10,5, 15,5, 20,5 bestimmt und damit die Rechnung wiederholt:

	Juli 5,5.	Juli 10,5.	Juli 15,5.	Juli 20,5.
Log x	9,9339804*n*	7,9283854*n*	9,9183280*n*	9,9027150*n*
— *y*	9,6448731	9,5131838	9,3167920	8,9364814
— *x′*	9,9531846*n*	9,9704476*n*	9,9840951*n*	9,9943510*n*
— *y′*	9,6784668	9,6026886	9,5071302	9,3803085
— *z′*	8,1179503*n*	8,0422546*n*	7 9467068*n*	7,8198877*n*
— $(x-x')$	8,5892294	8,9356941	9,1318509	9,2736202
— $(y-y')$	8,5502518*n*	8,8727666*n*	9,0571702*n*	9,1865614*n*
Compl. log ρ	1,2657722	0,9409637	0,7512387	0,6148993
Log A	5,1883447*n*	4,5387755*n*	4,1408602*n*	3,8380367*n*
— *B*	4,6234103	4,0959617	5,8299135	3,6526500
— *C*	4,6006986	3,5505771	2,8858543	2,3500170

Aus ρ^2 für die drei Zeiten Juli 5,5, 10,5, 15,5 finde ich:

$$tang\,\theta = (N.\,log\ 9{,}7019741)\ \ (t - \text{Juli } 1{,}741146)$$

und die täglichen Variationen der Elemente

$\frac{dT}{\cos\theta^3\,dt}$	+47114,7	+89705,5	+123975,9	+142972,6
$\frac{dh}{\cos\theta^3\,dt}$	— 397,91	— 1047,63	— 1979,44	— 3095,22
$\frac{de}{\cos\theta^3\,dt}$	— 2117,26	— 4862,73	— 8124,55	— 11689,12
$\frac{dP}{\cos\theta^3\,dt}$	+ 6″546	+ 14″813	+ 25″981	+ 35″212
$\frac{d\eta}{\cos\theta^3\,dt}$	— 117,977	— 73,170	— 37,358	— 11,322
$\frac{di}{\cos\theta^3\,dt}$	+ 6,3127	+ 5,2351	+ 4,1052	+ 2,8813

aus deren Summirung hervorgeht:

	T	h	e	P	η	i
Juli 5,5	+ 8153	—242,4	— 310,8	+10″436	—296″837	+12″886
10,5	19214	347,6	844,9	12,026	315,461	13,965
15,5	22212	387,8	1020,9	12,578	317,142	14,104
20,5	23459	410,6	1110,7	12,860	317,379	14,138

Mit den hierdurch gefundenen Elementen von Juli 20,5

T 13,5588931
Log h..... 0,0403803
— *e*..... 9,8950163
$P-\eta$ .....224°28′ 5″13
η 131 48 49,74
i 1 34 34,07

berechnete ich die täglichen Variationen für den übrigen Theil der Zeit seiner Sichtbarkeit für folgende Momente:

Digitized by Google

	Juli 30,5.	Aug. 9,5.	Aug. 19,5.	Aug. 29,5.	Sept. 8,5.	Sept. 18,5.	Sept. 28,5.
$Log\, x$	9,8483604n	9,7458443n	9,5532897n	9,8601919n	9,9105655n	9,9343790n	9,9413930n
$— y$	9,1967301n	9,5888301n	9,7653680n	9,0977938n	9,0684399	9,5488856	9,7620148
$— x'$	0,0052040n	0,0036501n	9,9895641n	9,9619415n	9,9188996n	9,8568490n	9,7691213n
$— y'$	8,8616725	8,9848103n	9,4202439n	9,6255870n	9,7552168n	9,8448540n	9,9082610n
$— z'$	7,3012517n	7,4243895	7,8598231	8,0651662	8,1947960	8,2844332	8,3478402
$— (x-x')$	9,4868222	9,6546135	9,7915121	9,8980900	9,9762251	0,0306414	0,0666126
$— (y-y')$	9,3617725n	9,4645427n	9,5043642n	9,4807099n	9,3887278n	9,2045454n	8,8073953n
$C.\log \rho$	0,4163019	0,2697371	0 1571613	0,0722202	0,0096705	9,9645066	9,9326513
$Log\, A'$	3,3311414n	2,8039614n	1,8676350n	2,1153210	2,2908396	2,3244706	2,3264869
$— B'$	3,3986597	3,1911574	2,9985454	2,8215905	2,6697637	2,5480684	2,4550388
$— C'$	1,2355889	0,9190322n	1,0167392n	0,9672583n	0,9092389n	0,8633844n	0,8312255n
$\frac{dT}{dt}$	+37,7	— 3,4	—18,6	—23,2	—23,8	—23,3	—22,6
$\frac{dh}{dt}$	— 1,810	— 1,054	— 0,681	— 0,488	— 0,384	— 0,328	— 0,299
$\frac{de}{dt}$	— 6,271	— 3,498	— 2,132	— 1,584	— 0,959	— 0,708	— 0,554
$\frac{dP}{dt}$	+0″0086	—0″0064	—0″0130	—0″0149	—0″0149	—0″0144	—0″0139
$\frac{d\eta}{dt}$	+ 0,0018	— 0,0022	— 0,0041	— 0,0046	— 0,0045	— 0,0043	— 0,0040
$\frac{di}{dt}$	+ 0,0002	— 0,0001	— 0,0001	0	0	0	+ 0,0001

Es wurde schon früher gefunden für Juli 20,5

$$\frac{dT}{dt}\ldots+166{,}9,\quad \frac{dh}{dt}\ldots-3{,}613,\quad \frac{de}{dt}\ldots-13{,}645,\quad \frac{dP}{dt}\ldots+0''0411,\quad \frac{d\eta}{dt}\ldots-0''0132,\quad \frac{di}{dt}\ldots+0''0034.$$

Durch Summirung der Variationen der Elemente von Juli 20,5 bis Aug. 9,5 fand ich nach derselben Methode.

	T	h	e	P	η	i
Juli 20,5	+4323	+ 6,6	—551,8	—14″739	—27′342	+2″088
30,5	5216	—19,1	644,8	14,509	358	101
Aug. 1,5	5279	22,5	656,6	14,496	355	101
3,5	5320	25,5	666,9	14,491	353	101
5,5	5344	28,2	676,1	14,492	353	101
7,5	5354	30,7	684,3	14,498	355	101
9,5	5352	32,9	691,7	14,509	358	101

Die übrigen wurden nach den gewöhnlichen Methoden summirt

	T	h	e	P	η	i
Aug. 9,5	0	+16,6	+51,1	0	0	0
19,5	—119	+ 8,0	+23,5	—0″101	—0″033	—0″001
29,5	337	+ 2,3	+ 6,3	244	077	002
Sept. 8,5	572	— 2,0	— 5,2	393	123	002
18,5	807	— 5,5	—13,4	540	167	002
28,5	1037	— 8,7	—19,7	681	208	001

Die Störungen der übrigen Planeten mit Einschluſs der indirecten Einwirkung der Erde finde ich folgende;

	Juni 14,5.	Juni 29,5.	Juli 14,5.	Juli 29,5.	Aug. 13,5	Aug. 28,5.	Sept. 12,5.	Sept. 27,5.
T	13 5541162	5503684	5587684	5588931	———	———	———	———
$Log\, h$	0,0404253	0,0404252	0,0403812	0,0403803	———	———	———	———
$— e$	9,8950974	9,8951741	9,8950212	9,8950163	———	———	———	———
$P-\eta$	223°54′44″50	223°58′39″79	224°28′58″53	224°28′ 5″13	———	———	———	———
η	132 21 17,50	132 17 28,37	131 48 49,2	131 48 50,9	131°48′53″0	131°48′55″0	131°48′57″1	131°48′59″2
i	1 33 9,7	1 33 18,2	1 34 34,0	1 34 34,1	———	———	———	———

Digitized by Google

		Juni 14,5.	Juni 29,5.	Juli 14,5.	Juli 29,5.	Aug. 13,5	Aug. 28,5.	Sept. 12,5.	Sept. 27,5.
Log	*x*	9,9200080*n*	9,9335940*n*	9,9207436*n*	9,1243741*n*	9,6835771*n*	9,1739808*n*	9,3284147	9,7453446
—	*y*	9,9508535	9,7649406	9,3640708	9,1242098*n*	9,6732262*n*	9,8529447*n*	9,9224387*n*	9,9411051*n*
—	*z*	8,3839224	8,1986752	7,8036466	7,5637890*n*	8,1128054*n*	8,2925239*n*	8,3620179*n*	8,3806843*n*
☉	*l*	42° 0′ 55″	42°10′ 59″	42°21 3″	42°31′ 7″	42°41′ 11″	42°51′ 15″	43° 1′ 18″	43°11′ 22″
	b	−0 23 51	−0 23 44	−0 23 37	−0 23 30	−0 23 23	−0 23 16	−0 23 8	−0 23 1
	r	19,67124	19,66900	19,66676	19,66453	19,66228	19,66002	19,65777	19,65552
♄	*l*	124 13 55	124 47 0	125 20 3	125 53 5	126 26 5	126 59 3	127 32 1	128 4 56
	b	+0 32 22	+0 33 46	+0 35 10	+0 36 34	+0 37 58	+0 39 21	+0 40 44	+0 42 6
	r	9,09443	9,09707	9,09974	9,10244	9,10517	9,10795	9,11076	9,11359
♅	*l*	259 47 37	261 0 13	262 12 58	263 25 51	264 38 53	265 52 2	267 5 21	268 18 49
	b	+0 24 49	+0 23 14	+0 21 38	+0 20 1	+0 18 23	+0 16 45	+0 15 6	+0 13 26
	r	5,28023	5,27502	5,26977	5,26449	5,25919	5,25386	5,24848	5,24308
♂	*l*	338 11 41	347 40 58	357 5 48	6 23 53	15 33 8	24 31 59	33 19 12	41 54 4
	b	−1 44 8	−1 36 20	−1 25 59	−1 13 29	−0 59 18	−0 43 54	−0 27 47	−0 11 25
	r	1,38286	1,38661	1,39344	1,40317	1,41547	1,43002	1,44640	1,46420
♀	*l*	135 24 44	159 47 37	184 6 29	208 17 13	232 17 48	256 9 2	279 53 55	303 36 26
	b	+2 57 35	+3 22 42	+3 11 50	+2 27 18	+1 17 26	−0 5 21	−1 26 52	−2 33 31
	r	0,718408	0,719090	0,720521	0,722444	0,724524	0,726400	0,727752	0,728354
☿	*l*	234 22 40	276 2 18	324 50 29	36 56 31	128 16 36	194 20 33	240 3 40	281 56 3
	b	−1 4 24	−5 24 27	−6 54 37	−1 3 34	+6 56 37	+3 38 46	−1 45 21	−5 50 5
	r	0,459918	0,457789	0,397496	0,318450	0,331148	0,413605	0,463283	0,452752

Summe der Kräfte A.

☉	− 0,05	− 0,06	− 0,06	− 0,05	− 0,04	− 0,01	+ 0,01	+ 0,04
♄	+ 6,68	+ 6,28	+ 5,66	+ 4,66	+ 3,03	+ 0,75	− 1,94	− 4,78
♅	+ 126,53	+ 77,83	+ 33,18	− 6,86	− 37,69	− 58,05	− 70,88	− 79,91
♂	− 1,42	− 1,28	− 1,11	− 0,80	+ 0,19	+ 2,47	+ 4,00	+ 4,09
☋	− 18,06	− 22,54	− 25,74	− 27,25	− 27,13	− 25,32	− 21,87	− 16,90
♀	+ 40,71	+ 31,62	+ 15,27	− 1,06	− 13,13	− 23,66	− 33,12	− 38,35
☿	− 10,58	− 31,03	− 43,25	− 13,48	+ 39,61	+ 12,13	− 6,44	− 19,24
Summe	+ 143,81	+ 60,82	− 16,05	− 44,84	− 35,16	− 91,69	− 130,24	− 155,05

Summe der Kräfte B.

☉	− 0,12	− 0,08	− 0,04	+ 0,02	+ 0,07	+ 0,11	+ 0,14	+ 0,14
♄	+ 1,21	+ 0,49	− 0,25	− 1,11	− 1,97	− 2,69	− 3,20	− 3,51
♅	− 192,10	− 154,74	− 111,73	− 65,70	− 20,89	+ 16,14	+ 43,23	+ 62,64
♂	+ 0,68	+ 0,75	+ 1,13	+ 2,16	+ 4,12	+ 5,38	+ 4,10	+ 2,53
☋	+ 20,45	+ 15,31	+ 9,06	+ 2,42	− 4,45	− 11,16	− 17,30	− 22,47
♀	+ 6,35	+ 23,73	+ 33,85	+ 34,47	+ 30,65	+ 25,07	+ 15,25	+ 0,83
☿	+ 26,26	+ 21,59	+ 2,31	− 45,99	− 5,53	+ 21,88	+ 19,13	+ 10,16
Summe	− 137,27	− 92,95	− 65,67	− 73,73	+ 2,00	+ 54,73	+ 61,35	+ 50,32

Summe der Kräfte C.

☉	0	0	0	0	0,00	0	0	0
♄	+ 0,15	+ 0,13	+ 0,10	+ 0,07	+ 0,01	− 0,06	− 0,12	− 0,20
♅	+ 0,49	+ 0,17	− 0,49	− 0,72	− 0,74	− 0,64	− 0,50	− 0,37
♂	+ 0,01	+ 0,02	+ 0,04	+ 0,06	+ 0,05	− 0,03	− 0,13	− 0,15
☋	0	0	0	0	0	0	0	0
♀	+ 2,40	+ 2,62	+ 2,29	+ 1,55	+ 0,68	− 0,26	− 1,22	− 2,02
☿	− 0,19	− 0,76	− 2,19	− 0,87	+ 5,11	+ 1,67	− 0,72	− 2,41
Summe	+ 2,86	+ 1,94	+ 0,25	− 0,09	+ 5,11	+ 0,68	− 2,69	− 5,15

Die Ebene der x, y ist die Ecliptik, die Axe der x und A, die Linie des Durchschnitts des aufsteigenden Knotens, die Axe der y, B darauf senkrecht, und der z, C auf die Ebene der Ecliptik senkrecht. Ferner ist l die wahre Länge des Planeten, b Breite und r Radius Vector.

Aus den Kräften A, B, C, wurden A', B', C', die resp. parallel sind: mit dem Radius Vector; mit dem zu einer um einen rechten Winkel vergrößerten Anomalie gehörenden Radius Vector, und einer auf die Bahn senkrechten Linie abgeleitet, und mit ihnen die täglichen Variationen der Elemente berechnet.

Digitized by Google

	Juni 14,5.	Juni 29,5.	Juli 14,5.	Juli 29,5.	Aug. 13,5.	Aug. 28,5.	Sept. 12,5.	Sept. 27,5.
Log r	0,0865783	0,0158105	9,9368690	9,8629043	9,8290585	9,8624233	9,9362385	0,0152078
— v	−90° 57′ 21″	−78° 7′ 55″	−59° 59′ 6″	−33° 56′ 51″	− 0° 8′ 24″	+33° 42′ 28″	+59° 48′ 52″	+78° 1′ 31″
— A	2,29747n	2,01058n	0,32193n	1,75999	1,37395	1,54131n	1,96137n	2,09899n
— B	1,07173n	1,63044	1,82964	1,80803	1,41663n	2,00414n	2,04573n	2,01633n
— C	0,81813	0,64951	0,19211	0,32591	0,70355	9,91677n	0,64112n	0,81505n
$\frac{dT}{dt}$	+ 144,4	+ 86,6	+ 66,4	+ 64,1	+ 13,7	+ 51,1	+109,0	+159,7
$\frac{dh}{dt}$	+ 0,2477	− 0,7618	− 1,0048	− 0,8063	+ 0,3029	+ 1,2651	+ 1,6502	+ 1,8498
$\frac{de}{dt}$	− 3,5750	− 2,7470	− 1,8492	− 1,5864	+ 0,9865	+ 3,8142	+ 4,4846	+ 4,3995
$\frac{dP}{dt}$	− 0″01013	+ 0″02811	+ 0″04931	+ 0″05225	+ 0″01168	+ 0″03024	+ 0″05896	+ 0″08075
$\frac{d\eta}{dt}$	− 0,07011	− 0,03095	− 0,00423	+ 0,00332	+ 0,02800	− 0,00692	− 0,04304	− 0,06707
$\frac{di}{dt}$	+ 0,00177	+ 0,00124	+ 0,00042	+ 0,00049	+ 0,00079	− 0,00004	+ 0,00030	+ 0,00117

Die Gröfsen A, B, C, A', B', C', sind Einheiten der siebenten Decimalstelle; die Kraft der Sonne in der Entfernung 1 als Einheit angenommen. Eben so sind T, h, e Einheiten der siebenten Decimalstelle von resp. Tagen und Erdbahnhalbmesser, und der Einheit als Zahl.

Durch die Summirung der täglichen Variationen der Elemente erhalte ich:

	T	h	e	P	η	i
Juni 14,5	− 4554	+ 40,2	+ 124,2	−2″133	+1″160	−0″044
18,5	3893	39,6	107,8	2,068	0,823	38
22,5	3244	37,3	90,9	1,915	0,489	32
26,5	2726	34,5	76,2	1,771	0,243	26
30,5	2348	31,4	64,5	1,653	0,096	21
Aug. 2,5	− 152	+ 1,6	+ 3,0	− 0,126	− 0,052	− 0,002
6,5	+ 18	− 0,2	− 0,3	+ 0,015	+ 0,010	0
10,5	127	− 0,6	− 0,5	0,108	0,102	+ 0,004
14,5	190	+ 0,3	+ 2,5	0,162	0,211	07
18,5	236	2,4	+ 9,1	0,198	0,319	09
22,5	302	5,8	+ 19,1	0,240	0,400	12
26,5	424	10,1	+ 32,0	0,312	0,435	12
30,5	629	15,2	+ 47,2	0,433	0,407	12
Sept. 3,5	927	20,7	64,0	0,609	0,314	12
7,5	1307	26,7	81,7	0,830	+ 0,168	11
11,5	1735	33,0	99,7	1,071	− 0,004	10
15,5	2166	39,7	117,6	1,300	0,171	12
19,5	2564	46,9	135,3	1,490	0,305	16
23,5	2947	54,4	153,0	1,654	0,418	23
27,5	3441	62,1	170,7	1,883	0,595	29
Oct. 1,5	4379	68,9	187,9	2,410	1,058	30

Ehe ich zur definitiven Bestimmung der Bahn schritt, bestimmte ich aus folgenden 10 Beobachtungen eine genauere Bahn; die angenommenen Elemente sind folgende:

	T	h	e	P	η	i
Juni 15	13,5539195	1.0975535,5	0.7854117,3	356° 15′ 59″12	132° 21′ 16″43	1° 33′ 9″68
20	36729	5525,0	4190,6	16 0,64	21 10,22	33 9,86
24	31628	5516,8	4363,6	16 2,25	20 54,61	33 10.37
29	04210	5523,3	5480,9	16 8,02	17 35,26	33 17,98

Digitized by Google

	T	h	e	P	η	i
Aug. 2	13.5592188	1.0974325,6	0.7852476,3	356° 16′ 58″49	131° 48′ 50″41	1° 34′ 34″07
14	92533	4310,7	2430,6	17 0,27	48 51,83	34,07
26	92549	4312,6	2435,8	17 1,60	48 52,96	34,06
Sept. 8	93242	4325,3	2474,2	17 3,23	48 53,42	34,04
19	94134	4339,8	2514,2	17 4,62	48 53,56	34,04
Oct. 2	95910	4359,6	2563,3	17 6,61	48 53,32	34,04

Mit diesen Elementen wurden die Beobachtungen von *Messier* an den resp. Tagen verglichen, und gefunden

Ort d. Elem. — Beobacht. Ort.

	AR.	Decl.
Juni 15	+ 15″6	+ 30″1
	+ 32,2	——
	+ 52,8	——
— 20	+ 72,5	— 28,4
	+ 15,0	+ 12,0
	+ 12,5	+ 73,5
— 24	+ 69,5	— 6,3
	+ 73,8	— 41,7
	+ 96,2	— 14,0
	+146,8	— 1,1
— 29	+364,2	+290,9
	+362,1	+319,4
	+374,7	——
	+377,0	+281,5
Aug. 2	— 22,3	— 36,4
	— 11,6	— 25,5
— 14	— 38,8	— 11,5
	— 25,1	+ 5,0
	— 0,1	— 0,8
	— 1,1	+ 4,6
Aug. 26	— 29″6	— 4″0
	+ 11,0	+ 0,6
Sept. 8	— 46,1	— 7,0
	— 47,0	— 6,5
— 19	— 58,9	— 67,7
	— 58,2	— 68,3
Oct. 2	+ 44,3	+ 52,3
	+ 48,4	+ 58,1

Diese $d\alpha$ und $d\delta$ wurden in $n = \cos b . dl$ für die Länge und $= d . b$ für die Breite verwandelt; — siehe Theor. mot. corp. coel. — nachdem für jeden Tag das Mittel genommen war; und so folgende Bedingungsgleichungen gebildet, worin der Coefficient von $a \ldots dT$ in Hunderttheile des Tages; von $b \ldots dq$ in Tausendtheile des Erdbahnhalbmessers; (q kleinste Entfernung des Cometen von der Sonne); von $c \ldots de$ in Tausendtheile der Einheit; von $d \ldots dP$; von $e \ldots d\eta$; von $f \ldots di$; diese letzten drei in hundert Secunden des Kreisbogens als Einheit ausgedrückt, sind:

	Log n	Log a	Log b	Log c	Log d	Log e	Log f
Juni 29	2,57724	3,16698n	4,15806	1,37858n	3,60072	——	1,70969
	2,43431	2,71560n	3,31428n	3,26924n	2,14176n	1,85660	3,25500
— 24	1,97516	2,63565n	3,67787	2,08754	3,12267	0,06467	1,24901
	1,26718n	1,73214n	2,39826n	2,37918n	1,48558n	1,43735	2,91154
— 20	1,51460	2,42688n	3,48538	2,01620	2,93705	——	1,09018
	1,26082	1,28681n	2,14148n	2,05607n	1,40206n	1,23463	2,76251
— 15	1,51574	2,25533n	3,32990	1,95153	2,78998	——	0,97271
	1,46868	0,88956n	1,95743n	1,81713n	1,31210n	1,06335	2,64970
Aug. 2	1,15493n	1,72435	2,73115n	0,80374	1,97179n	——	0,08033
	1,50079n	0,12507	1,08006n	9,28376	0,35417n	0,62815	1,73167n
— 14	1,17688n	1,35198	2,50459n	9,86707n	1,38460n	——	0,27797
	0,30337n	9,29947n	0,92321n	7,62465	9,45639	0,31059	1,90152n
— 26	0,92296n	0,85859	2,39569n	1,01844n	1,04222	——	0,33700
	0,46136n	9,84925n	0,92778n	8,59887	0,15228	9,81857	1,93253n
Sept. 8	1,62066n	9,78725	2,36794n	1,40634n	1,51307	——	0,34560
	1,18090n	9,91787n	0,97852n	9,13839n	0,32481	9,53182n	1,91972n
— 19	1,58184n	0,10857n	2,37028n	1,62840n	1,65376	——	0,33160
	1,89843n	9,91051n	1,01474n	9,67989n	0,40507	9,97983n	1,89594n
Oct. 2	1,44474	0,29710n	2,38348n	1,82641n	1,75751	——	0,30260
	1,81409	9,88340n	1,04695n	0,01611n	0,47399	0,18630n	1,86304n

(nn)	+ 245452,6	(nd)	+1642218	(ab)	—23345821	(af)	— 1080846,9
(na)	— 752370,7	(ne)	+ 19635,90	(ac)	+ 920160,2	(bb)	+248638195
(nb)	+5522270	(nf)	+ 524010,1	(ad)	— 6704008	(bc)	+ 4693139
(nc)	— 495235,6	(aa)	+2724756	(ae)	— 39736,0	(bd)	+ 67985099

(be)	$-153002{,}0$	(dd)	$+18826455$
(bf)	-3153067	(de)	$-9946{,}72$
(cc)	$+3571250$	(df)	$-54170{,}6$
(cd)	$+473748$	(ee)	$+6371{,}81$
(ce)	$-142732{,}2$	(ef)	$+166517{,}2$
(cf)	-3631381	(ff)	$+4473781$

Aus diesen ergiebt sich nach der Elimination:

Coefficient von a	$-1{,}94674$	also dT	$-0^d0194674$
—— b	$-0{,}22553$	dq	$-0.0002255{,}3$
—— c	$+1{,}08753$	de	$+0.0010875{,}3$
—— d	$+0{,}00967$	dP	$+0''967$
—— e	$+6{,}32396$	$d\eta$	$+632{,}396$
—— f	$-0{,}09892$	di	$-9{,}892$

Mit den corrigirten Elementen berechnete ich zur gröfsern Sicherheit die directen Störungen der Erde für die Zeit der gröfsten Nähe des Cometen, und fand für die Elemente des Cometen folgende Werthe:

	T	h	e	P	η	i
Juni 27,5	-48456	$+576{,}1$	$+1591{,}8$	$-21''786$	$+898''534$	$-39''556$
—— 29,5	-66487	$+583{,}3$	$2356{,}8$	$-18{,}328$	$+738{,}467$	$-33{,}393$
Juli 1,5	-69732	$+258{,}0$	$3037{,}3$	$+3{,}985$	$-306{,}567$	$+10{,}605$
—— 3,5	-14529	$-234{,}5$	$1043{,}7$	$+19{,}102$	$-905{,}137$	$+37{,}623$
—— 5,5	$+2352$	$-369{,}8$	$323{,}6$	$+21{,}620$	$-968{,}915$	$+40{,}802$
Juni 27,557	-48780	$+576{,}3$	$+1604{,}6$	$-21{,}743$	$+896{,}678$	$-39{,}487$
—— 28,449	55030	$580{,}8$	$1858{,}0$	$20{,}780$	$854{,}791$	$37{,}921$
—— 29,461	65964	$583{,}5$	$2332{,}8$	$18{,}469$	$745{,}321$	$33{,}666$
—— 28,580	56177	$581{,}5$	$1905{,}9$	$20{,}583$	$845{,}725$	$37{,}576$

Die übrigen Störungen können nur sehr unbedeutende Veränderungen durch die Verbesserung der Elemente erleiden; weshalb es unnöthig ist, deren Berechnung zu wiederholen.

Jetzt erst wagte ich, zur definitiven Bestimmung der Bahn zu schreiten. Ich verbesserte demnach die Elemente und interpolirte deren Störungen für alle Beobachtungstage, die ich folgende fand:

		T	h	e	P	η	i
		Aug.					
Juni	15	13,5344456	1.0977039,1	0.7864996,3	356°16′ 0″174	132°31′48″303	1°32′59″863
	17	43714	7035,2	5017,4	16 0,733	31 46,493	32 59,915
	20	42002	7028,5	5069,8	16 1,694	31 42,102	33 0,045
	21	41178	7026,2	5096,3	16 2,044	31 39,782	33 0,115
	22	40090	7023,9	5132,2	16 2,429	31 36,726	33 0,214
	24	36890	7020,4	5242,4	16 3,305	31 26,476	33 0,554
	25	34460	7019,7	5330,5	16 3,846	31 17,358	33 0,870
	27	26540	7022,3	5633,7	16 5,317	30 38,796	33 2,271
	28	20370	7026,1	5884,4	16 6,458	29 56,986	33 3,837
	—	19240	7026,7	5932,0	16 6,681	29 47,955	33 4,182
	29	09540	7028,1	6356,3	16 8,975	28 7,641	33 8,092
Aug.	2	13,5396414	1.0975845,3	0.7863372,9	356 16 58,682	131 59 17,013	1 34 23,810
	3	6482	843,3	366,7	16 58,881	17,154	23,809
	4	6541	841,4	360,7	16 59,049	17,264	23,809
	5	6596	839,2	355,3	16 59,218	17,382	23,809
	6	6635	837,9	350,9	16 59,384	17,509	23,808
	7	6676	836,4	346,4	16 59,548	17,634	23,808
	8	6699	835,2	342,6	16 59,692	17,754	23,808
	9	6723	835,1	339,6	16 59,839	17,875	23,808
	10	6732	833,1	335,7	16 59,975	17,994	23,808
	11	6742	832,2	332,8	17 0,108	18,110	23,808
	12	6744	831,8	330,4	0,237	18,233	23,808
	14	6759	830,3	326,8	0,483	18,462	23,805
	15	6756	830,0	325,6	0,605	18,579	23,805
	18	6749	829,4	323,7	0,939	18,890	23,803
	19	6746	829,4	323,6	1,046	18,987	23,803
	25	6758	831,7	330,1	1,697	19,515	23,799
	26	6775	832,4	333,2	1,812	19,583	23,797
	28	6821	833,8	336,4	2,036	19,709	23,795
	29	6857	834,6	338,9	2,160	19,764	23,794
	30	6890	835,4	341,4	2,275	19,814	23,793
	31	6937	836,3	344,5	2,398	19,855	23,792

Digitized by Google

		T	h	e	P	η	i
		Aug.					
Sept.	4	13,5397166	1.0975840,3	0,7863356,7	356°17′ 2,924	131°59′19″996	1°34′23″788
	5	7232	841,3	360,0	3,039	20,004	23,786
	8	7470	844,7	370,5	3,440	20,044	23,783
	9	7549	845,9	374,0	3,559	20,044	23,781
	10	7639	847,1	377,7	3,702	20,054	23,780
	14	7975	852,2	392,2	4,222	20,090	23,778
	17	8213	856,6	403,4	4,591	20,133	23,776
	18	8286	858,2	407,1	4,707	20,153	23,776
	19	8360	859,6	410,7	4,822	20,172	23,776
	20	8434	861,1	414,3	4,937	20,191	23,777
	29	9450	875,2	448,7	6,161	20,163	23,781
Octbr.	1	9924	877,8	456,1	6,600	19,993	23,779
	2	13,5400196	879,3	459,8	6,846	19,886	23,778

Die Längen des Perihels und des Knotens sind vom wahren Aequinoctium der resp. Beobachtungszeiten gezählt.

Die Vergleichung mit den Beobachtungen giebt folgende Unterschiede:

		In AR.	In Decl.	
Juni	15.	− 13″9	+ 22″7	
		+ 1,9		
		+ 22,3		
—	17.	+ 13,5	− 31,5	
		− 47,4	—	
		+ 9,9	+ 8,2	
		− 80,0	− 64,5	
		−109,6	—	
—	20.	+ 21,1	− 33,2	
		− 36,3	+ 7,1	
		− 38,2	+ 68,8	
—	21.	+ 39,5	+ 28,5	
		+ 27,0	+ 38,0	
—	22.	+ 30,6	− 72,8	
		+ 13,4	− 38,5	
		+ 0,5	− 22,7	
		− 13,6	− 52,2	
—	24.	− 18,7	− 14,9	
		− 16,3	− 60,6	
		+ 5,4	− 23,1	
		+ 55,0	− 10,5	
—	25.	− 15,0	− 35,0	
		+ 20,4	− 47,3	
—	27.	+ 11,0	− 28,0	
		+ 13,3	− 45,6	
—	28.	+ 27,3	+ 13,2	
		− 24,2	−128,2 } *Mask.*	
		− 18,1	−117,5 }	
—	29.	+ 14,3	+ 11,8	
		+ 9,1	+ 35,8	
		+ 8,0	—	
		+ 5,5	− 21,8	
Aug.	2.	+ 4,8	− 5,0	
		+ 15,6	+ 5,8	
—	3.	− 10,4	+ 9,0	
		− 10,2	− 39,4	
		− 0,3	− 3,7	

		In AR.	In Decl.
Aug.	4.	+ 37″8	− 38″4
		+ 3,3	− 2,5
		− 1,5	+ 11,4
		− 1,7	+ 20,0
		− 17,6	− 63,7
		− 31,4	− 50,2
—	5.	− 7,9	+ 8,8
		− 27,4	+ 18,0
		− 0,5	+ 20,7
		− 23,0	− 12,2
—	6.	− 14,7	− 12,4
		− 13,2	+ 5,7
		− 18,9	+ 4,4
—	7.	− 6,7	− 15,0
		− 9,6	− 2,2
—	8.	+ 26,5	+ 27,3
		+ 13,7	+ 27,3
		+ 12,7	+ 18,4
		− 3,6	+ 23,4
—	9.	− 86,4	+ 75,2
—	10.	− 27,7	− 21,5
		− 32,4	− 23,0
		− 20,4	− 19,5
		− 20,3	+ 2,1
		+ 16,2	+ 1,9
		− 2,9	− 5,1
		− 12,7	− 18,2
—	11.	− 2,5	− 16,8
		− 5,1	− 14,6
		− 30,6	+ 41,1
		− 35,9	+ 42,3
—	12.	0	+ 20,9
		− 19,7	+ 25,8
		+ 12,0	− 1,3
		+ 5,2	+ 37,2
—	14.	− 8,2	+ 9,4
		+ 5,3	+ 25,8
		+ 30,4	+ 20,1
		+ 29,4	+ 25,5
—	15.	+ 46,4	+ 32,1
		+ 35,8	+ 32,6
		+ 17,7	+ 32,6

Digitized by Google

	In AR.	In Decl.	
Aug. 18.	+ 12″9	+ 2″8	
	+ 0,6	+ 13,5	
	— 21,0	+ 33,9	
— 19.	+ 11,9	+ 16,0	
	+ 10,9	+ 28,8	
— 25.	+ 66,5	+ 57,9	*Mask.*
	+ 38,6	+ 38,8	
— 26.	+ 4,7	+ 7,8	
	+ 45,2	+ 12,3	
	+ 34,8	+ 5,4	
	+ 17,5	— 6,6	*Mask.*
	— 10,6	— 40,1	
— 28.	+ 33,1	+ 12,5	
	+ 13,4	+ 10,6	
	— 9,1	+ 16,2	
	— 15,8	+ 29,0	*Mask.*
	+ 21,5	+ 3,1	
	+ 5,5	— 16,3	
— 29.	+ 15,0	— 25,5	
	+ 7,0	+ 8,9	
	— 6,0	+ 5,1	
	— 11,7	+ 1,1	
	— 3,7	+ 7,0	
	+ 1,3	— 19,3	*Mask.*
	+ 2,0	— 59,0	
— 30.	+ 16,0	+ 20,1	
	— 6,1	+ 17,6	
	+ 6,6	+ 14,6	
— 31.	— 7,7	— 1,7	
	+ 2,8	— 9,7	
Sept. 4.	+ 31,1	— 18,0	
	+ 19,0	— 17,3	
	+ 17,3	— 13,3	
	+ 29,9	— 14,1	
	+ 3,4	+ 15,8	
— 5.	— 13,4	+ 26,9	
	+ 10,4	+ 23,7	
	— 7,4	+ 29,1	
— 8.	— 19,9	— 1,8	
	— 20,6	— 1,2	

	In AR.	In Decl.
Sept. 9.	+ 20,6	+ 15,3
	+ 11,4	+ 16,6
	+ 35,4	+ 16,3
— 10.	+170,4	+ 54,0
— 14.	— 1,8	— 28,0
	+ 0,1	— 15,5
	— 21,7	— 34,1
	— 17,6	— 45,6
— 17.	— 0,9	— 11,8
	+ 2,2	— 13,7
	0	— 13,4
— 18.	— 26,9	+ 25,7
	— 18,8	+ 25,4
	— 13,5	+ 25,9
— 19.	— 48,5	— 64,3
	— 47,8	— 65,0
— 20.	— 45,1	— 66,6
— 29.	+ 28,3	— 1,6
	+ 59,7	+ 30,8
Oct. 1.	+ 36,9	+ 15,2
	+ 13,5	+ 36,7
— 2.	+ 29,8	+ 57,1
	+ 33,7	+ 62,9

Aus den Vergleichungen jedes einzelnen Tages wurde hierauf das Mittel, und, wo die Beobachtungen in Grader Aufsteigung und Abweichung in gleicher Anzahl waren, in Unterschiede der Länge und Breite verwandelt, und damit die Bedingungsgleichungen formirt. Wenn die Anzahl der Beobachtungen in Grader Aufsteigung und Abweichung ungleich war, wurden die Coefficienten der Bedingungsgleichungen für Grade Aufsteigung und Abweichung berechnet. Jede Gleichung wurde überdies mit der Quadratwurzel aus der Anzahl der im Mittel genommenen Vergleichungen multiplicirt. Die Unterschiede in der Länge sind mit dem Cosinus der Breite; die in Grader Aufsteigung mit dem Cosinus der Abweichung multiplicirt.

	Log. a	Log a	Log. b	Log. c	Log. d	Log. e	Log. f
Juni 15	0,75186	2,49264*n*	3,56800	2,19477	3,02816	9,61688*n*	9,09307
	1,35603	1,06082*n*	1,66069*n*	1,80332*n*	0,88170*n*	1,06054	2,65044
17	1,96326*n*	2,66502*n*	3,73436	2,33051	3,19117	9,80923*n*	9,89811*n*
	1,70543*n*	1,42600*n*	1,95223*n*	2,12580*n*	1,08326*n*	1,36109	2,92842
20	1,46665*n*	2,66449*n*	3,72306	2,26986	3,17484	0,14856	1,32747
	1,40300	1,52586*n*	2,37729*n*	2,25639*n*	1,63798*n*	1,47047	3,00180
21	1,67051	2,61965*n*	3,67465	2,18148	3,12472	9,33052	1,27094
	1,66178	1,53280*n*	2,33899*n*	2,26967*n*	1,56954*n*	1,42503	2,94374
22	1,10198	2,81840*n*	3,86957	2,35046	3,31789	9,72103	1,45748
	1,97105*n*	1,78739*n*	2,54684*n*	2,49355*n*	1,74033*n*	1,62270	3,12832
24	1,04079	2,93578*n*	3,97812	2,38814	3,42302	9,78503	1,54877
	1,69837*n*	2,03326*n*	2,69592*n*	2,67881*n*	1,78220*n*	1,73556	3,21329
25	0,35514	2,83018*n*	3,86719	2,22854	3,31047	———	1,45736
	1,76718*n*	2,03080*n*	2,64578*n*	2,64719*n*	1,65335*n*	1,65340	3,11643
27	1,18374	3,04136*n*	4,06433	2,26355	3,50523	0,44652*n*	1,61231
	1,69143*n*	2,38703*n*	2,92865*n*	2,95372*n*	1,72350*n*	1,81593	3,24913

Digitized by Google

	Log. a	Log a	Log. b	Log. c	Log. d	Log. e	Log. f
Juni 28	1,44479	3,00081*n*	4,01360	2,02149	3,45429	0,45020	1,55961
	1,07566	2,44070*n*	2,97495*n*	2,99227*n*	1,69378*n*	1,75340	3,17264
—	1,58268*n*	3,17145*n*	4,18217	2,14384	3,62293	0,19052	1,72790
	2,23556*n*	2,62659*n*	3,16302*n*	3,17644*n*	1,87926*n*	1,91843	3,33537
29	1,25136	3,45381*n*	4,46050	2,33954	3,89987	1,02700*n*	2,15775*n*
	1,17306	3,02903*n*	3,25731*n*	3,50398*n*	2,38042	2,09075	3,49387
Aug. 2	1,12348	1,87407	2,88088*n*	0,95317	2,12107*n*	8,94652*n*	0,22571
	0,06819	0,28021	1,22811*n*	9,44739	0,50648*n*	0,77738	1,87873*n*
3	1,01068*n*	1,93405	2,94637*n*	1,01082	2,17083*n*	8,96456*n*	0,34258
	1,30445*n*	0,29910	1,29539*n*	9,39885	0,53038*n*	0,84129	1,99357*n*
4	0,17462*n*	2,05583	3,07470*n*	1,12453	2,28168*n*	9,12108*n*	0,51862
	1,70417*n*	0,37415	1,42625*n*	9,39705	0,61112*n*	0,96718	2,16748*n*
5	1,44898*n*	1,93867	2,96512*n*	0,99253	2,15283*n*	8,99203*n*	0,45311
	1,20683	0,20386	1,31998*n*	9,13815	0,44723*n*	0,85435	2,09979*n*
6	1,39625*n*	1,84719	2,88217*n*	0,87938	2,04903*n*	8,96756*n*	0,41030
	0,42223*n*	0,05143	1,24105*n*	8,88253	0,30230*n*	0,76729	2,05477*n*
7	0,99927*n*	1,72909	2,77393*n*	0,72973	1,91729*n*	8,83652*n*	0,34022
	1,10691*n*	9,85779	1,13764*n*	8,55520	0,11843*n*	0,65372	1,98238*n*
8	1,29361	1,84872	2,90481*n*	0,80537	2,02182*n*	8,97503*n*	0,50701
	1,69514	9,88128	1,27418*n*	8,39109	0,15528*n*	0,77812	2,14679*n*
9	1,92946*n*	1,51703	2,58556*n*	0,41189	1,67384*n*	8,66000*n*	0,22027
	1,84277	9,42368	0,96099*n*	7,59661	9,71755*n*	0,45120	1,85769*n*
10	1,51531*n*	1,90710	2,98962*n*	0,70886	2,04497*n*	9,07955*n*	0,65626
	1,53022*n*	9,61488	1,37247*n*	7,37789*n*	9,94844*n*	0,84635	2,29118*n*
11	1,55847*n*	1,75381	2,85133*n*	0,41218	1,87102*n*	8,91493*n*	0,54642
	1,36836	9,07654	1,24173*n*	7,72327*n*	9,53058*n*	0,69795	2,17894*n*
12	0,64098*n*	1,71993	2,83469*n*	0,08526	1,81237*n*	8,87403*n*	0,55749
	1,61474	8,81190*n*	1,23354*n*	7,61632*n*	8,20427*n*	0,66915	2,18746*n*
14	1,35758	1,65158	2,80489*n*	0,18333*n*	1,68240*n*	8,88403*n*	0,57623
	1,62877	9,57719*n*	1,22165*n*	7,90183	9,74085	0,61081	220120*n*
15	1,68383	1,55285	2,72851*n*	0,41116*n*	1,54208*n*	8,77356*n*	0,52207
	1,78367	9,65276*n*	1,15498*n*	8,17994	9,84853	0,51679	2,14448*n*
18	0,84530*n*	1,44319	2,69359*n*	0,80209*n*	1,23418*n*	8,73376*n*	0,54200
	1,45260	9,86975*n*	1,14913*n*	8,62055	0,10832	0,41951	2,15711*n*
19	1,06108	1,31636	2,59548*n*	0,79617*n*	0,98375*n*	8,64142*n*	0,45948
	1,52000	9,82644*n*	1,06086*n*	8,61000	0,07470	0,29601	2,07218*n*
25	1,77522	1,05689	2,55102*n*	1,12790*n*	1,09806	8,48502*n*	0,48295
	1,88747	9,98006*n*	1,07252*n*	8,74990	0,27681	0,02995	2,08195*n*
26	1,59320	1,20598	2,74481*n*	1,36898*n*	1,39567	8,66059*n*	0,68453
	0,59947*n*	0,19361*n*	1,27495*n*	8,92208	0,49834	0,16907	2,28136*n*
28	1,17708	1,14385	2,77610*n*	1,48238*n*	1,57018	8,64818*n*	0,72817
	1,39856	0,25549*n*	1,32176*n*	8,83271	0,57563	0,07216	2,32101*n*
29	0,49468	1,12123	2,80607*n*	1,55099*n*	1,65629	8,63055*n*	0,76327
	1,02093*n*	0,29834*n*	1,35926*n*	8,73211	0,62638	0,01808	2,35417*n*
30	0,61217	0,88198	2,61920*n*	1,39853*n*	1,51475	8,43356*n*	0,58057
	1,49367	0,12165*n*	1,17905*n*	8,31253	0,45725	9,73634	2,16969*n*
31	0,27810*n*	0,73351	2,52854*n*	1,34188*n*	1,46519	8,25852*n*	0,49361
	0,93192*n*	0,04007*n*	1,09499*n*	7,41120	0,38356	9,52102	2,08095*n*
Sept. 4	1,65650	0,63556	2,72035*n*	1,65635*n*	1,78237	8,37549*n*	0,69471
	1,11873*n*	0,25673*n*	1,31040*n*	9,10349*n*	0,63247	9,18058*n*	2,27546*n*
5	1,14652*n*	0,43444	2,60835*n*	1,57056*n*	1,69332	8,13556*n*	0,58382
	1,64601	0,14636*n*	1,20333*n*	9,10919*n*	0,53183	9,36851*n*	2,16315*n*
8	1,41740*n*	9,93304	2,51823*n*	1,55710*n*	1,66430	7,72052*n*	0,49484
	0,86644*n*	0,06509*n*	1,12706*n*	9,29538*n*	0,47312	9,67587*n*	2,07011*n*
9	1,48451	9,78172	2,60594*n*	1,66756*n*	1,76860	7,73856*n*	0,58228
	1,53949	0,15382*n*	1,21873*n*	9,45141*n*	0,56971	9,83630*n*	2,15637*n*
10	2,16634	8,98929	2,36718*n*	1,45242*n*	1,54642	———	0,34292
	1,93187	9,91550*n*	0,98391*n*	9,28201*n*	0,33986	9,66211*n*	1,91581*n*

Digitized by Google

	Log. a	Log a	Log. b	Log. c	Log. d	Log. e	Log. f
Sept. 14	0,74638*n*	0,12204*n*	2,66859*n*	1,83658*n*	1,90120	7,96303	0,63967
	1,80853*n*	0,21513*n*	1,29865*n*	9,78877*n*	0,67139	0,13857*n*	2,20862*n*
17	0,76106	0,26973*n*	2,60742*n*	1,83173*n*	1,87286	8,08056	0,57278
	1,33795*n*	0,14933*n*	1,24573*n*	9,84960*n*	0,62951	0,16733*n*	2,13934*n*
18	1,62225*n*	0,31232*n*	2,60799*n*	1,84984*n*	1,88314	8,20056	0,57113
	1,55388	0,14780*n*	1,24865*n*	9,88616*n*	0,63582	0,19241*n*	2,13702*n*
19	1,61736*n*	0,25901*n*	2,52058*n*	1,77899*n*	1,80474	8,06952	0,48139
	2,01747*n*	0,05827*n*	1,16346*n*	9,83162*n*	0,55385	0,12728*n*	2,04669*n*
20	1,41267*n*	0,13841*n*	2,37076*n*	1,64579*n*	1,66377	8,02600	0,32905
	1,87439*n*	9,90610*n*	1,01581*n*	9,71452*n*	0,40942	9,99876*n*	1,89378*n*
29	1,71619	0,42616*n*	2,53001*n*	1,93618*n*	1,88770	8,42552	0,46023
	1,55149	0,03835*n*	1,18929*n*	0,10406*n*	0,60888	0,29822*n*	2,02185*n*
Oct. 1	1,36276	0,44036*n*	2,53247*n*	1,97143*n*	1,90167	8,41052	0,45544
	1,64854	0,03392*n*	1,19379*n*	0,15273*n*	0,61855	0,32310*n*	2,01678*n*
2	1,26813	0,44636*n*	2,53376*n*	1,97703*n*	1,90846	8,44652	0,45296
	1,97017	0,03167*n*	1,19599*n*	0,16673*n*	0,62328	0,33486*n*	2,01422*n*

(*nn*)	+ 260673	(*bc*)	+ 309 10207.
(*na*)	+ 51414,14	(*bd*)	+4423 67479.
(*nb*)	+ 503104,1	(*be*)	— 8 03825,8
(*nc*)	+ 295878,41	(*bf*)	— 156 07404
(*nd*)	+ 103143,8	(*cc*)	+ 152 58738
(*ne*)	— 22867,485	(*cd*)	+ 51 04302
(*nf*)	— 699292,39	(*ce*)	— 7 07283,4
(*aa*)	+ 16384942	(*cf*)	— 185 11032
(*ab*)	— 151489511	(*dd*)	+1223 94607
(*ac*)	+ 2772317	(*de*)	— 68514,40
(*ad*)	— 42787291	(*df*)	— 3 27906
(*ae*)	— 187333,2	(*ee*)	+ 39156,52
(*af*)	— 5415573	(*ef*)	+ 10 38245,4
(*bb*)	+1618277810	(*ff*)	+ 293 45694

Die Summe (*nn*) ist die Summe der Quadrate der 279 Unterschiede in AR. und Decl., sie ist daher, da sie in AR. mit dem Cosinus der Declin. hätten multiplicirt werden sollen, um etwas zu grofs, und giebt deswegen die mittleren Fehler der Elemente etwas gröfser, welches bei diesen ungefähren Bestimmungen von keinem Belang ist.

Hieraus folgt Minimum der Summe der Quadrate 235782.
Mittl. Fehler einer Beobachtung...29″39.

			Mittlere Fehler.
Log. dT	9,8337564	*dT*... + 0^{d}006820	± 0^{d}006082
— *dq*	8,7392463	*dq*... + 0,0000548.6	± 0,0000437
— *de*	9,3554178*n*	*de*... — 0,0002266.8	± 0,0002381
— *dP*	8,6886099	*dP*... + 4″88	± 7″71
— *dη*	8,4724083*n*	*dη*... — 2,97	± 74,14
— *di*	8,5736013	*di*... + 3,746	± 2,35.

Folglich sind die Elemente der zu Anfang und Ende seiner Sichtbarkeit beschriebenen Bahn:

	Juni 15,53.	Octbr. 2,67.	
Perihelium 1770 Aug.	13,541266	13,546840	M. P. Zeit.
Kleinster Abstand	0,6745327	0,6744478	
Excentricität	0,7862730	0,7861193	
Länge des Perihels	356° 16′ 5″0	356° 17′ 11″7	
—— —— Knotens	132 31 45,3	131 59 16,9	
Neigung	1 33 3,6	1 34 27,5.	

Die Längen sind vom wahren Aequinoctium der resp. Zeitpuncte gezählt. Die Umlaufszeit war demnach vor seiner Erscheinung 2047,924 Tage, und nach derselben 2045,331 Tage, welche Bestimmungen mit einem wahrscheinlichen Fehler von etwas über zwei Tage behaftet sind.

Mit diesen Elementen geben die Beobachtungen folgende Unterschiede:

	In AR.	In Decl.
Juni 15.	— 8″5	+ 42″8
	+ 7,3	——
	+ 27,7	——
— 17.	+ 18,6	— 9,8
	— 42,3	——
	+ 15,0	+ 29,9
	— 74,9	— 42,8
	—104,5	——
— 20.	+ 23,8	— 8,3
	— 32,6	+ 32,0
	— 35,5	+ 93,7
— 21.	+ 42,9	+ 54,7
	+ 30,4	+ 64,2
— 22.	+ 31,8	— 45,0
	+ 14,6	— 10,7
	+ 1,7	+ 5,1
	— 12,4	— 24,4
— 24.	— 14,4	+ 17,1
	— 12,0	— 18,6
	+ 9,7	+ 8,9
	+ 59,3	+ 21,6
— 25.	— 11,6	— 0,9
	+ 24,1	— 13,3
— 27.	+ 10,3	+ 14,6
	+ 12,6	— 8,0
— 28.	+ 21,3	+ 46,9
	— 25,2	— 95,2
	— 19,1	— 84,5
— 29.	+ 2,2	+ 21,8
	— 3,0	+ 45,8
	— 4,1	——
	— 6,6	— 11,8
Aug. 2.	+ 5,4	— 7,0
	+ 16,2	+ 3,8
— 3.	— 10,1	+ 6,8
	— 10,0	— 41,6
	0	— 5,9
— 4.	+ 37,9	— 40,8
	+ 3 3	— 4,9
	— 1,5	+ 9,1
	— 1,6	+ 17,6
	— 17,5	— 66,1
	— 31,4	— 52,6

Digitized by Google

	In AR.	In Decl.
Aug. 5.	— 8″2	+ 6″2
	— 27,8	+ 15,5
	— 0,8	+ 18,2
	— 23,3	— 14,8
— 6.	— 15,6	— 15,0
	— 14,0	+ 3,1
	— 19,8	+ 1,8
— 7.	— 7,9	— 17,8
	— 10,7	— 5,0
— 8.	+ 25,0	+ 24,4
	+ 12,2	+ 24,4
	+ 11,2	+ 15,5
	— 5,1	+ 20,5
— 9.	— 88,2	+ 72,3
— 10.	— 30,0	— 24,8
	— 34,7	— 26,2
	— 22,7	— 22,7
	— 22,5	— 1,2
	+ 14,0	— 1,3
	— 5,1	— 8,3
	— 15,0	— 21,4
— 11.	— 5,0	— 20,0
	— 7,6	— 17,8
	— 33,2	+ 37,9
	— 36,4	+ 39,1
— 12.	— 3,1	+ 17,7
	— 22,7	+ 22,6
	+ 8,9	— 4,6
	+ 2,2	+ 34,0
— 14.	— 12,0	+ 6,0
	+ 1,4	+ 22,4
	+ 26,6	+ 16,7
	+ 25,6	+ 22,1
— 15.	+ 42,4	+ 28,7
	+ 31,8	+ 29,2
	+ 13,6	+ 29,1
— 18.	+ 7,9	— 0,6
	— 4,4	+ 10,2
	— 26,1	+ 30,5
— 19.	+ 6,6	+ 12,6
	+ 5,6	+ 25,4
— 25.	+ 60 0	+ 54,7
	+ 32,0	+ 35,6
— 26.	— 2,0	+ 4,6
	+ 38,6	+ 9,1
	+ 28,2	+ 2,1
	+ 10,9	— 9,9
	— 17,3	— 43,3
— 28.	+ 26,2	+ 9,3
	+ 6,6	+ 7,4
	— 16,0	+ 13,0
	— 22,7	+ 25,8
	+ 14,6	— 0,1
	— 1,4	— 19,5
— 29.	+ 8,1	— 28,7
	0	+ 5,7
	— 12,9	+ 1,9
	— 18,6	— 2,1
	— 10,6	+ 3,8

	In AR.	In Decl.
Aug. 29.	— 5″6	— 22″5
	— 4,9	— 9,1
— 30.	+ 9,1	+ 16,9
	— 13,1	+ 14,4
	— 0,3	+ 11,5
— 31.	— 14,6	— 4,8
	— 4,0	— 12,8
Sept. 4.	+ 24,5	— 20,9
	+ 12 5	— 20,3
	+ 10,7	— 16,3
	+ 23,3	— 17,0
	— 3,1	+ 12,9
— 5.	— 19,9	+ 23,9
	+ 3,9	+ 20,6
	— 13,9	+ 26,0
— 8.	— 25,8	— 4,8
	— 26,6	— 4,2
— 9.	+ 14,9	+ 12,3
	+ 5,7	+ 13,6
	+ 29,7	+ 13,3
— 10.	+164,9	+ 51,0
— 14.	— 6,3	— 31,2
	— 4,4	— 18,6
	— 26,2	— 37,2
	— 22,1	— 48,7
— 17.	— 4,4	— 14,9
	— 1,3	— 16,8
	— 3,5	— 16,5
— 18.	— 30,0	+ 22,6
	— 22,1	+ 22,2
	— 16,6	+ 22,7
— 19.	— 51,3	— 67,7
	— 50,5	— 68,4
— 20.	— 47,6	— 69,9
— 29.	+ 29,4	— 5,5
	+ 60,8	+ 27,0
Oct. 1.	+ 39,0	+ 11,0
	+ 15,6	+ 32,4
— 2.	+ 32,3	+ 52,8
	+ 36,2	+ 58,6

Es sind 157 Fehler kleiner und 122 gröfser als der gefundene mittlere Fehler, daraus folgt, dafs die Wahrscheinlichkeiten, der Fehler der gefundenen Umlaufszeiten sei kleiner oder gröfser als 3,2 Tage, sich wie 157 zu 122 verhalte.

Aus den 220 Bedingungsgleichungen des zweiten Zweiges der Bahn ergiebt sich die Correction der Elemente.

		Mittl. Fehler.
dT	+ 0^{d}0493109	± 0^{d}042803
dq	+ 0,0002205	± 0,0001742
de	+ 0,0004286	± 0,0006157
dP	+ 153″47	± 152″06
$d\eta$	+ 36,07	± 144,39
di	+ 5,42	± 19,57.

Aus den oben gefundenen wahrscheinlichsten Elementen folgt die Zeit der gröfsten Erdnähe Juli 1,219036 M. Par. Zeit; Logar. der kleinsten Entfernung 8,1787588; mithin die kleinste Entfernung 363 Erdhalbmesser, welches ich hinzufüge, da es gewifs interessirt, die kleinste Entfernung des Cometen, der uns am nächsten gekommen ist, angegeben zu sehen.

Altona 1840. Juli 4. *Thomas Clausen.*

Altona 1842. Februar 3.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 442.

Ueber eine astronomische Aufgabe.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

Die von dem Herrn Doctor *Brestel* zu Wien in Nr. 362 der Astron. Nachr. aufgelöste Aufgabe veranlafst mich zu der Mittheilung des folgenden Problems:

Wenn die demselben Stundenwinkel entsprechenden Höhen dreier Sterne von bekannter Rectascension und Declination gemessen worden sind: aus den Differenzen dieser Höhen, die Zeit, die Polhöhe und den Fehler des Instruments zu finden.

Die Declinationen der drei beobachteten Sterne bezeichnen wir durch δ, δ', δ'', die gemessenen, von der Refraction gehörig befreiten Höhen derselben respective durch h, h', h''; die wahren, d. h. von dem Fehler des Instruments und natürlich auch von der Refraction nicht afficirten Höhen seyen $h_,$, $h_,'$, $h_,''$; der Stundenwinkel, welchem diese Höhen entsprechen, soll durch σ, die Polhöhe durch φ bezeichnet werden. Dies vorausgesetzt, haben wir die drei folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \sin h_, &= \sin\delta\sin\varphi + \cos\delta\cos\varphi\cos\sigma \\ \sin h_,' &= \sin\delta'\sin\varphi + \cos\delta'\cos\varphi\cos\sigma \\ \sin h_,'' &= \sin\delta''\sin\varphi + \cos\delta''\cos\varphi\cos\sigma \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (1)$$

Multiplicirt man diese Gleichungen nach der Reihe mit $\sin(\delta'-\delta'')$, $\sin(\delta''-\delta)$, $\sin(\delta-\delta')$, und addirt sie dann zu einander, so erhält man, weil, wie sich leicht zeigen läfst,

$$\sin\delta\sin(\delta'-\delta'') + \sin\delta'\sin(\delta''-\delta) + \sin\delta''\sin(\delta-\delta') = 0$$
$$\cos\delta\sin(\delta'-\delta'') + \cos\delta'\sin(\delta''-\delta) + \cos\delta''\sin(\delta-\delta') = 0$$

ist, die Gleichung

$$\sin(\delta'-\delta'')\sin h_, + \sin(\delta''-\delta)\sin h_,' - \sin(\delta-\delta')\sin h_,'' = 0 \ldots\ldots (2)$$

Setzt man nun in dieser Gleichung $h_,' = h_, + (h_,'-h_,)$ und $h_,'' = h_, + (h_,''-h_,)$, oder, weil offenbar $h_,'-h_, = h'-h$ und $h_,''-h_, = h''-h$ ist, $h_,' = h_, + (h'-h)$ und $h_,'' = h_, + (h''-h)$; so erhält man nach leichter Entwickelung

$$\tang h_, = -\frac{\sin(\delta''-\delta)\sin(h'-h) + \sin(\delta-\delta')\sin(h''-h)}{\sin(\delta'-\delta'') + \sin(\delta''-\delta)\cos(h'-h) + \sin(\delta-\delta')\cos(h''-h)} \ldots\ldots (3)$$

mittelst welcher Formel also die wahre Höhe $h_,$ aus den Differenzen $h'-h$ und $h''-h$ gefunden werden kann. Hat man aber $h_,$, so ergeben sich die wahren Höhen $h_,'$ und $h_,''$ sogleich mittelst der Formeln

$$(4) \ldots\ldots h_,' = h_, + (h'-h),\quad h_,'' = h_, + (h''-h).$$

Der Fehler des Instruments ist $h_,-h$, oder $h_,'-h'$, oder $h_,''-h''$.

Ferner ergiebt sich aus den Gleichungen (1) leicht

$$\cos\delta'\sin h_, - \cos\delta\sin h_,' = \sin(\delta-\delta')\sin\varphi$$
$$\cos\delta''\sin h_, - \cos\delta\sin h_,'' = \sin(\delta-\delta'')\sin\varphi;$$

also

$$(5) \ldots\ldots \left.\begin{aligned} \sin\varphi &= \frac{\cos\delta'\sin h_, - \cos\delta\sin h_,'}{\sin(\delta-\delta')} \\ \sin\varphi &= \frac{\cos\delta''\sin h_, - \cos\delta\sin h_,''}{\sin(\delta-\delta'')}; \end{aligned}\right.$$

mittelst welcher Formeln die Polhöhe φ gefunden werden kann.

Den Stundenwinkel σ findet man endlich mittelst der unmittelbar aus (1) sich ergebenden Formeln

$$\left.\begin{aligned} \cos\sigma &= \frac{\sin h_, - \sin\delta\sin\varphi}{\cos\delta\cos\varphi} \\ \cos\sigma &= \frac{\sin h_,' - \sin\delta'\sin\varphi}{\cos\delta'\cos\varphi} \\ \cos\sigma &= \frac{\sin h_,'' - \sin\delta''\sin\varphi}{\cos\delta''\cos\varphi} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (2)$$

oder mit Hülfe anderer aus der sphärischen Trigonometrie hinreichend bekannter Formeln, deren Anfstellung hier unnütze Weitläufigkeit seyn würde.

Dies ist die erste Auflösung unserer Aufgabe; eine andere Auflösung derselben läfst sich auf folgende Art finden.

Digitized by Google

Es ist

$$\begin{aligned}\cos\delta'\sin h_{,} - \cos\delta\sin h_{,}' &= \cos\delta'\sin h_{,} - \cos\delta\sin\{h_{,}+(h'-h)\}\\ &= \{\cos\delta' - \cos\delta\cos(h'-h)\}\sin h_{,} - \cos\delta\sin(h'-h)\cos h_{,}\\ &= \{\cos\delta'[\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)^2+\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)^2] - \cos\delta[\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)^2-\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)^2]\}\sin h_{,}\\ &\qquad -2\cos\delta\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos h_{,}\\ &= \cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\{\cos\delta'\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\sin h_{,} - \cos\delta\sin[h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)]\}\\ &\quad +\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\{\cos\delta'\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\sin h_{,} - \cos\delta\cos[h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)]\},\end{aligned}$$

und folglich, wenn man auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens die Gröfse

$$\cos\delta'\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos\tfrac{1}{2}(h'-h_{,})\cos h_{,}$$

addirt und subtrahirt,

$$\begin{aligned}&\cos\delta'\sin h_{,} - \cos\delta\sin h_{,}'\\ &= (\cos\delta'-\cos\delta)\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\sin\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\}\\ &\quad -(\cos\delta'+\cos\delta)\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\},\end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}&\cos\delta'\sin h_{,} - \cos\delta\sin h_{,}'\\ &= 2\sin\tfrac{1}{2}(\delta+\delta')\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\sin\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\}\\ &\quad -2\cos\tfrac{1}{2}(\delta+\delta')\cos\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\},\end{aligned}$$

und ganz eben so

$$\begin{aligned}&\cos\delta''\sin h_{,} - \cos\delta\sin h_{,}''\\ &= 2\sin\tfrac{1}{2}(\delta+\delta'')\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\delta'')\cos\tfrac{1}{2}(h''-h)\sin\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h''-h)\}\\ &\quad -2\cos\tfrac{1}{2}(\delta+\delta'')\cos\tfrac{1}{2}(\delta-\delta'')\sin\tfrac{1}{2}(h''-h)\cos\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h''-h)\}.\end{aligned}$$

Folglich ist nach (5)

$$\begin{aligned}\sin\varphi &= \frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\delta')}{\cos\frac{1}{2}(\delta-\delta')}\cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\sin\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\}\\ &\quad -\frac{\cos\frac{1}{2}(\delta+\delta')}{\sin\frac{1}{2}(\delta-\delta')}\sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\cos\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin\varphi &= \frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\delta'')}{\cos\frac{1}{2}(\delta-\delta'')}\cos\tfrac{1}{2}(h''-h)\sin\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h''-h)\}\\ &\quad -\frac{\cos\frac{1}{2}(\delta+\delta'')}{\sin\frac{1}{2}(\delta-\delta'')}\sin\tfrac{1}{2}(h''-h)\cos\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h''-h)\}.\end{aligned}$$

Berechnet man nun die Gröfsen R, L und R', L' mittelst der Formeln

$$\left.\begin{aligned}R\cos L &= \cos\tfrac{1}{2}(h'-h)\frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\delta')}{\cos\frac{1}{2}(\delta-\delta')}\\ R\sin L &= \sin\tfrac{1}{2}(h'-h)\frac{\cos\frac{1}{2}(\delta+\delta')}{\sin\frac{1}{2}(\delta-\delta')}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots(7)$$

und

$$\left.\begin{aligned}R'\cos L' &= \cos\tfrac{1}{2}(h''-h)\frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\delta'')}{\cos\frac{1}{2}(\delta-\delta'')}\\ R'\sin L' &= \sin\tfrac{1}{2}(h''-h)\frac{\cos\frac{1}{2}(\delta+\delta'')}{\sin\frac{1}{2}(\delta-\delta'')}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots(8)$$

so wird

$$\left.\begin{aligned}\sin\varphi &= R\sin\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)-L\}\\ \sin\varphi &= R'\sin\{h_{,}+\tfrac{1}{2}(h''-h)-L'\}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots(9)$$

und folglich

$$\frac{R}{R'} = \frac{\sin\{h_{,}+\frac{1}{2}(h''-h)-L'\}}{\sin\{h_{,}+\frac{1}{2}(h'-h)-L\}};$$

also, wie man leicht findet,

$$\left.\begin{aligned}\cot\tfrac{1}{2}\{2h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)+\tfrac{1}{2}(h''-h)-L-L'\} &= -\frac{R-R'}{R+R'}\cot\tfrac{1}{2}\{\tfrac{1}{2}h'-h)-\tfrac{1}{2}(h''-h)-L+L'\}\\ \tan\tfrac{1}{2}\{2h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)+\tfrac{1}{2}(h''-h)-L-L'\} &= -\frac{R+R'}{R-R'}\tan\tfrac{1}{2}\{\tfrac{1}{2}h'-h)-\tfrac{1}{2}(h''-h)-L+L'\}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots(10)$$

Berechnet man den Hülfswinkel θ mittelst der Formel

$$\tan\theta = \frac{R'}{R}\quad\ldots\ldots\ldots(11)$$

so wird

$$\left.\begin{aligned}\cot\tfrac{1}{2}\{2h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)+\tfrac{1}{2}(h''-h)-L-L'\} &= -\tan(45^\circ-\theta)\cot\tfrac{1}{2}\{\tfrac{1}{2}(h'-h)-\tfrac{1}{2}(h''-h)-L+L'\}\\ \tan\tfrac{1}{2}\{2h_{,}+\tfrac{1}{2}(h'-h)+\tfrac{1}{2}(h''-h)-L-L'\} &= -\tan(45^\circ+\theta)\tan\tfrac{1}{2}\{\tfrac{1}{2}(h'-h)-\tfrac{1}{2}(h''-h)-L+L'\}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(12)$$

Hat man mittelst einer dieser Formeln $h_{,}$ gefunden, so findet man ferner φ mittelst einer der beiden Formeln (9). Wie der Stundenwinkel σ dann gefunden werden kann, ist oben schon gezeigt worden.

Zur Berechnung der Höhe $h_{,}$ kann man noch andere bemerkenswerthe Formeln auf folgende Art finden. Man setze der Kürze wegen

$$A = \sin(\delta'-\delta''),\quad B = \sin(\delta''-\delta),\quad C = \sin(\delta-\delta');$$

so hat man nach (2) die Gleichung

$$A\sin h_{,} + B\sin h_{,}' + C\sin h_{,}'' = 0.$$

Weil nun offenbar

$$\begin{aligned}h_{,} &= \tfrac{1}{2}(h_{,}'+h_{,}) + \tfrac{1}{2}(h_{,}-h_{,}'') + \tfrac{1}{2}(h_{,}''-h_{,}') = \tfrac{1}{2}(h_{,}'+h_{,}) + \tfrac{1}{2}(h-h'') + \tfrac{1}{2}(h''-h'),\\ h_{,}' &= \tfrac{1}{2}(h_{,}'+h_{,}) - \tfrac{1}{2}(h_{,}-h_{,}'') - \tfrac{1}{2}(h_{,}''-h_{,}') = \tfrac{1}{2}(h_{,}'+h_{,}) - \tfrac{1}{2}(h-h'') - \tfrac{1}{2}(h''-h'),\\ h_{,}'' &= \tfrac{1}{2}(h_{,}'+h_{,}) - \tfrac{1}{2}(h_{,}-h_{,}'') + \tfrac{1}{2}(h_{,}''-h_{,}') = \tfrac{1}{2}(h_{,}'+h_{,}) - \tfrac{1}{2}(h-h'') + \tfrac{1}{2}(h''-h')\end{aligned}$$

Digitized by Google

ist; so ist nach der vorhergehenden Gleichung, wenn man diese Werthe von $h_{,}$, $h_{,}'$, $h_{,}''$ in dieselbe einführt, wie man leicht findet,

$$\left.\begin{array}{l}\{(A+B+C)\cos\frac{1}{2}(h-h'')\cos\frac{1}{2}(h''-h') - (A+B-C)\sin\frac{1}{2}(h-h'')\sin\frac{1}{2}(h''-h')\}\sin\frac{1}{2}(h_{,}'+h_{,}) \\ +\{(A-B+C)\cos\frac{1}{2}(h-h'')\sin\frac{1}{2}(h''-h') - (B+C-A)\sin\frac{1}{2}(h-h'')\cos\frac{1}{2}(h''-h')\}\cos\frac{1}{2}(h_{,}'-h_{,})\end{array}\right\} = 0.$$

Durch leichte Rechnung überzeugt man sich aber, dafs

$$\begin{aligned} A+B+C &= -4\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\sin\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta'')\sin\tfrac{1}{2}(\delta''-\delta), \\ A+B-C &= -4\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta'')\cos\tfrac{1}{2}(\delta''-\delta), \\ A-B+C &= -4\cos\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta'')\sin\tfrac{1}{2}(\delta''-\delta), \\ B+C-A &= \;\;4\cos\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\sin\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta'')\cos\tfrac{1}{2}(\delta''-\delta) \end{aligned}$$

ist. Folglich ist

$$\left.\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\sin\frac{1}{2}(\delta'-\delta'')\sin\frac{1}{2}(\delta''-\delta)\cos\frac{1}{2}(h-h'')\cos\frac{1}{2}(h''-h') \\ -\cos\frac{1}{2}(\delta'-\delta'')\cos\frac{1}{2}(\delta''-\delta)\sin\frac{1}{2}(h-h'')\sin\frac{1}{2}(h''-h')\end{array}\right\}\sin\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')\sin\tfrac{1}{2}(h_{,}'+h_{,}) \\ +\left\{\begin{array}{l}\cos\frac{1}{2}(\delta'-\delta'')\sin\frac{1}{2}(\delta''-\delta)\cos\frac{1}{2}(h-h'')\sin\frac{1}{2}(h''-h') \\ +\sin\frac{1}{2}(\delta'-\delta'')\cos\frac{1}{2}(\delta''-\delta)\sin\frac{1}{2}(h-h'')\cos\frac{1}{2}(h''-h')\end{array}\right\}\cos\tfrac{1}{2}(\delta-\delta')(\cos\tfrac{1}{2}h_{,}'+h_{,})\end{array}\right\} = 0.$$

und hieraus ergiebt sich, wenn man die Hülfswinkel M, M' mittelst der Formeln

$$(13)\ldots\left\{\begin{array}{l}tang\,M = cot\,\frac{1}{2}(\delta-\delta'')\,tang\,\frac{1}{2}(h-h'') \\ tang\,M' = tang\,\frac{1}{2}(\delta''-\delta')\;cot\,\frac{1}{2}(h''-h')\end{array}\right.$$

berechnet, leicht

$$(14)\ldots tang\,\tfrac{1}{2}(h_{,}'+h_{,}) = cot\,\tfrac{1}{2}(\delta'-\delta)\;cot(M-M')$$

mit Hülfe welcher Formel man $h_{,}'+h_{,}$ berechnen kann. Weil man nun auch $h_{,}'-h_{,} = h'-h$ kennt, so lassen sich die Höhen $h_{,}$ und $h_{,}'$ finden.

Wenn, wie dies meistens bei wirklichen Anwendungen der Fall seyn wird, die gemessenen Höhen h, h', h'' nicht demselben Stundenwinkel, sondern vielmehr den Stundenwinkeln σ, σ', σ'' entsprechen; so hat man statt der Gleichungen (1) die drei folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \sin h_{,} &= \sin\delta\,\sin\varphi + \cos\delta\,\cos\varphi\,\cos\sigma \\ \sin h_{,}' &= \sin\delta'\,\sin\varphi + \cos\delta'\,\cos\varphi\,\cos\sigma' \\ \sin h_{,}'' &= \sin\delta''\sin\varphi + \cos\delta''\cos\varphi\,\cos\sigma''; \end{aligned}$$

die man auch auf die Form

$$\left.\begin{array}{rcl}\sin h_{,} &=& \sin\delta\,\sin\varphi + \cos\delta\,\cos\varphi\,\cos\sigma \\ \sin\{h_{,}+(h'-h)\} &=& \sin\delta'\,\sin\varphi + \cos\delta'\cos\varphi\cos\{\sigma+(\sigma'-\sigma)\} \\ \sin\{h_{,}+(h''-h)\} &=& \sin\delta''\sin\varphi + \cos\delta''\cos\varphi\cos\{\sigma+(\sigma''-\sigma)\}\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

bringen kann. Unter dieser Form enthalten sie, da die Differenzen $h'-h$, $h''-h$ und $\sigma'-\sigma$, $\sigma''-\sigma$ durch die Beobachtungen gegeben werden, die drei unbekannten Gröfsen $h_{,}$, φ, σ, und reichen also zur Bestimmung dieser drei unbekannten Gröfsen gerade hin. Wir wollen jetzt aber blofs den Fall betrachten, wenn die bekannten Differenzen $\sigma'-\sigma$ und $\sigma''-\sigma$ der Null sehr nahe kommen, so dafs also die gemessenen Höhen h, h', h'' sehr nahe demselben Stundenwinkel entsprechen.

Unter dieser Voraussetzung wollen wir, indem wir der Kürze wegen von jetzt an die bekannten Differenzen $h'-h$, $h''-h$ und $\sigma'-\sigma$, $\sigma''-\sigma$ respective durch μ', μ'' und ω', ω'' bezeichnen, annehmen, dafs die Gröfsen h, φ, σ ganz nach der im Vorhergehenden gegebenen Anleitung aus den drei Gleichungen

$$\left.\begin{array}{rcl}\sin h_{,} &=& \sin\delta\,\sin\varphi + \cos\delta\,\cos\varphi\,\cos\sigma \\ \sin(h_{,}+\mu') &=& \sin\delta'\,\sin\varphi + \cos\delta'\,\cos\varphi\,\cos\sigma \\ \sin(h_{,}+\mu'') &=& \sin\delta''\sin\varphi + \cos\delta''\cos\varphi\,\cos\sigma\end{array}\right\}\ldots.(16)$$

bestimmt worden seyen, so dafs also $h_{,}$, φ, σ diesen drei Gleichungen entsprechen, und wollen unter der Voraussetzung, dafs die gemessenen Höhen nicht genau demselben Stundenwinkel entsprechen, die Correctionen von $h_{,}$, φ, σ respective durch $dh_{,}$, $d\varphi$, $d\sigma$ bezeichnen; so haben wir zur Bestimmung dieser Correctionen nach (15) offenbar die drei folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \sin(h_{,}+dh_{,}) &= \sin\delta\,\sin(\varphi+d\varphi) + \cos\delta\,\cos(\varphi+d\varphi)\,\cos(\sigma+d\sigma) \\ \sin(h_{,}+\mu'+dh_{,}) &= \sin\delta'\,\sin(\varphi+d\varphi) + \cos\delta'\,\cos(\varphi+d\varphi)\cos(\sigma+\omega'+d\sigma) \\ \sin(h_{,}+\mu''+dh_{,}) &= \sin\delta''\sin(\varphi+d\varphi) + \cos\delta''\cos(\varphi+d\varphi)\cos(\sigma+\omega''+d\sigma). \end{aligned}$$

Weil nun aber, da nach der Voraussetzung ω' und ω'' der Null sehr nahe kommende Gröfsen sind, die Correctionen $dh_{,}$, $d\varphi$, $d\sigma$ wenigstens näherungsweise als Differentiale betrachtet werden können; so ergiebt sich aus den vorhergehenden Gleichungen ohne Schwierigkeit

Digitized by Google

$$\begin{aligned}
&\sin h_{,} - \sin\delta \sin\varphi - \cos\delta \cos\varphi \cos\sigma \\
&= -\cos h_{,}\, dh_{,} + (\sin\delta \cos\varphi - \cos\delta \sin\varphi \cos\sigma)\, d\varphi - \cos\delta \cos\varphi \sin\sigma\, d\sigma, \\
&\sin(h_{,}+\mu') - \sin\delta' \sin\varphi - \cos d' \cos\varphi \cos(\sigma+\omega') \cdot \\
&= -\cos(h_{,}+\mu')\, dh_{,} + \{\sin\delta' \cos\varphi - \cos\delta' \sin\varphi \cos(\sigma+\omega')\}\, d\varphi \\
&\qquad - \cos\delta' \cos\varphi \sin(\sigma+\omega')\, d\sigma, \\
&\sin h_{,}+\mu'') - \sin\delta'' \sin\varphi - \cos\delta'' \cos\varphi \cos(\sigma+\omega'') \\
&= -\cos(h_{,}+\mu'')\, dh_{,} + \{\sin\delta'' \cos\varphi - \cos d'' \sin\varphi \cos(\sigma+\omega'')\}\, d\varphi \\
&\qquad - \cos\delta'' \cos\varphi \sin(\sigma+\omega'')\, d\sigma.
\end{aligned}$$

Nach (16) ist aber

$$\begin{aligned}
&\sin h_{,} - \sin\delta \sin\varphi - \cos\delta \cos\varphi \cos\sigma = 0, \\
&\sin(h_{,}+\mu') - \sin\delta' \sin\varphi = \cos\delta' \cos\varphi \cos\sigma, \\
&\sin(h_{,}+\mu'') - \sin\delta'' \sin\varphi = \cos\delta'' \cos\varphi \cos\sigma;
\end{aligned}$$

und die vorhergehenden Gleichungen werden also, nach einer leichten goniometrischen Verwandlung

$$\begin{aligned}
0 &= -\cos h_{,}\, dh_{,} + (\sin\delta \cos\varphi - \cos\delta \sin\varphi \cos\sigma)\, d\varphi - \cos\delta \cos\varphi \sin\sigma\, d\sigma, \\
&\quad 2\cos\delta' \cos\varphi \sin\tfrac{1}{2}\omega' \sin(\sigma+\tfrac{1}{2}\omega') \\
&= -\cos(h_{,}+\mu')\, dh_{,} + \{\sin\delta' \cos\varphi - \cos\delta' \sin\varphi \cos(\sigma+\omega')\}\, d\varphi \\
&\qquad - \cos\delta' \cos\varphi \sin(\sigma+\omega')\, d\sigma, \\
&\quad 2\cos\delta'' \cos\varphi \sin\tfrac{1}{2}\omega'' \sin(\sigma+\tfrac{1}{2}\omega'') \\
&= -\cos(h_{,}+\mu'')\, dh_{,} + \{\sin\delta'' \cos\varphi - \cos\delta'' \sin\varphi \cos(\sigma+\omega'')\}\, d\varphi \\
&\qquad - \cos\delta'' \cos\varphi \sin(\sigma+\omega'')\, d\sigma.
\end{aligned}$$

Berechnet man die drei Hülfswinkel ξ, ξ', ξ'' mittelst der Formeln

$$(17)\ldots\ldots \begin{cases} \operatorname{tang}\xi = \cos\sigma \operatorname{tang}\varphi, \\ \operatorname{tang}\xi' = \cos(\sigma+\omega') \operatorname{tang}\varphi, \\ \operatorname{tang}\xi'' = \cos(\sigma+\omega'') \operatorname{tang}\varphi \end{cases}$$

und setzt der Kürze wegen

$$(18)\ldots \begin{cases} a' = 2\cos\delta' \cos\varphi \sin\tfrac{1}{2}\omega' \sin(\sigma+\tfrac{1}{2}\omega') \\ a'' = 2\cos\delta'' \cos\varphi \sin\tfrac{1}{2}\omega'' \sin(\sigma+\tfrac{1}{2}\omega'') \\ A = -\cos h_{,},\ A' = -\cos(h_{,}+\mu'),\ A'' = -\cos(h_{,}+\mu'') \\ B = \dfrac{\cos\varphi \sin(\delta-\xi)}{\cos\xi} \\ B' = \dfrac{\cos\varphi \sin(\delta'-\xi')}{\cos\xi'} \\ B'' = \dfrac{\cos\varphi \sin(\delta''-\xi'')}{\cos\xi''} \\ C = -\cos\delta \cos\varphi \sin\sigma \\ C' = -\cos\delta' \cos\varphi \sin(\sigma+\omega') \\ C'' = -\cos\delta'' \cos\varphi \sin(\sigma+\omega'') \end{cases}$$

so hat man zur Bestimmung der Correctionen $dh_{,}$, $d\varphi$, $d\sigma$, wie sich aus dem Obigen leicht ergiebt, die drei folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} A\, dh_{,} + B\, d\varphi + C\, d\sigma &= 0 \\ A'\, dh_{,} + B'\, d\varphi + C'\, d\sigma &= a' \\ A''\, dh_{,} + B''\, d\varphi + C''\, d\sigma &= a'' \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (19)$$

mittelst welcher $dh_{,}$, $d\varphi$, $d\sigma$ auf dem Wege der gewöhnlichen algebraischen Elimination leicht gefunden werden können.

Wie man sich den wahren Werthen der gesuchten Grössen durch successive Berechnung neuer Correctionen nach und nach immer mehr und mehr nähern kann, braucht hier nicht weiter erläutert zu werden. Eben so wenig wollen wir, um diesen Aufsatz nicht zu weit auszudehnen, Untersuchungen über die vortheilhafteste Auswahl der Sterne anstellen, da wir uns in dieser Rücksicht auch schon zum Theil auf den oben erwähnten Aufsatz des Herrn Doctors *Brestel* beziehen können, und bemerken zum Schluss nur noch, dass die von der obigen Methode gewährten Vortheile uns vorzüglich darin zu bestehen scheinen, dass bei derselben gar nicht die gemessenen Höhen selbst, sondern blos deren Differenzen in Rechnung gebracht werden, wodurch der Fehler des Instruments ganz, zum Theil auch die Refraction eliminirt wird.

Grunert.

Auszug aus einem Schreiben des Sir *J. F. W. Herschel* an den Herausgeber.

Collingwood 1841. Decbr.

It is singular how generally prevalent the opinion is that both my Father and myself have advocated the idea of the Moon's influence on the weather and published predictions and weather tables founded on such presumed influence. But there is not the shadow of foundation for any such idea, on the contrary all possible pains has been taken on the part of both him and

Digitized by Google

myself to disavow and disclaim all such pretended tables and predictions. The only way in which I have ever connected the Moon and the weather is by a casual remark, that I have very frequently observed a full or nearly full Moon (i. e. sensibly round) to be accompanied with a sky serene and cloudless, or nearly so, at or within an hour or 2 after its rising, so often indeed, that, though I do not pretend to see any rational connexion, I cannot help thinking that there is something beyond accident in it, and have therefore recommended it to Meteorologists, as worthy of some notice for the future.

J. F. W Herschel.

Nachschrift. Vorstehendes bezieht sich auf die Anfrage eines hohen Liebhabers der Wissenschaften, ob Herr Baronet *Herschel*, würklich, wie der Wiener Wirthschafts-Kalender für 1840 behauptet, eine Regel gegeben habe, die Witterung aus dem Mondswechsel zu berechnen?

S.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Th. Clausen* an den Herausgeber.

Unter den vielen schwierigen Integrationen, die in *Legendre's* Traité des fonctions elliptiques enthalten sind, findet man Chap. XXVI. Nr. 136 auch die

$$\int \frac{y\,dy}{(y^3+8)\sqrt{(y^3-1)}}$$

zu deren Werth er auf einem sehr verwickelten Wege gelangt und ihn durch eine andere etwas kürzere Methode bestätigt. Das Integral, welches merkwürdiger Weise blos Logarithmen und Bögen des Kreises enthält, läfst sich auch unmittelbar finden. Setzt man nemlich:

$$z = \frac{y-1}{\sqrt{(y^3-1)}};\quad z' = \sqrt{(y^3-1)};\quad z'' = \frac{(y-1)^2}{\sqrt{(y^3-1)}}$$

so wird

$$dz = -\frac{y^3-3y^2+2}{2(y^3-1)^{\frac{3}{2}}}\cdot dy$$

$$dz' = \tfrac{3}{2}\cdot\frac{y^2\cdot dy}{\sqrt{(y^3-1)}}$$

$$dz'' = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{y^4+2y^3-3y^2-4y+4}{(y^3-1)^{\frac{3}{2}}}\cdot dy$$

$$\frac{dz}{1-3z^2} = -\tfrac{1}{2}\frac{y^2-2y-2}{y^2-2y+4}\cdot\frac{dy}{\sqrt{(y^3-1)}}$$

$$\frac{dz'}{z'^2+9} = \tfrac{3}{2}\,\frac{y^2}{y^3+8}\cdot\frac{dy}{\sqrt{(y^3-1)}}$$

$$\frac{dz''}{z''^2+9} = \tfrac{1}{2}\,\frac{y-1}{y+2}\cdot\frac{dy}{\sqrt{(y^3-1)}}$$

addirt man diese drei Gleichungen, so findet man:

$$\frac{dz}{1-3z^2}+\frac{dz'}{z'^2+9}+\frac{dz''}{z''^2+9} = \frac{6y\,dy}{(y^3+8)\sqrt{(y^3-1)}}$$

folglich ist:

$$\int\frac{y\,dy}{(y^3+8)\sqrt{(y^3-1)}} = \frac{1}{12\sqrt{3}}\cdot Log\left(\frac{1+z\sqrt{3}}{1-z\sqrt{3}}\right)+\frac{1}{18}\,arc\,tang\,\tfrac{1}{3}z'+\frac{1}{18}z'+arc.tg.\tfrac{1}{3}z'',$$

oder wenn man für z, z', z'' ihre Werthe substituirt und die Bögen summirt:

$$\int\frac{y\,dy}{(y^3+8)\sqrt{(y^3-1)}} = \frac{1}{12\sqrt{3}}\,Log\left\{\frac{\sqrt{(y^2+y+1)}+\sqrt{(y-1)}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{(y^2+y+1)}-\sqrt{(y-1)}\cdot\sqrt{3}}\right\}+\frac{1}{18}\,arc.tang.\left\{\frac{3y\cdot(y-1)}{(4-y)\sqrt{(y^3-1)}}\right\}.$$

Thomas Clausen.

Oppositionen der Planeten Uranus, Ceres und Vesta im Jahre 1841.

Von Herrn Dr. *Savitsch.*

Im Herbste 1841 habe ich die Oppositionen von Uranus, Ceres und Vesta beobachtet. Das angewandte Instrument ist ein Meridiankreis von *Ertel* von 3 Fufs im Durchmesser mit einem Fernrohr von 5 Fufs Focalweite und 4 Zoll Oeffnung; die Vergröfserung ist 120. Im Hauptfocus sind 7 Spinnefäden, die 19″ Zeit im Aequator von einander abstehen. Das ganze Instrument ist auf einem hohen Thurme der alten academischen Sternwarte in St. Petersburg auf einem Gewölbe aufgestellt; seine Lage kann am Tage immer verificirt werden durch eine Meridianmarke, deren Azimuth genau bekannt ist; aufserdem wurde für die Zeiten der Beobachtungen selbst seine Lage fast jedesmal durch die Durchgänge der Polar- und Aequatoreal-Sterne ausgemittelt, eine empfindliche Libelle gab in Bezug auf den Horizont die Richtung der Umdrehungsachse. Es war bald zu erkennen, dafs das Instrument, wahrscheinlich mit dem ganzen Gebäude, eine kleine Bewegung von täglicher Periode hat, und wenigstens wenn keine bedeutende plötzliche Veränderung der Temperatur eintrat, in derselben Tag- und Nachtstunde lange Zeit hindurch dieselbe Lage bekömmt. Da aber solche Veränderungen durch die Beobachtungen selbst sich

Digitized by Google

bestimmen lassen, so glaube ich, dafs bei einer gehörigen Anordnung der Beobachtungen, unser Instrument die Unterschiede der geraden Aufsteigungen mit hinlänglicher Sicherheit ergeben wird; als Verticalkreis begrenzt sich aber sein Gebrauch nur auf die Differential-Beobachtungen, da der Kreis bei dem Transporte nach St. Petersburg etwas verbogen ist und nachdem er wieder restaurirt war, seine Theilungsfehler nur vorläufig sowohl durch die Länge eines der Verniere auf allen Theilen des Kreises als auch durch die Entfernungen der Verniere bei verschiedenen Lagen des Fernrohrs untersucht worden sind. Um die Genauigkeit der Resultate von der kleinen Unsicherheit der Theilungen unabhängig zu machen, habe ich die Planeten nur mit solchen Sternen verglichen, die nicht weit in Bezug auf gerade Aufsteigung und Declination von dem Planeten lagen, und dabei symmetrisch nach Norden und nach Süden von demselben vertheilt waren. Auf diese Weise hoffe ich, dafs die hier gegebenen Positionen der Planeten ebenso zuverlässig seyn werden, als die angewandten Oerter der Vergleichsterne, welche ich aus dem Astronomical Society's *) Catalogue genommen habe, mit den Verbesserungen von $+0''24$ in Zeit für die AR., und $-2''0$ im Bogen für die Declination, die aus der Vergleichung jener Tafeln in der Zone zwischen $+15°$ und $-15°$ Declination mit dem Catalogue von *Pond* sich ergeben.

Die gebrauchte astronomische Uhr ist von *Arnold*, mit einem Rostpendel; sie hat einen sehr guten Gang, wie die hier bei gelegte kleine Notiz beweist:

Tägliche Retardationen der *Arnold*schen Uhr zwischen den

3ten	und	6ten	Septbr. 1841	0"57
6ten	—	13ten	— —	0,59
13ten	—	14ten	— —	0,69
14ten	—	15ten	— —	0,61
15ten	—	20sten	— —	0,50
20sten	—	22sten	— —	0,29
22. Sept.	—	6ten	Octbr. —	0,25
6ten Oct.	—	19ten	— —	0,26
19ten	—	22sten	— —	0,26
20sten	—	23sten	— —	0,20
23sten	—	25sten	— —	0,26

Die scheinbaren Oerter der Vergleichsterne wurden nach *Bessel*schen Formeln, mittelst der im Berliner Astr. Jahrbuch für 1841 gegebenen Constanten berechnet, und es hat sich folgendes ergeben:

Scheinbare Positionen: für den 7ten, 17ten und 27ten Sept. ..... 7ten, 17ten und 27sten Sept. 1841.

Sterne.	In Rectascension.			In Declination.		
α Aquarii	21h 57' 41"19	41"17	41"11	— 1° 4' 59"57	59"05	58"71
δ Aquarii	22 8 30,62	30,61	30,66	— 8 33 58,33	58,25	58,28
γ Aquarii	13 30,86	30,86	30,82	— 2 10 43,71	43,23	42,92
ξ Aquarii	20 42,64	42,65	42,63	— 0 49 30,74	30,16	29,78
λ Aquarii	44 23,13	23,16	23,10	— 8 25 2,17	2,00	2,06
γ Piscium	23 8 59,66	59,71	59,73	+ 2 25 17,29	18,05	18,68
8 Piscium k'	18 50,41	50,47	50,49	+ 0 23 38,94	39,68	40,88
30 Piscium r	53 52,34	52,44	52,51	— 6 53 23,17	22,90	22,88

Diese Sterne wurden mit dem Uranus verglichen, 8 Pisc. k' wurde aber später ausgeschlossen, weil er sehr abweichende Resultate in Bezug auf AR. gab. Folgende Sterne sind mit Ceres und Vesta verglichen:

Sterne.	Scheinb. AR. am 17ten und 27ten Oct.		Scheinb. Decl. am 17ten und 27ten Oct. 1841.	
δ' Ceti	1h 16' 9"13	9,17	— 8° 59' 48"30	49"10
111 Pisc.	45 24,31	24,38	+ 2 24 23,96	23,77
α Arietis	58 18,04	18,13	(wurde nicht in Declination verglichen.)	
69 Ceti	2 13 51,99	52,09	— 0 19 35,59	36,00
82 Ceti	31 24,97	25,09	— 0 21 15,41	15,87
γ Ceti	35 8,61	8,73	+ 2 34 10,20	9,90
α Ceti	54 2,96	3,10	+ 3 28 9,71	9,41

Ich habe die Uhrcorrectionen nach allen diesen Sternen gesucht, und es fanden sich selten Unterschiede von mehr als $0''3$ in Zeit; eben so die Oerter des Aequators am Meridiankreise durch jeden einzelnen Stern bestimmt differiren unter einander höchstens bis $3''$ in Bogen, und da diese Gröfsen noch durch zufällige Fehler afficirt sind, so glaube ich, dafs die Fehler der Positionen der angewandten Sterne im Mittel bedeutend kleiner sind.

Bei der Vergleichung des Berl. Astr. Jahrbuchs mit den Beobachtungen habe ich die Aberration auf die bekannte Weise angebracht, indem die im Jahrbuche berechneten Oerter als für die Zeit $t + 493''15\,\Delta$ geltend angesehen wurden, wo t die mittl. Berliner Zeit der Beobachtung, und Δ die Distanz des Planeten von der Erde in mittleren Halbmessern der Erdbahn ausdrückt. Hier folgen die scheinbaren geocentrischen (wegen Parallaxe verbesserten) Positionen der Planeten.

*) New Tables for facilitating the computation of Precession, Aberration and Nutation of 2881 principal Fixed Stars, together with a Catalogue of the same, reduced to January 1. 1830. Computed at the Expense and under the Direction of the Astronomical Society of London. By *Francis Baily*, Esq. London 1827.

Digitized by Google

Uranus.

		Mittl. St. Petersb. Zeit.	Scheinb. geoc. AR. nach d. Berl. Jahrb.	Nach der Beob.	Differenz.	Scheinb. geoc. Decl. nach d. Berl. Jahrb.	Nach der Beob.	Differenz.
1841 Sept.	6.	um 12h 31′ 5″	23° 34′ 31″11	24″99	−6′12	− 3° 38′ 2″4	38′ 28″0	−25″6
	13.	12 2 32	33 29,71	23,47	−6,24	44 39,3	45 5,6	−26,3
	14.	11 58 27	33 20,89	14,69	−6,20	45 36,1	46 1,1	−25,0
	15.	11 54 23	33 12,08	6,01	−6,07	46 32,9	46 57,6	−24,8
	20.	11 34 58	32 27,82	21,70	−6,12	51 16,1	51 38,8	−22,7
	22.	11 25 50	30 10,35	4,42	−5,93	53 8,1	53 31,4	−23,3
				im Mittel	−6″11		im Mittel	−24″6

Ceres.

Die Witterung erlaubte nur folgende Bestimmungen:

1841 Oct.	19.	um 11h 36′ 30″	1h 29′ 16″33	13″45	−2,88	− 5° 36′ 28″8	36′ 47″7	−18″9
	22.	22 7	26 40,70	37,83	−2,87	43 43,9	44 6,7	−22,8
	23.	17 20	25 49,40	46,99	−2,41	45 51,4	46 10,4	−19,0
	25.	7 47	24 8,02	5,24	−2,78	49 35	49 54,8	−19,8
				im Mittel	−2″75		im Mittel	−20″1

Vesta.

1841 Oct.	19.	um 12° 11′ 40″	2° 4′ 30″86	28″75	−2″11	+ 0° 29′ 56″2	29′ 55″0	−1″2
	23.	11 52 2	0 36,46	34,68	−1,78	+ 0 12 14,9	12 15,4	+ 0,5
	25.	11 42 12	1 58 39,24	36,94	−2,30	+ 0 4 9,4	4 10,4	+ 1,0
	29.	11 22 39	54 47,47	45,55	−1,90	− 0 10 14	10 17,5	− 3,5
				im Mittel	−2″03		im Mittel	−0″8.

Petersburg im Decbr. 1841.

A. Sawitsch.

Beitrag zur Theorie der elliptischen Transcendenten.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Bekanntlich läfst sich die Lemniscata durch die elliptische Function erster Art $\int \frac{d\varphi}{\sqrt{(1-e^2 \sin\varphi^2)}}$, wo $e^2 = \frac{1}{2}$ ist, rectificiren. Da man noch keine andere algebraische Curve vierter Ordnung kennt, deren Rectification blofs von diesen Transcendenten abhängt; so glaube ich, dafs es nicht uninteressant sein wird, eine andere Curve von ähnlicher Gestalt kennen zu lernen, deren Rectification blofs von der Transcendente $\int \frac{d\varphi}{\sqrt{(1-e^2 \sin\varphi^2)}}$ und algebraischen Gröfsen und Logarithmen abhängt.

Es ist überdem meines Wissens noch nicht angeführt, dafs die Lemniscata durch den Durchschnitt einer Ebene mit einem cylindrischen Ring entsteht, die den Ring inwendig berührt und auf die Ebene der in einen Kreis gebogenen Axe des Cylinders senkrecht ist. Es sei nämlich der Mittelpunkt der rechtwinklichten Coordinaten im Centro dieses Kreises, und die Ebene der x, y mit ihm zusammenfallend, der Halbmesser desselben sei a, die halbe Dicke des Ringes b, $x^2+y^2 = r$, so ist:

$$(r-a)^2 + z^2 = b^2 \text{ folglich}$$
$$r^2+z^2+a^2-b^2 = ar$$
$$(x^2+y^2+z^2+a^2-b^2)^2 - 4a^2(x^2+y^2)$$

die Gleichung für die krumme Oberfläche des Ringes. Schneidet man dieselbe durch die Ebene deren Gleichung

$$x = a-b$$

ist, so findet man:

$$\{y^2+z^2+2a(a-b)\}^2 = 4a^2(y^2+(a-b)^2), \text{ oder}$$
$$(y^2+z^2)^2 - 4ab\,y^2 + 4a(a-b)z^2 = 0,$$

welches in dem besondern Falle $b = a-b$ oder $b = \frac{1}{2}a$ die Gleichung für die Lemniscata ist. Der äufsere Umfang des Ringes ist in diesem Falle dreimal so grofs als der innere. Die Rectification der allgemeinern Curve findet man, wenn man setzt

$$z = b \sin\theta$$
$$y^2 = b(1+\cos\theta)(b\cos+2a-b)$$

wodurch der Gleichung Gnüge geleistet wird. Es wird dadurch

$$dz = b\cos\theta\, d\theta$$
$$dy = -\frac{b\sin\theta\, d\theta\,(b\cos\theta+a)}{\sqrt{\{b(\cos\theta+1)(b\cos\theta+2a-b)\}}}$$

und wenn man das Element der Curve ds setzt

$$ds = \sqrt{(dz^2+dy^2)} = \sqrt{(ab)}\,d\theta \sqrt{\left(\frac{(2b-a)\cos\theta+b}{b\cos\theta+2a-a}\right)}$$

für die Lemniscata ist $a = 2b$ und also

$$ds = \int \frac{b\,d\theta}{\sqrt{(1-\frac{1}{2}\cos\frac{1}{2}\theta^2)}}.$$

Es sei in dem Falle, den ich noch hinzufüge:

Digitized by Google

$$\frac{2b-a}{a} = -\frac{b}{2a-b}; \text{ oder } \frac{b^2}{a^2} - 3\frac{b}{a} + 1 = 0.$$

$$b = \frac{3\pm\sqrt{5}}{2}a = 4a\sin\frac{\pi^2}{10} \text{ oder } \frac{a}{4\sin\frac{\pi^2}{10}}.$$

den Fall wo b gröfser als a ist, wollen wir bei Seite setzen, da der Ring in demselben keine Oeffnung hätte. Es sei also $b = \frac{3-\sqrt{5}}{2}a$, so wird

$$ds = a\sqrt{(\sqrt{5}-2)}\,d\theta\sqrt{\left(\frac{1-(\sqrt{5}-2)\cos\theta}{1+(\sqrt{5}-2)\cos\theta}\right)}$$

$$s = \int\frac{a\sqrt{(\sqrt{5}-2)}\,d\theta}{\sqrt{[1-(\sqrt{5}-2)^2\cos\theta^2]}} - \int\frac{a(\sqrt{5}-2)^{\frac{1}{2}}\cos\theta\,d\theta}{\sqrt{(1-(\sqrt{5}-2)^2\cos\theta^2)}}$$

Der zweite Theil ist, wie man leicht sieht, durch Logarithmen und Kreisgröfsen integrirbar; denn setzt man

$$\frac{\sqrt{(\sqrt{5}-2)}}{2}\sin\theta = z; \text{ so wird er:}$$

$$a\int\frac{\sqrt{(\sqrt{5}-2)}\,dz}{\sqrt{(1+z^2)}} = a\sqrt{(\sqrt{5}-2)}\,Log(z+\sqrt{(1+z^2)}).$$

Die Dimensionen der beiden Curven sind: die halbe grofse Axe von dem Durchschnitte bis an den Scheitel in der Lemniscata $2b\sqrt{2}$ in der andern Curve $b(\sqrt{5}+1)$, während in beiden der gröfste Werth der andern Ordinate $= b$ ist. Der Winkel, den sie im Durchschnitte bilden, ist in der Lemniscata ein rechter, in der andern Curve *arc. tg.* 2.

Jeder cylindrisch kreisförmige Ring hat aufser einem der Lemniscata ähnlichen Schnitte von vier ähnlichen und gleichen Quadranten, einen Durchschnitt, der eine *Cassini*sche Curve giebt, in der das Product der Entfernungen jedes Puncts von zweien festen Puncten constant ist.

Es seien die Coordinaten y, z der beiden festen Puncte $-f$, 0 und $+f$, 0, so sind die Entfernungen r, r' eines Puncts der Curve von denselben

$$r = \sqrt{((y+f)^2+z^2)}$$
$$r' = \sqrt{((y-f)^2+z^2)}$$

ist nun $rr' = kk$, wo k constant ist, so wird

$$\{(y+f)^2+z^2\}\{(y-f)^2+z^2\} = k^4$$
$$\{y^2+z^2+f^2+2fy\}\{y^2+z^2+f^2-2fy\} = k^4, \text{ oder}$$
$$(y^2+z^2+f^2)^2 = k^4+4f^2y^2.$$

Dieselbe Gleichung ergiebt sich aus der Gleichung für die Ringfläche

$$\{x^2+y^2+z^2+a^2-b^2\}^2 = 4a^2(x^2+y^2)$$

wenn man

$$f^2 = x^2+a^2-b^2$$
$$k^4 = 4a^2x^2$$
$$4f^2 = 4a^2,$$

oder

$$f = a; \quad x = b; \quad k = \sqrt{(2ab)}$$

setzt, oder der Schnitt geht parallel mit der Axe in der Entfernung des Halbmessers der Dicke des Ringes von derselben.

In dem Falle, dafs $a = 2b$ trifft dieser Schnitt mit den lemniscataähnlichen Schnitten zusammen, und wird die einfache Lemniscata, die bekanntlich auch die Eigenschaft der *Cassini*schen Curve besitzt.

Bei andern Verhältnissen der Dimensionen a und b sind die beiden Schnitte verschieden.

Th. Clausen.

Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1842. Januar 17

Ihrer gütigen Erlaubnifs zufolge habe ich die Ehre Ihnen hiemit den Anfang meines Sterncatalogs zu senden; zu dem ich nur ein Paar Bemerkungen machen werde.

Der Catalog wird über 5500 gröfstentheils bis dahin unbeobachteter Sterne von der 7ten Gröfse abwärts enthalten, und wird bei Cometen-Beobachtungen mit Vergleichungs-Sternen aushelfen können; namentlich wird er in der Bahn des *Halley*schen Cometen bei seiner letzten Erscheinung sehr reichhaltig gefunden werden. Die Gröfsen der Sterne sind nur sparsam angemerkt, wo sie aber fehlen, können die Sterne als unter der 7ten Gröfse angenommen werden.

Der Catalog wird Stundenweise erscheinen. Jede Stunde wird successive besonders herausgegeben.

Die Logarithmen von a, b, c, d sind in die Reihenfolge der correspondirenden Logarithmen von A, B, C, D des Nautical Almanacs geordnet. Die erste Stunde wird Anfang Februars, und dann monatlich eine andere erscheinen.

Sollten Sie nun die grofse Güte haben wollen sich zur Annahme von Bestellungen zu erbieten, so würden Sie mich unendlich verpflichten. Diese Stunden könnten etwa an die Empfänger zugleich mit den Astron. Nachr. versandt werden. Da es mir in Ansehung der Bestellungen nur darauf ankömmt, dafs die Druckkosten einigermaafsen gedeckt werden, so wird der Preis verhältnifsmäfsig geringe gestellt werden.

C. Rümker.

Anmerkung. Ich will sehr gern Bestellungen auf Herrn *Rümkers* Catalog annehmen, von dem ich in der Beilage den Anfang als Probe gebe. Er beruhet auf Beobachtungen, die Herr *Rümker* auf der Hamburger Sternwarte, an dem *Repsold*schen Meridiankreise gemacht hat. *S.*

Digitized by Google

BEILAGE ZU Nr. 442. DER ASTRONOM

Anfang von Herrn *Rümkers* Sterncatalo

Nr. d. Cat. od. Sterne Name.	Grös. se.	Rectascension Jan. 1. 1836.	Zahld. Beob.	Jährl. Praec.	Declination Jan. 1. 1836.	Zahld. Beob.	Jährl. Praec.	Log a	Log b
1	8	0h 0′ 26″379	1	+3,070	+39° 42′ 58″22	1	+20,04	+8,9379	+6,2
2	8	0 0 41,619	2	3,073	49 54 59,45	1	20,04	9,0151	6,5
3		0 0 48,371	1	3,073	49 54 39,67	1	20,04	9,0151	6,5
4		0 0 51,880	1	3,074	49 55 52,98	1	20,04	9,0152	6,5
5		0 0 52,212	1	3,077	63 2 29,40	1	20,04	9,1675	6,7
6		0 1 13,452	2	3,077	51 6 56,91	2	20,04	9,0265	6,7
7		0 1 19,983	2	3,078	51 7 44,03	2	20,04	9,0263	6,7
8		0 1 35,559	4	3,079	49 53 40,12	4	20,04	9,0149	6,8
9		0 1 44,571	2	3,080	49 58 20,52	2	20,04	9,0154	6,8
10		0 2 31,712	2	3,080	38 20 51,76	2	20,04	8,9295	6,9
11		0 2 54,156	1	3,101	63 1 18,50	1	20,04	9,1671	7,2
12		0 3 17,952	2	3,090	50 4 37,82	2	20,04	9,0166	7,1
13		0 4 30,147	2	3,120	63 26 14,88	2	20,04	9,1734	7,4
γ Pegasi	3	0 4 47,855	10	3,075	14 16 17,31	10	20,04	8,8374	7,1
15		0 4 53,778	2	3,124	63 4 14,82	2	20,04	9,1678	7,4
16	7	0 5 1,802	1	3,128	63 57 7,94	1	20,04	9,1812	7,5
17		0 5 17,009	1	3,128	62 49 48,75	1	20,04	9,1643	7,5
18		0 5 58,225	3	3,138	63 39 15,56	3	20,04	9,1766	7,5
19	6	0 5 59,691	2	3,078	15 43 47,49	2	20,03	8,8403	7,2
ε Pegasi	5.6	0 6 7,630	3	3,081	19 17 38,93	3	20,03	8,8488	7,2
21	7	0 6 27,375	2	3,142	62 49 51,02	2	20,03	9,1641	7,6
22	7	0 7 5,396	2	3,078	12 30 26,36	2	20,03	8,8342	7,3
23		0 7 25,693	3	3,101	37 50 48,43	3	20,03	8,9263	7,4
24	9	0 7 49,576	3	3,081	15 44 17,35	2	20,03	8,8401	7,3
25		0 8 9,851	4	3,160	62 38 28,72	5	20,03	9,1611	7,7
26		0 8 16,267	3	3,123	48 33 2,23	3	20,03	9,0028	7,5
73 Piscium	7	0 8 18,579	2	3,079	13 0 17,32	2	20,03	8,8349	7,3
28		0 8 28,866	1	3,122	47 39 8,34	1	20,03	8,9952	7,5
29		0 8 31,394	2	3,121	47 2 8,60	2	20,03	8,9901	7,5
θ Androm.	5	0 8 32,524	3	3,107	37 46 13,84	3	20,03	8,9257	7,4
31	7	0 9 10,747	1	3,083	15 43 20,23	1	20,02	8,8401	7,4
39 Pisc.	6.7	0 9 19,837	2	3,083	15 25 14,31	2	20,02	8,8394	7,4
dupl. 33		0 10 0,352	2	3,095	25 13 47,79	2	20,02	8,8671	7,5
34	8	0 10 6,847	2	3,182	62 39 37,92	2	20,02	9,1615	7,8
35		0 10 13,741	2	3,080	11 47 5,38	2	20,02	8,8328	7,4
36		0 10 35,126	2	3,137	48 1 10,63	2	20,02	8,9981	7,6
37	7	0 10 48,718	2	3,083	13 8 40,70	2	20,02	8,8349	7,5
38		0 10 51,043	2	3,098	25 32 34,62	2	20,02	8,8681	7,5
39	7	0 10 58,411	2	3,083	+12 57 6,82	2	20,02	8,8345	7,5
9 Ceti	4	0 11 4,168	2	3,056	— 9 44 0,38	1	20,02	8,8297	7,5
41	7	0 11 6,093	1	3,193	+62 39 38,79	1	20,02	9,1613	7,8
42		0 11 24,168	3	3,141	47 57 17,32	3	20,02	8,9975	7,6
43		0 11 26,653	7	3,119	37 19 41,09	7	20,02	8,9229	7,6
40 Pisci	6	0 11 28,238	2	3,086	15 20 24,65	2	20,02	8,8392	7,5
45		0 11 49,038	2	3,145	48 3 28,80	2	20,01	8,9983	7,7
46		0 11 51,039	2	3,192	60 58 3,69	1	20,01	9,1373	7,8
47		0 12 0,910	2	3,204	62 45 22,79	2	20,01	9,1626	7,8
48		0 12 0,898	1	3,203	62 35 36,90	1	20,01	9,1601	7,8

Nr. d. Cat. od. Sterne Name.	Grös. se.	Rectasc. Jan. 1.
d Pisc.		0h 12′
50	7	0 12
51	6	0 12
52		0 12
53		0 12
54	7	0 12
55		0 12
42 Pisc.		0 13
57		0 14
58		0 15
59		0 15
60		0 16
61	7.8	0 16
62		0 16
43 Pisc.	6	0 16
64		0 16
65		0 16
66	8	0 16
67		0 16
68		0 16
69		0 16
70		0 17
71	7	0 17
72		0 17
73	10	0 17
74		0 17
75		0 17
76		0 18
77		0 18
78		0 18
79		0 18
80		0 18
81		0 19
82	7.8	0 19
83		0 19
84		0 19
85		0 19
86	6	0 19
47 Pisc.	6	0 19
48 Pisc.	6	0 19
89		0 19
90	6	0 19
91		0 19
92		0 20
93		0 20

In unserm Verla

Königsberg.

Digitized by Google

nsion 1836.	Zahld. Beob.	Jährl. Praec.	Declination Jan. 1. 1836.	Zahld. Beob.	Jährl. Praec.	Logarithmen von a	b	c	d	Logarithmen von a′	b′	c′	d′
0″112	1	+3,077	+ 7°16′ 40″17	1	+20,01	+8,8268	+7,5522	+0,4882	+7,9296	+9,6277	+9,1022	+1,3013	+8,7248
0,391	2	3,090	17 34 14,62	2	20,01	8,8440	7,5753	0,4900	8,3238	9,5994	9,4791	1,3013	8,7307
1,703	5	3,083	11 51 38,89	5	20,01	8,8326	7,5710	0,4890	8,1454	9,6166	9,3122	1,3012	8,7377
3,411	1	3,083	11 48 10,87	1	20,01	8,8325	7,5777	0,4890	8,1432	9,6164	9,3100	1,3012	8,7445
2,121	3	3,220	63 41 2,11	3	20,01	9,1765	7,9263	0,5078	9,1289	9,1526	9,9518	1,3012	8,7491
4,235	1	3,084	11 48 12,39	1	20,01	8,8325	7,5834	0,4891	8,1432	9,6164	9,3100	1,3012	8,7502
7,782	3	3,125	37 16 37,19	2	20,01	8,9224	7,6755	0,4949	8,7047	9,4930	9,7815	1,3012	8,7524
6,827	4	3,086	12 34 14,14	4	20,00	8,8336	7,6185	0,4894	8,1712	9,6133	9,3368	1,3011	8,7841
1,178	2	3,096	19 10 36,41	2	20,00	8,8477	7,6564	0,4908	8,3645	9,5897	9,5158	1,3010	8,8078
2,904	2	3,094	16 36 56,98	2	20,00	8,8415	7,6599	0,4905	8,2978	9,5989	9,4554	1,3010	8,8175
18,500	1	3,236	61 59 49,18	1	19,99	9,1513	7,9774	0,5100	9,0972	9,1608	9,9449	1,3009	8,8251
2,450	3	3,168	47 0 0,00	3	19,99	8,9890	7,8348	0,5008	8,8531	9,3890	9,8630	1,3008	8,8447
6,139	2	3,095	16 4 16,48	2	19,99	8,8400	7,6901	0,4907	8,2828	9,5993	9,4414	1,3008	8,8490
8,330	1	3,259	63 45 25,55	1	19,99	9,1773	8,0265	0,5131	9,1300	9,1096	9,9517	1,3008	8,8481
9,243	2	3,090	13 24 22,93	2	19,99	8,8347	7,6865	0,4900	8,2004	9,6083	9,3644	1,3008	8,8507
40,078	3	3,096	16 5 8,18	2	19,98	8,8399	7,7041	0,4908	8,2826	9,5987	9,4413	1,3007	8,8613
41,428	2	3,176	47 46 32,84	2	19,98	8,9953	7,8586	0,5018	8,8648	9,3762	9,8683	1,3007	8,8621
49,732	3	3,091	12 53 30,18	3	19,98	8,8337	7,7031	0,4900	8,1926	9,6092	9,3476	1,3007	8,8682
58,719	2	3,138	35 34 29,47	2	19,98	8,9124	7,7830	0,4967	8,6772	9,4912	9,7635	1,3007	8,8604
58,890	2	3,139	35 52 4,94	2	19,98	8,9140	7,7846	0,4968	8,6818	9,4890	9,7666	1,3007	8,8694
59,871	2	3,070	1 1 52,56	2	19,98	8,8228	7,6939	0,4871	7,0789	9,6361	8,2531	1,3007	8,8699
19,866	1	3,255	61 51 8,61	1	19,98	9,1488	8,0256	0,5126	9,0941	9,1418	9,9441	1,3007	8,8756
21,962	1	3,264	62 41 10,58	1	19,98	9,1609	8,0413	0,5137	9,1095	9,1202	9,9473	1,3006	8,8791
23,888	1	3,255	61 27 56,57	1	19,98	9,1435	8,0248	0,5125	9,0872	9,1480	9,9425	1,3006	8,8800
27,485	2	3,269	63 14 5,85	2	19,98	9,1692	8,0521	0,5144	9,1198	9,1062	9,9495	1,3006	8,8816
48,545	1	3,125	28 55 32,12	1	19,98	8,8805	7,7716	0,4949	8,5650	9,5344	9,6832	1,3006	8,8898
53,727	5	3,177	46 10 28,67	5	19,98	8,9822	7,8757	0,5020	8,8404	9,3870	9,8569	1,3006	8,8922
18,556	1	3,280	63 16		19,98	9,1694	8,0730	0,5159	9,1203	9,0938	9,9495	1,3005	8,9022
24,840	1	3,268	61 49 29,11	1	19,98	9,1484	8,0540	0,5143	9,0936	9,1277	9,9438	1,3005	8,9042
29,460	2	3,100	16 10 58,17	2	19,98	8,8401	7,7475	0,4913	8,2852	9,5959	9,4438	1,3005	8,9060
44,864	1	3,268	61 21 42,99	1	19,97	9,1418	8,0553	0,5143	9,0852	9,1345	9,9418	1,3004	8,9120
47,480	1	3,105	18 28 6,30	1	19,97	8,8454	7,7604	0,4920	8,3461	9,5862	9,4992	1,3004	8,9135
1,917	2	3,095	13 31 6,29	2	19,97	8,8346	7,7548	0,4906	8,2033	9,6049	9,3672	1,3004	8,9187
4,987	5	3,105	18 38 34,52	5	19,97	8,8458	7,7672	0,4921	8,3505	9,5850	9,5032	1,3004	8,9199
16,10	2	3,093	12 47 51,17	2	19,97	8,8333	7,7596	0,4904	8,1788	9,6071	9,3440	1,3004	8,9240
17,70	1	3,103	17 8 10,49	1	19,97	8,8420	7,7681	0,4917	8,3112	9,5911	9,4676	1,3003	8,9245
22,052	1	3,285	62 29 53,74	1	19,97	9,1578	8,0857	0,5165	9,1057	9,0986	9,9463	1,3003	8,9263
26,855	7	3,106	18 36 22,13	2	19,97	8,8456	7,7754	0,4922	8,3495	9,5847	9,5023	1,3003	8,9282
30,478	4	3,103	16 59 2,38	4	19,97	8,8417	7,7726	0,4917	8,3072	9,5914	9,4639	1,3003	8,9293
41,971	1	3,100	15 52 13,93	1	19,97	8,8385	7,7738	0,4913	8,2664	9,6190	9,4263	1,3003	8,9337
53,743	2	3,292	62 36 4,15	1	19,97	9,1593	8,0990	0,5174	9,1077	9,0892	9,9467	1,3003	8,9381
54,649	1	3,242	56 18 8,36	1	19,97	9,0781	8,0178	0,5108	8,9982	9,2271	9,9185	1,3003	8,9381
58,726	3	3,291	62 34 21,34	2	19,97	9,1588	8,0979	0,5173	9,1070	9,0903	9,9466	1,3003	8,9395
3,711	3	3,301	63 20 30,42	3	19,96	9,1702	8,1136	0,5186	9,1213	9,0671	9,9495	1,3002	8,9417
15,262	6	3,154	35 59 29,77	6	19,96	8,9142	7,8616	0,4988	8,6833	9,4761	9,7674	1,3002	8,9457

ge ist so eben erschienen und in allen Buchhandlungen zu haben:

Astronomische Untersuchungen von *F. W. Bessel.* Erster Theil. gr. 4. 5 Rthlr. 8 ggr. (10 Sgr.)

Gebr. *Borntraeger.*

Altona 1842. März 3.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 443.

Wiederkehr des *Pons*schen Cometen 1842. *)

Von Herrn Professor *Encke*.

Sehr spät, fast zu spät für den wirklichen Gebrauch, erfolgt hiebei die Ephemeride des *Pons*'schen Cometen für seine gegenwärtige Wiederkehr im Jahre 1842. Ich glaubte nach den früheren Beobachtungen, dafs der Comet auf der nördlichen Halbkugel nicht sichtbar sein würde, und hielt es deshalb für überflüssig eine Ephemeride bekannt zu machen. Auf der südlichen Halbkugel ist er gewifs sichtbar, und deshalb hatte ich auch schon, am Ende des vorigen Jahres, Herrn Professor *Airy* die Ephemeride zugesandt, mit der Bitte ihre Weiterbeförderung nach dem Vorgebirge der guten Hoffnung gefälligst zu besorgen. Gestern Abend indessen fand mein Gehülfe, Herr *Galle*, fast genau an dem Orte der Ephemeride, einen sehr schwachen Nebel, von dem ich, da er innerhalb 2′ nach der vorläufigen Reduktion von dem Cometen-Orte liegt, nicht zweifle, dafs es der Comet ist. Da sonach die Sichtbarkeit für starke Fernröhre höchst wahrscheinlich ist, so beeile ich mich meine Versäumnifs so viel als möglich nachzuholen.

Die abgeleiteten Elemente sind nur vorläufig, da die Reduktion der hiesigen Beobachtungen von 1838 noch nicht beendigt ist, wegen der durch andere Arbeiten verzögerten Bestimmung der verglichenen Sterne. Sie beruht deshalb nur auf einer angenäherten Verbesserung der früheren Elemente.

Zu diesem Zwecke habe ich die sämmtlichen neuesten Planetenmassen, von denen die gröfseren jetzt sehr sicher zu seyn scheinen, in die früheren Störungsrechnungen eingeführt. Da es vielleicht von Interesse ist, die successiven Aenderungen derselben, von der Zeit an wo zuerst der Begriff festgestellt war, übersehen zu können, so lege ich eine Tabelle bei, welche die Planetenmassen angiebt, die wirklich in Gebrauch gewesen sind. Sie sind chronologisch geordnet, und die Columne des Correctionsfactors giebt jedesmal an, um wie viel eine neue Bestimmung gegen die unmittelbar vorhergehende gröfser oder kleiner ist.

Die Zahl für die Merkursmasse rührt von *Lagrange* her. Es ist in der That auffallend, dafs *Laplace* auch bei dieser Nebenbetrachtung des Namens *Lagrange* durchaus nicht erwähnt, während der letztere seine Vorgänger immer sehr genau angiebt. Sie beruht auf der von *Euler* zuerst aufgestellten Hypothese, dafs die Dichtigkeiten der Planeten nach der Sonne zu beträchtlich zunehmen, wobei das Gesetz der Zunahme aus den durch Trabanten-Elongationen bestimmten Massen von Saturn, Jupiter und Erde näherungsweise zu ermitteln versucht ward. *Lagrange* nimmt das Gesetz so an, dafs die Dichtigkeiten sich umgekehrt wie die Quadratwurzel aus der halben grofsen Axe der Planetenbahn verhalten, und hat auf diese Weise seine Zahl für Mars, Venus und Merkur gefunden, indem er die besten ihm bekannten Data für das Volumen benutzte. Bei Mars und Venus sind starke Correctionen, Verminderung beider Angaben um ihren dritten Theil nöthig gewesen, so dafs hiernach schon Merkur eine noch stärkere Verminderung erleiden mufs.

Die Bestimmung der Merkursmasse habe ich aus dem letzten Durchgange des Cometen im Jahre 1838 versucht. Es zeigte sich nämlich, dafs die aus sämmtlichen Erscheinungen bis 1828 inclusive abgeleiteten Elemente, die in den Astron. Nachrichten gegeben sind, im Jahre 1832 und 1835 nur sehr geringe Abweichungen von den Beobachtungen gaben, welche durch die angebrachten Correctionen in der Zeit des Durchgangs, von +14′ in Zeit bei 1832, und −23′ in Zeit bei 1835, sich wegschaffen liefsen. Dagegen erforderte die Erscheinung von 1838 eine Correction von +66′ in der Zeit des Durchgangs. Diese steht höchst wahrscheinlich in Verbindung mit der grofsen Nähe des Merkurs und des Cometen 1835 Aug. 26, und da die übrigen bedeutenden Massen sehr genau, die schwächeren doch wenigstens näherungsweise ermittelt sind, so versuchte ich die Mercursmasse dadurch zu bestimmen, dafs ich die gefundenen Unterschiede zwischen Beobachtungen und Rechnung durch eine Aenderung der Merkursmasse beseitigte.

Wenn man hier die kleineren Fehler 1832 und 1835 ganz bei Seite setzt, oder die Elemente bis 1835 incl. als richtig ansieht, und nur auf die Abweichung 1838 eingeht, so findet sich eine Merkursmasse $\frac{1}{3091037}$ um $\frac{1}{3}$ kleiner, als die von *Lagrange*. Berücksichtigt man aber alle Fehler von 1832, 1835 und 1838 zugleich, so findet sich die Merkursmasse $= \frac{1}{4865751}$. So unsicher diese Zahlen, besonders bei der nur vorläufigen Reduktion, und Behandlung der Bedingungs-

*) Herr Professor *Encke* nennt den Cometen, der in diesen Blättern immer, und auch sonst allgemein, der *Encke*sche Comet genannt wird, bekanntlich den *Pons*schen Cometen. *S.*

Digitized by Google

gleichungen auch sind, so scheint es mir doch erwiesen, dafs die Merkursmasse sehr stark vermindert werden mufs, und ich habe mich an die letzte Zahl gehalten, oder werde vielmehr sie noch benutzen, weil sich bei ihr, statt der *Lagrange*schen Hypothese über die Zunahme der Dichtigkeit eine andere an sich nicht unwahrscheinliche darbietet. Es sind nämlich, nach *Hansen's* Zusammenstellung in Ihrem Jahrbuch, die Dichtigkeiten für:

Sonne	0,252
Uranus	0,242
Saturn	0,138
Jupiter	0,238
Mars	0,948
Erde	1,000
Venus	0,923.

Mit der *Lagrange*schen Masse würde die Dichtigkeit des Merkur 2,94. Dagegen mit meiner letzten Zahl, die Dichtigkeit ☿ 1,12. Sonach haben in dem Falle, dafs die letzte Zahl der Wahrheit näher kommt, die kleineren Planeten Mars, Erde, Venus, Merkur nahe gleiche Dichtigkeit = 1, die gröfseren Körper unseres Sonnensystems Sonne, Uranus, Saturn, Jupiter nahe gleiche Dichtigkeit = ¼, wo die Abweichung bei Saturn unwillkührlich an seine Ringgestalt erinnert. Auch ist es merkwürdig, dafs der Sprung in den Dichtigkeiten gerade zwischen Mars und Jupiter stattfindet, in einem Raume, welchem die vier kleinen Planeten, und in gewissem Sinne die beiden periodischen Cometen, angehören.

Bei der Einführung dieser letzten Zahl bleibt die Constante des Widerstandes völlig ungeändert. Die strengere Behandlung sämmtlicher 7 Durchgänge 1819—1838 mufs weiter hierüber entscheiden.

Aus dieser vorläufigen Verbesserung der Elemente sind die für 1842 angegebenen so entstanden, dafs von 1838—1842 blofs die Jupitersstörungen angebracht sind. Die Berechnung derselben hat Herr *Seidl* aus Hof ausgeführt, der hier mit grofsem Erfolge sich mit astronomischen Rechnungen beschäftigt. Die Ephemeride selbst verdanke ich der Gefälligkeit des Herrn Dr. *Bremiker*.

Berlin, den 9ten Febr. 1842. *Encke.*

Tafel der allmähligen Verbesserungen der Planetenmassen.

Planet.	Masse.	Correct. fact. gegen die nächstvorhergehende.	Quelle.
Uranus	$\frac{1}{19504}$		Méc. cél. T. III. pag. 62.
	$\frac{1}{17918}$	$1+\frac{1}{11.3}$	*Bouv.* Tabl. de Jupiter, Saturne et Uranus. Introd. II.
	$\frac{1}{24903}$	$1-\frac{1}{3.7}$	*Lamont* Mém. Astr. Soc. XI. 51.
Saturn	$\frac{1}{3021}$		*Newton* Princ. Lib. III. Prop. 8.
	$\frac{1}{3358.40}$	$1-\frac{1}{10}$	*Lagrange* Mém. de Berlin 1782 pag. 186.
	$\frac{1}{3359.40}$	$1-\frac{1}{3359}$	*Laplace* Méc. cel. T. III. pag. 61.
	$\frac{1}{3512}$	$1-\frac{1}{23}$	*Bouvard* Tabl. de Jupiter, Saturn et Uranus. Introd. II.
	$\frac{1}{3500.2}$	$1+\frac{1}{267}$	*Bessel* Astr. Nachr. Nr. 214.
	$\frac{1}{3501.6}$	$1-\frac{1}{2500}$	*Bessel* Astr. Nachr. Nr. 242.
Jupiter	$\frac{1}{1067}$		*Newton* Princ. Lib. III. Prop. 8.
	$\frac{1}{1067.195}$	$1-\frac{1}{5473}$	*Lagrange* Mém. de Berl. 1782 pag. 183.
	$\frac{1}{1067.09}$	$1+\frac{1}{10000}$	*Laplace* Méc. cél. T. III. pag. 62.
	$\frac{1}{1070.5}$	$1-\frac{1}{214}$	*Bouvard* Tabl. de Jupiter, Saturne et Uranus. Introd. II.
	$\frac{1}{1053.924}$	$1+\frac{1}{63.6}$	*Nicolai* Astron. Jahrbuch 1826 pag. 226.
	$\frac{1}{1050.36}$	$1+\frac{1}{295}$	*Encke* Abhandl. der Berl. Akad. 1826. pag. 267.
	$\frac{1}{1046.77}$	$1+\frac{1}{283}$	*Airy* Mem. Astr. Soc. X. 47.
	$\frac{1}{1047.871}$	$1-\frac{1}{952}$	*Bessel* Comptes rendus 1841.
Mars	$\frac{1}{1846052}$	hypothet.	*Lagrange* Mém. de Berl. 1782 pag. 190.
	$\frac{1}{2546320}$	$1-\frac{1}{3.6}$	*Delambre* Méc. cél. T. III. pag. 157.
	$\frac{1}{2680337}$	$1-\frac{1}{20}$	*Burckhardt* Conn. d. t. 1816. 343.
Erde	$\frac{1}{169282}$ *)		*Newton* Princ Lib. III. Prop. 8 Sol. parall. 10″5.
	$\frac{1}{365561}$	$1-\frac{7}{15}$	*Lagrange* Mém. de Berl. 1782. pag. 181.
	$\frac{1}{329630}$	$1+\frac{1}{9.2}$	*Laplace* Méc. cél. T. III. pag. 63.
	$\frac{1}{359551}$	$1-\frac{1}{12}$	*Encke* aus Sonnenparall. = 8,57116.

*) Bei dieser Zahl scheint ein Rechnungsfehler vorgefallen, da sie mit den anderen von *Newton* angegebenen nicht stimmt.

Digitized by Google

Planet.	Masse.	Correct. fact. gegen die nächstvorhergehende.	Quelle.
Venus	$\frac{1}{2\,7\,8\,7\,7\,7}$	hypothet	*Lagrange* Mém. de Berl. 1782 pag. 190.
	$\frac{1}{3\,5\,3\,1\,3\,7}$	$1-\frac{1}{3,7}$	*Laplace* Méc. cél. T. III. pag. 63.
	$\frac{1}{4\,5\,6\,6\,3\,3}$	$1+\frac{1}{13,5}$	*Delambre* Méc. cél. T. III. pag. 156.
	$\frac{1}{4\,0\,1\,8\,3\,9}$	$1-\frac{1}{8,9}$	*Burckhardt* Conn. d. t. 1816 343.
Merkur	$\frac{1}{2\,0\,2\,3\,6\,1\,6}$	hypothet	*Lagrange* Mém. de Berl. 1782 pag. 190.
	$\frac{1}{4\,8\,6\,5\,7\,7\,1}$	$1-\frac{7}{15}$	*Encke.*

Ephemeride des *Pons*'schen Cometen 1842.

Elemente.

Epoche 1842 April 12. 0^h mittl. Berl. Zt.

Mittl. Anom. ..... 359°58′34″3
Mittl. tägl. sid. Bew. 1070″61433
Excentricit. Winkel 57°39′13″8 ($e = \sin\varphi$)
Länge des Perihels 157 30 4,7 } Mittl. Aeq.
Aufsteig. Knoten... 334 39 1,8 } 1842 April 12.
Neigung 13 20 24,8

0^h Mittl. Berl. Zt.	AR. Com.	Aberr.	Decl. Com.	Aberr.	Log. Distanz Com. v. ♃	Com. v. ☉
Jan. 26	351°30′ 5″	−14″2	+ 4°46′57″	−5″4	0,29172	
28	352 13 3	14,5	5 8 20	5,6	0,29020	
30	352 57 19	14,9	5 20 21	5,8	0,28847	0,15938
Febr. 1	353 42 55	15,3	5 38 0	6,0	0,28652	
3	354 29 53	15,7	5 56 17	6,1	0,28433	
5	355 18 14	16,1	6 15 13	6,3	0,28192	
7	356 8 1	16,4	6 34 47	6,4	0,27925	0,12431
9	356 59 15	16,8	6 54 59	6,5	0,27634	
11	357 51 59	17,2	7 15 49	6,6	0,27316	
13	358 46 15	17,6	7 37 16	6,8	0,26971	
15	359 42 6	17,9	7 59 21	7,0	0,26598	0,08421
17	0 39 36	18,3	8 22 3	7,2	0,26196	
19	1 38 47	18,6	8 45 22	7,3	0,25762	
21	2 39 44	19,0	9 9 17	7,4	0,25297	
23	3 42 32	19,3	9 33 47	7,5	0,24799	0,03759
25	4 47 17	19,7	9 58 51	7,6	0,24265	
27	5 54 3	20,1	10 24 29	7,7	0,23694	
März 1	7 2 57	20,5	10 50 39	7,8	0,23084	
3	8 14 6	20,8	11 17 20	7,8	0,22433	9,98237
5	9 27 37	21,2	11 44 29	7,8	0,21736	
7	10 43 39	21,5	12 12 4	7,7	0,20992	
9	12 2 18	21,9	12 39 59	7,6	0,20197	
11	13 23 44	22,2	13 8 11	7,5	0,19345	9,91550
13	14 48 4	22,5	13 36 32	7,4	0,18433	
15	16 15 28	22,8	14 4 54	7,2	0,17454	
17	17 46 2	23,1	14 33 5	7,0	0,16401	
19	19 19 51	23,3	15 0 50	6,7	0,15267	9,83250
21	20 56 58	23,4	15 27 51	6,3	0,14041	
23	22 37 20	23,4	15 53 40	5,7	0,12713	
25	24 20 48	23,4	16 17 46	5,0	0,11268	
27	26 7 0	23,1	16 39 22	4,2	0,09691	9,72841
29	27 55 11	22,5	16 57 28	3,2	0,07962	
31	29 44 9	21,4	17 10 46	2,0	0,06061	

0^h Mittl. Berl. Zt.	AR. Com.	Aberr.	Decl. Com.	Aberr.	Log. Distanz Com. v. ♃	Com. v. ☉
April 2	31°31′54″	−19,9	+17°17′28″	−0″5	0,03964	
4	33 15 24	17,8	17 15 17	+ 1,3	0,01650	9,60828
6	34 50 12	14,8	17 1 20	3,5	9,99102	
8	36 10 22	11,1	16 32 19	5,9	9,96325	
10	37 8 46	6,6	15 44 48	8,5	9,93347	
12	37 38 22	1,8	14 36 1	10,9	9,90241	9,53775
14	37 33 57	+ 2,8	13 4 45	12,9	9,87118	
16	36 53 55	6,8	11 12 0	14,6	9,84115	
18	35 40 44	9,7	9 1 3	15,4	9,81365	
20	34 0 5	11,8	6 36 53	15,7	9,78968	9,60596
22	31 59 10	12,9	4 5 15	15,5	9,76985	
24	29 45 28	13,4	+ 1 31 50	14,8	9,75428	
26	27 25 26	13,4	− 0 58 32	14,0	9,74276	
28	25 4 15	13,0	3 22 15	13,0	9,73482	9,72610
30	22 45 37	12,5	5 37 0	12,0	9,72987	
Mai 2	20 31 57	11,9	7 41 41	10,9	9,72732	
4	18 24 36	11,3	9 36 5	10,0	9,72658	
6	16 24 5	10,7	11 20 40	9,1	9,72716	9,83064
8	14 30 21	10,1	12 56 16	8,4	9,72866	
10	12 43 0	9,6	14 23 53	7,7	9,73074	
12	11 1 20	9,2	15 44 38	7,2	9,73316	
14	9 24 36	8,8	16 59 32	6,7	9,73574	9,91400
16	7 51 55	8,5	18 9 34	6,4	9,73834	
18	6 22 28	8,3	19 15 36	6,1	9,74088	
20	4 55 23	8,2	20 18 25	5,9	9,74329	
22	3 29 53	8,1	21 18 39	5,7	9,74554	9,98115
24	2 5 12	8,1	22 16 53	5,6	9,74763	
26	0 40 35	8,2	23 13 34	5,4	9,74954	
28	359 15 21	8,3	24 9 6	5,4	9,75130	
30	357 48 51	8,5	25 3 48	5,3	9,75292	0,03658
Juni 1	356 20 27	8,7	25 57 53	5,2	9,75446	
3	354 49 34	9,0	26 51 30	5,2	9,75595	
5	353 15 40	9,4	27 44 42	5,2	9,75743	
7	351 38 16	9,8	28 37 31	5,2	9,75897	0,08338
9	349 56 57	10,2	29 29 52	5,2	9,76064	
11	348 11 24	10,7	30 21 36	5,1	9,76248	
13	346 21 21	11,2	31 12 29	5,0	9,76458	
15	344 26 39	11,7	32 2 15	4,9	9,76698	0,12357
17	342 27 16	12,2	32 50 36	4,8	9,76976	
19	340 23 17	12,8	33 37 16	4,6	9,77298	
21	338 14 54	13,3	34 21 35	4,4	9,77668	
23	336 2 26	13,9	35 3 29	4,2	9,78092	0,15871
25	333 46 18	14,4	35 42 28	3,9	9,78574	
27	331 27 4	14,9	36 18 12	3,6	9,79117	

Digitized by Google

0h Mittl. Berl. Zt.	AR. Com.	Aberr.	Decl. Com.	Aberr.	Log. Distanz Com. v. ☿	Com. v. ☉
Juni 29	329° 5′ 24″	+15″3	−36° 50′ 22″	+ 3″3	9,79724	
Juli 1	326 42 7	15,7	37 18 43	2,9	9,80397	0,18978
3	324 18 5	16,0	37 43 1	2,5	9,81136	
5	321 54 12	16,2	38 3 9	2,0	9,81942	
7	319 31 28	16,3	38 19 3	1,6	9,82812	
9	317 10 50	16,4	38 30 46	1,1	9,83745	0,21756
11	314 53 15	16,3	38 38 24	0,7	9,84738	
13	312 39 31	16,2	38 42 9	0,2	9,85786	

0h Mittl. Berl. Zt.	AR. Com.	Aberr.	Decl. Com.	Aberr.	Log. Distanz Com. v. ☿	Com. v. ☉
Juli 15	310° 30′ 26″	+16″0	−38° 42′ 14″	−0″2	9,86886	
17	308 26 37	15,7	38 38 39	0,6	9,88032	0,24259
19	306 28 33	15,3	38 32 43	1,0	9,89220	
21	304 36 35	14,9	38 23 47	1,4	9,90448	
23	302 51 0	14,4	38 12 32	1,7	9,91697	
25	301 11 54	13,9	37 59 18	2,1	9,92977	0,26541
27	299 39 21	13,3	37 44 24	2,3	9,94278	
29	298 13 17	12,8	37 28 9	2,6	9,95596	

Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und der Knotenlinie des Mondes, verglichen mit Herrn *Planas* Théorie du mouvement de la Lune, und Herrn *Damoiseaus* Resultaten.

Von Herrn Professor *Hansen*.

Mit der Berechnung der Säcularänderungen des Mondes ist nach meiner Methode die definitive Berechnung der Bewegung der Apsiden- und Knotenlinie des Mondes verbunden. Meine Rechnung giebt in Bezeichnungen der Fundamenta

$$\gamma - 2\eta = 1758''138; \quad \alpha + \eta = 836''5309.$$

Hieraus folgt

Bewegung der Apsidenlinie in 365¼ Tagen = 146429″9
—— —— Knotenlinie —— —— = 69672,08

wobei aber die Abplattung der Erde noch nicht berücksichtigt ist, eine Arbeit, welche ich erst heute angefangen habe. Nehmen wir die Einwirkung dieser einstweilen aus der Méc. cél., dann müssen wir zu jeder dieser beiden Bewegungen + 4″5 addiren, und haben also

Bewegung der Apsidenlinie in 365¼ Tagen = 146434″4. Die Mondstafeln { 146436″1 / 69680,4 } enthalten Diff. { + 1″7 / + 3,8 }
—— —— Knotenlinie —— —— = 69676,6

Diese Differenz in der Bewegung der Apsidenlinie ist für geringe zu achten, und kann vielleicht von Fehlern in den Hunderttheilen von Secunden in meinen Coefficienten der periodischen Störungen herrühren *), aber die Differenz in der Bewegung der Knotenlinie ist gröfser als dafs sie aus dieser Ursache erklärt werden könnte, eben so wenig kann ich Fehler in meiner Rechnung annehmen. Die Differenz des obigen Resultats der letzten Approximation mit dem der vorletzten Approximation beträgt nur 1″. Wenn also nicht etwa die Einwirkung der Abplattung der Erde beträchtlich anders ist, wie *Laplace* sie angegeben hat, welches hiebei aber kaum anzunehmen ist, oder die in unsern bisherigen Mondtafeln angenommene Knotenbewegung unrichtig wäre, dann scheint hierauf noch eine andere Ursache einzuwirken. Die Abweichung des Mondkörpers von der Kugelgestalt kann Einfluſs haben, und es ist daher zu untersuchen, ob ein Einfluſs von der Gröfse der obigen Differenz eine übrigens annehmbare Gestalt des Mondkörpers giebt. Diese Untersuchung werde ich später hier vornehmen.

Unter den analytischen Ausdrücken für die Störungen des Mondes, welche *Plana* gegeben hat, ist der Ausdruck für die Bewegung der Knotenlinie einer von den wenigen, in welchen die numerischen Werthe der Glieder von verschiedener Ordnung eine merkliche Abnahme, oder Convergenz zeigen, ich werde daher sein Resultat mit dem obigen vergleichen. Es findet sich in der Théorie du mouvement de la Lune, Tome I. p. 486 mit entgegengesetztem Zeichen wie folgt:

$$\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{3}{4}m^2 - \frac{9}{32}m^3 - \frac{273}{128}m^4 - \frac{9797}{2048}m^5 - \frac{199273}{24576}m^6 - \frac{6687733}{589824}m^7\right) \\
+ e^2\left(\frac{3}{2}m^2 + \frac{189}{32}m^3 + \frac{3027}{128}m^4 + \frac{179945}{2048}m^5\right) \\
- \gamma^2\left(\frac{3}{8}m^2 - \frac{27}{64}m^3 - \frac{243}{512}m^4 - \frac{6303}{4096}m^5\right) \\
+ E'^2\left(\frac{9}{8}m^2 - \frac{33}{32}m^3 - \frac{3261}{256}m^4 - \frac{72873}{1024}m^5\right) \\
+ e^2\gamma^2\left(\frac{27}{32}m^2 - \frac{189}{16}m^3\right) + e^2E'^2\left(\frac{9}{4}m^2 + \frac{693}{32}m^3\right) - E'^2\gamma^2\left(\frac{9}{16}m^2 - \frac{99}{64}m^3\right) \\
- e^4\left(\frac{21}{64}m^2 - \frac{675}{256}m^3\right) + \gamma^4\left(\frac{9}{32}m^2 - \frac{27}{64}m^3\right) + E'^4\left(\frac{15}{32}m^2 - \frac{9}{4}m^3\right) \\
+ b^4\left(\frac{45}{32}m^2 + \frac{1935}{512}m^3\right) + \left(1 - \frac{3}{2}\sin^2\omega\right)\frac{D^2}{a^2}\left(K_{(1)} - \Psi\right)
\end{array}\right\} \omega$$

*) Es verursacht 0″,1 Fehler im Coefficienten der Evection 1″,47 Fehler in der jährlichen Bewegung der Apsidenlinie. Die übrigen Störungscoefficienten haben aber geringeren Einfluſs darauf.

Digitized by Google

und es bedeuten hier m das Verhältnifs der mittleren Bewegungen des Mondes und der Sonne, e die Excentricität der Mond- und E' die der Sonnenbahn, γ die gegenseitige Neigung der Mond- und Sonnenbahn, b^2 das Verhältnifs der grofsen Halbachsen der Mond- und Sonnenbahn. Das letzte Glied des vorstehenden Ausdrucks rührt von der Abplattung der Erde her und ist mit *Laplace's* Angabe identisch. *Plana* hat durch diesen Ausdruck folgende numerische Werthe berechnet: (Th. d. m. de la Lune Tome 1 p. 606.)

$$\left.\begin{matrix} +\,0{,}004196425\,(2) - 0{,}000117712\,(3) \\ -\,0{,}000056761\,(4) - 0{,}000002456\,(5) \\ +\,0{,}000001368\,(6) + 0{,}000000361\,(7) \\ +\,0{,}00000026 \end{matrix}\right\} \omega = 0{,}004021485 . \nu$$

Er fügt diesen unter der Bezeichnung „Induction" das Glied 0,00000011 hinzu, da dieses aber nicht durch die analytische Entwickelung gefunden worden ist, und ich beabsichtige das Resultat dieser mit meinem oben angeführten zu vergleichen, so habe ich es weggelassen. Ich füge noch hinzu, dafs die in Klammern eingeschlossenen Zahlen (2), (3), etc. die analytische Ordnung der Glieder bezeichnen, durch welche die vorstehenden Zahlenwerthe berechnet worden sind. Nehmen wir nun für ν die mittlere Bewegung des Mondes in 365¼ Tagen an, so giebt der vorstehende Werth 69674″6 für die Bewegung der Knotenlinie in dem gleichen Zeitraume. Diese Angabe gilt aber für das Jahr 1750, während die meinige für das Jahr 1800 gilt. Da nun nach *Plana* die Säcularänderung −6″830 beträgt, so ergiebt sich für 1800 die Bewegung der Knotenlinie = 69667″8.

Die Differenz dieses Resultats mit dem meinigen ist = −8″8 und die Differenz desselben mit den Beobachtungen = −12,6. *Plana* hat hier offenbar zu wenig Glieder entwickelt. Das letzte der oben angeführten numerischen Glieder (die Summe der Glieder 7ter Ordnung) 0,000000361 giebt in der Bewegung der Knotenlinie 6″3, die Glieder höherer Ordnung können demzufolge merkliche Gröfsen hinzufügen. Noch weit weniger genau giebt *Plana's* analytische Entwickelung die Bewegung der Apsidenlinie. Die numerischen Werthe seiner analytischen Ausdrücke giebt er l. c. p. 606 wie folgt:

$$\left.\begin{matrix} 0{,}004196425\,(2) + 0{,}002942793\,(3) \\ +\,0{,}000923094\,(4) + 0{,}000273299\,(5) \\ +\,0{,}000080293\,(6) + 0{,}000023969\,(7) \\ +\,0{,}00000026 \end{matrix}\right\} \nu = 0{,}008440133 . \nu$$

Hieraus folgt für das Jahr 1750 die Bewegung der Apsidenlinie in 365¼ Tagen 146230,3 und da die Säcularänderung derselben −40″ ist, für 1800 die Bewegung der Apsidenlinie = 146190″

Die Differenz dieses Resultats mit dem meinigen ist = −244″ und die Differenz desselben mit den Beobachtungen = −246. Man sieht hieraus, dafs die analytischen Entwickelungen viel weiter hätten fortgesetzt werden müssen, um ein mit der *Newton*schen Gravitation conformes Resultat zu erhalten. *Damoiseau* giebt (Mémoires présentés par divers savans etc. Tome I. pag. 543) für diese beiden Bewegungen resp.

$\nu . 0{,}008453$ und $\nu . 0{,}0040215$

Hieraus folgt

Apsidenlinie... 146453″2, Knotenlinie... 69674″8

und zwar gelten diese Werthe für 1801. Die Differenzen derselben mit den meinigen sind

+18″8 und resp. −1″8

und die Differenz derselben mit den Beobachtungen

+17″1 und resp. −5″6.

Diese sind also weit genauer wie *Plana's* Resultate, aber es darf nicht aufser Acht gelassen werden, dafs *Damoiseau* zu wenig Decimalstellen angegeben hat, um die Secunden derselben verbürgen zu können. Eine Einheit-Aenderung in der letzten Stelle des nach *Damoiseau* eben angeführten Resultats für die Bewegung der Apsidenlinie würde 17″4 Aenderung in derselben bewirken, und es giebt also eine Einheit-Aenderung in der letzten Stelle seines Ergebnisses für die Bewegung der Knotenlinie t″7 Aenderung in dieser.

Für die Säcularänderungen habe ich folgendes Ergebnifs:

$ns = +51''110\,t^2$, Apsidenlinie....$-39''184\,t^2$,
Knotenlinie.....$-6''485\,t^2$,

werde jedoch diese noch etwas ändern müssen, da ich in der betreffenden Rechnung einen Fehler gefunden habe, den ich noch keine Zeit gehabt habe zu verbessern. Der Einfluss desselben ist aber jedenfalls geringe. Das hier angeführte Glied in ns ist sehr nahe die Säcularänderung der mittleren Anomalie.

Plana hat hiefür folgende numerische Werthe seiner analytischen Ausdrücke gegeben.

1) Säcularänderung der mittleren Länge.

$$\left.\begin{matrix} 0{,}008392850\,(2) - 0{,}000141759\,(4) \\ +\,0{,}000095632\,(5) - 0{,}000028553\,(6) \\ +\,0{,}000025333\,(7) = 0{,}008343502 \end{matrix}\right\} \int (s'^2 - E'^2)\, d\nu$$

$$+ \left\{ 0{,}010491063\,(2) + 0{,}036233414\,(4) = 0{,}046724477 \right\} \int (s'^4 - E'^4)\, d\nu$$

$$+ 0{,}000158489\,(4) \int (s'^2 - E'^2)^2\, d\nu$$

$$+ 0{,}001223951\,(2) \int (s'^6 - E'^6)\, d\nu .$$

Die ersten Glieder des mit $f(s'^2 - E'^2)\, d\nu$ multiplicirten Theils dieses Ausdruckes convergiren bedeutend, aber die Convergenz nimmt schnell ab, das Glied siebenter Ordnung ist nur sehr wenig kleiner wie das Glied sechster Ordnung. Wenn diese Abnahme der Convergenz sich in den nicht berechneten

Digitized by Google

Gliedern höherer Ordnung fortsetzt, so kann eine Divergenz daraus entstehen. Von den beiden berechneten, mit $f(s'^4 - E'^4)\,dv$ multiplicirten Gliedern, ist das Glied der vierten Ordnung $3\frac{1}{2}$mal gröfser, wie das Glied zweiter Ordnung. Hier zeigt sich also eine bedeutende Divergenz.

2. Säcularänderung der Apsidenlinie.

$$\left.\begin{matrix} 0{,}006294637\,(2) + 0{,}01079026\,(3) \\ + 0{,}007532435\,(4) + 0.004017515\,(5) \end{matrix}\right\} f(s'^2 - E'^2)\,dv$$
$$= 0{,}028634847$$

$$\left.\begin{matrix} 0{,}0078683\,(2) + 0{,}02354235\,(3) \end{matrix}\right\} f(s'^4 - E'^4)\,dv.$$
$$= 0{,}0314106$$

Diese Reihen divergiren bis auf das Glied fünfter Ordnung, welches ein wenig kleiner ist, wie das der vierten Ordnung. *Plana* fügt dem mit $f(s'^2 - E'^2)\,dv$ multiplicirten Theile dieses Ausdrucks das Glied 0,00323765 (induction) hinzu, und dieses soll seiner Erklärung zufolge (Tome I. pag. 605) die Summe der folgenden nicht analytisch entwickelten Glieder seyn, welche sich aus der Convergenz der berechneten ergiebt. Aber im vorliegenden Falle wird es mir schwer zu begreifen, wie er diesen Werth hat berechnen können, da die vorhandenen Glieder mehr divergiren wie convergiren.

3. Säcularänderung der Knotenlinie.

$$\left.\begin{matrix} 0006294657\,(2) - 0{,}00043161\,(3) \\ - 0{,}000334944\,(4) - 0{,}000138087\,(5) \end{matrix}\right\} f(s'^2 - E'^2)\,dv$$
$$= 0{,}005389996$$

$$\left.\begin{matrix} 0{,}0078683\,(2) - 0{,}00094169\,(3) \end{matrix}\right\} f(s'^4 - E'^4)\,dv$$
$$= 0{,}00692661$$

Hier ist einige Convergenz vorhanden. Mit Uebergehung der mit t^3 multiplicirten Glieder giebt *Plana*

$$f(s'^2 - E'^2)\,dv = -t^2.\,1264''127$$
$$f(s'^4 - E'^4)\,dv = -t^2.\,0''6995$$
$$f(s'^6 - E'^6)\,dv = -t^2.\,0''000297$$

wo die Einheit von t ein Zeitraum von 100 Jahren ist.

Hiemit ergeben sich die Säcularänderungen wie folgt, wobei die der mittleren Länge mit entgegengesetztem Zeichen genommen werden mufste, weil der obige Ausdruck dafür die mittlere Länge in Function der wahren Länge ausgedrückt, voraussetzt.

Mittlere Länge..... $+ t^2.10''580$
Apsidenlinie..... $- t^2.36{,}220$
Knotenlinie..... $- t^2.\ 6{,}830,$
also mittlere Anomalie... $+ t^2.46''800.$

Durch das oben angeführte Inductionsglied hat *Plana* bewirkt, dafs sich die Säcularänderung der Apsidenlinie $= -t^2.40''313$ ergiebt.

Damoiseau giebt für diese drei Gröfsen resp. (Mém. prés. etc. Tome 1. pag. 544)

$t^2.50''420$; $-t^2.39''697$; $-t^2.6''563.$

Es ist aber noch zu bemerken, dafs der diesen drei Resultaten zu Grunde gelegte Werth von $f(s'^2 - E'^2)dv$ verschieden ist. *Plana's* Werth dieser Gröfse habe ich oben angeführt. *Damoiseau* nimmt $-1214''894\,t^2$ dafür an, und aus den von mir meinen Rechnungen zu Grunde gelegten Gröfsen folgt $f(s'^2 - E'^2)\,dv = -1250''2\,t^2$. Reduciren wir *Plana's* und *Damoiseau's* Resultate auf den letzgenannten Werth dieses Integrals, so bekommen wir folgende Säcularänderungen:

	Mittl. Anomalie.	Apsidenlinie.	Knotenlinie.
Plana.....	$+t^2$ 46″285	$-t^2$ 35′821	$-t^2$ 6″755
Damoiseau..	$+t^2$ 51,884	$-t^2$ 40,850	$-t^2$ 6,754

also folgende Unterschiede mit meinen Werthen:

Plana.....	$-t^2$ 4,825	$+t^2$ 3,363	$-t^2$ 0,270
Damoiseau..	$+t^2$ 0,774	$-t^2$ 1,666	$-t^2$ 0,269

Also hier sind wieder die Differenzen zwischen *Damoiseau's* und meinen Resultaten kleiner, wie die zwischen diesen und *Plana's*, und dasselbe findet ebenfalls durchgehends bei den Coefficienten der periodischen Störungen statt.

Gotha 1842. Januar 11.

Hansen.

Zweites Schreiben des Herrn Professors *Hansen*, Directors der Seeberger Sternwarte, an den Herausgeber.

Gotha 1842. Januar 29.

Die Einwirkung der Abplattung der Erde auf die Mondbewegung habe ich nun selbst berechnet, und ein von dem *Laplace*'schen etwas abweichendes numerisches Resultat gefunden, nemlich jährliche Bewegung der Apsiden- und Knotenlinie $= 5''88$, während die Méc. cél. dafür $4''5$ angiebt. Die Ursache dieser Differenz liegt zum gröfsten Theil darin, dafs *Laplace* bei der numerischen Berechnung dieser Gröfse eine unrichtige Abplattung der Erde zu Grunde gelegt hat, nemlich $\frac{1}{312}$. Nimmt man die Abplattung nach *Bessel* $= \frac{1}{299{,}15}$ an, so giebt *Laplace's* Formel für die obige Gröfse $5''81$, sehr nahe mit meinem Resultat übereinstimmend. Dieses beruht übrigens gar nicht auf die Abplattung, sondern auf den durch die Beobachtungen bestimmten Coefficienten der vom Sinus der Mondlänge abhängenden Störung der Mondbreite, die von der Abplattung verursacht ist. Ich habe diesen Coefficienten einstweilen nach *Bürg* $= -8''0$ angenommen. Hiemit stehen nun meine für die Bewegung der Apsiden- und Knotenlinie berechneten Resultate folgendermaafsen:

Digitized by Google

Ber. Bewegung der Apsidenlinie in 365¼ Tagen = 146435″8 Diff. mit $\left\{\begin{array}{l}-0''3\\-2,4\end{array}\right.$ den Beobb.
— ——— — Knotenlinie ——— ——— = 69678,0

Die Differenzen der Rechnung und Beobachtung sind also durch diese Berichtigung bedeutend kleiner geworden.

Ich habe aufserdem aus diesen Rechnungen ein interessantes Resultat gezogen, welches meines Wissens bis jetzt noch nicht gegeben worden ist, nemlich die numerische Bestimmung der Trägheitsmomente der Erde. In den Fundamentis habe ich gezeigt, dafs die von der Figur des Erdkörpers bewirkten Störungen des Mondes von der Differenz der Trägheitsmomente der Erde abhängt, die Präcession hängt aber bekanntlich von dem Verhältnisse dieser Differenz zu dem gröfsten Trägheitsmomente ab. Die beobachtete Präcession einestheils und die beobachtete betreffende Mondstörung anderntheils geben also jede eine Gleichung, aus deren Verbindung man die Trägheitsmomente selbst berechnen kann. Die Zugrundelegung des oben angeführten *Bürg*'schen Coefficienten von —8″0 hat mir gegeben

$$C-A = MD^2\,0{,}00\,1086,$$

wo C das gröfste, und A eins der beiden (als einander gleich betrachteten) kleinern Trägheitsmomente der Erde bedeutet, und M deren Masse und D deren Halbmesser bezeichnet, auf deren numerische Werthe es hier nicht ankommt. Es liegt hiebei blofs die specielle Annahme zu Grunde, dafs die Erde ein Revolutionskörper sey, übrigens kann ihre Figur, so wie das Gesetz der Dichtigkeit in ihrem Innern beliebig seyn. Durch Hülfe der beobachteten Präcession, und mit Zugrundelegung des Werthes $\frac{1}{70}$ der Mondmasse (woraus (in *Poisson's* Bezeichnung) $\omega = 2{,}1717$ folgt) geben *Poisson's* Ausdrücke für die Präcession (Mém. de l'ac. etc. Tome VII), wenn man $A = B$ macht,

$$\frac{C-A}{C} = 0{,}003278$$

aus diesen beiden Gleichungen ergiebt sich

$$C = MD^2\,0.3311; \quad B = MD^2\,0{,}3300.$$

Diese Werthe enthalten eine schöne Bestätigung des Satzes, dafs die Dichtigkeit der Erde von ihrer Oberfläche nach dem Mittelpuukt zu wächst. Denn da das gröfste Trägheitsmoment eines homogeneu Ellipsoids $= \frac{2}{5}MD^2$, während der so eben für die Erde gefundene Werth desselben nur sehr nahe $= \frac{1}{3}MD^2$ ist, so sind für die Erklärung dieses grofsen Unterschiedes nur zwei Annahmen möglich. Nemlich entweder mufs die Figur der Erde bedeutend von der eines Revolutionsellipsoids abweichen, oder ihre Dichtigkeit mufs von der Oberfläche nach dem Mittelpunkte zu wachsen. Die erste dieser Annahmen ist durch die Gradmessungen vollständig widerlegt, und es mufs daher die zweite in der Natur statt finden.

Auch die Differenz der Trägheitsmomente der Erde ist kleiner wie in einem homogenen Revolutionsellipsoid von gleicher Abplattung mit der Erde, denn in diesem ergiebt sich

$$C-A = MD^2\,0{,}001335$$

also gröfser wie die oben gefundene Differenz der Trägheitsmomente der Erde. Untersuchen wir den Einfluſs der Beobachtungsfehler auf dieses Resultat. Die Präcession ist so genau bestimmt, dafs wir den obigen Werth von $\frac{C-A}{C}$ als fehlerfrei annehmen können. Aendern wir demzufolge den Werth von $C-A$ so ab, dafs $C = \frac{2}{5}MD^2$ sich ergebe, so müssen wir $C-A = MD^2\,0{,}00\,1311$ schreiben. Hieraus würde aber der Coefficient der erwähnten Mondstörung $= -9''66$ folgen, während *Bürg* und *Burckhardt* übereinstimmend —8″0 dafür aus den Beobachtungen gefunden haben. Diese Differenz von 1″66 kann man keinesweges als Unrichtigkeit dieser Bestimmung annehmen.

Hansen.

Mondfinsternifs am 26. Januar 1842, beobachtet am grofsen Refractor in Dorpat.

Von Herrn Hofrath *Mädler*.

Der Himmel heiter; mäfsiger SO. Therm. zu Anfang der Finsternifs —13°6 R., zu Ende derselben —14°0.

Beobachtete Eintritte.

	M.Dorp.Zt.		M.Dorp.Zt.
Anf. der Finsternifs	6h 5′ 24″	Plato II Rd.	6h 24′ 50″
Aristarch	6 11 56	Crüger	6 25 20
Riccioli	6 13 27	Copernicus I	6 26 39
Grimaldi Mitte	6 16 45	Aristoteles I	6 32 0
Cap Laplace	6 18 55	Aristoteles II	6 33 35
Kepler	6 19 43	Eudoxus	6 33 30
Plato I. Rd.	6 23 10	Caucasus Südspitze	6 34 25
Pytheas	6 24 5	Eudoxus II	6 34 5
Gassendi II.	6h 36′ 7″	Menelaus	6h 44′ 23″
Endymion I.	6 40 35	Dionysius	6 51 55
Manilius I.	6 40 47	Proclus	6 57 27
Manilius II.	6 42 5	Pitatus berührt	6 58 45
Endymion II.	6 42 40	Censorinus	7 0 30
Posidonius Mitte.	6 43 50		

Beobachtete Austritte.

Kepler	8h 10′ 5″	Dionysius	8h 27′ 59″
Aristarch	8 15 1	Censorinus	8 31 20
Copernicus I	8 16 1	Cape Laplace	8 32 20
Copernicus II	8 18 25	Manilius II.	8 31 5
Pytheas	8 22 52	Menelaus	8 35 35

Digitized by Google

	M.Dorp.Zt.		M.Dorp.Zt.
Plato I.....	8h 37′ 41″	Aristoteles II....	8h 46′ 32″
Caucasus Südsp.	8 38 13	Proclus.....	8 45 57
Plato II.....	8 39 21	Posidonius Mitte	8 46 32
Eudoxus I.....	8 44 3	Endymion I.....	8 53 41
Eudoxus II.....	8 44 55	Endymion II....	8 54 55
Aristoteles I....	8 44 55	Ende.....	8 57 5

Bereits 20 Minuten vor dem Eintritt der Finsternifs war an der Stelle des Oceanus procellarum, wo dieser östlich vom Aristarch an den Mondrand tritt, eine Schwächung des Lichts zu bemerken. Die ersten Eintritte dürften des tieferen Standes wegen etwas weniger sicher sein als die späteren und als die Austritte, deren Beobachtung dadurch sehr begünstigt ward, dafs alle Flecke ohne Ausnahme während der ganzen Dauer der Finsternifs sichtbar blieben. Bei früheren Finsternissen hatte ich sie gewöhnlich gleich nach dem Eintritt aus dem Gesicht verloren und erst bei weiter vorgerücktem Schatten im rothen Lichte wiedergesehen. Diesmal waren sie sowol im grauen und bläulichten als im rothen gebrochenen Lichte sichtbar, nur im letztern etwas besser: ich glaube dies hauptsächlich dem bei weiten lichtstärkeren Fernrohr zuschreiben zu müssen. Das Roth war sehr intensiv; ich bemerkte seine ersten Spuren 6h 22′ als der Schatten etwas über den Kepler hinaus war. Eine Viertelstunde später konnte man das lebhafte Roth schon wahrnehmen, ohne den erleuchteten Theil des Mondes aus dem Felde zu entfernen. Sterne sind während der Finsternifs nicht bedeckt worden.

Mädler.

Druckfehler in Nr. 423—426 der A. N.

pag. 238	lin. 6	v. u.	lies:	$1-e_0^2$	statt:	$1-e^2$
— 243	— 12	—	—	$=\xi,$	—	$=\xi$
— 251	— 8	—	—	Υ	—	$-\Upsilon.$
— 252	— 14	v. o.	—	$\varepsilon,$	—	ε'

pag. 253 u. f. in den Artt. 11, 12 und 16 lies allenthalben k statt $\varkappa$, ausgenommen pag. 264 lin. 11 v. u., wo $\varkappa(M+m)$ richtig ist.

Druckfehler in Nr. 438.

S. 97	Z. 7	v. u.	statt	gewählten.....	lese man	gewählter
— 100	— 9	—	—	Pag. 157.....	—	151
— 105	— 14	v. o.	—	(28) + (42) + (43).....	—	(28) + (40) + (43)
— 107	— 37	—	—	(27) = ...+ 0,017241 X.....	—	(27) = ...+ 0,017241.X.
	— 43	—	—	(33) = ...— 6,002535 XI — etc.....	—	(33) = ...— 0,002535 XI — etc.
	— 50	—	—	(40) = ...+ 0,002660 XIII — etc....	—	(40) = ...— 0,002660 XIII — etc.
— 109	— 9	—	—	.....+ 0,000704 XV.	—	.....+ 0,000204 XV.
	— 10	—	—	.....— 1,002659 IX + etc.....	—	.....— 0,002659 IX + etc.
	— 16	—	—	.....— 0,08336 XV + etc.....	—	.....— 0,008336 XV + etc.
— 112	— 13	—	—	aufgezählt.....	—	angezählt
	— 15	—	—	219° 59′ 51″242.....	—	319° 59′ 51″242.
— 113	— 18	—	—	mitteibar.....	—	unmitteibar.
— 115	— 14	—	—	$x_4^3-x_4 = +7.191$ + etc.....	—	$x_4^3-x_4 = +1.191$ + etc.....
	— 17	—	—	(ebendaher).....	—	(ebendaselbst)

(Inh. zu Nr. 438 nebst Beilage.) Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde. Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*. p. 97. — Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 117. — Sternbedeckungen beobachtet zu Breslau von 1840 Aug. 24 bis 1841 Juli 4. p. 117. — Berichtigung. p. 119.
(zu Nr. 439—441.) Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 121.
(zu Nr. 442 nebst Beil.) Ueber eine astronomische Aufgabe. Von Herrn Prof. Dr. *Grunert* in Greifswald. p. 121. — Auszug aus einem Schreiben des Sir *J. F. W. Herschel* an den Herausgeber. p. 175 — Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Th. Clausen* an den Herausgeber. p. 177. — Oppositionen der Planeten Uranus, Ceres und Vesta im Jahre 1841. Von Herrn Dr. *Sawitsch*. p. 177. — Beitrag zur Theorie der elliptischen Transcendenten. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 181. Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 183.
(zu Nr. 443.) Wiederkehr des *Encke*schen Cometen 1842. Von Herrn Prof. *Encke*. p. 185. — Tafel der allmähligen Verbesserungen der Planetenmassen und Ephemeride des *Encke*schen Cometen. p. 187 u. 189. — Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und der Knotenlinie des Mondes, etc. Von Herrn Prof. *Hansen*. p. 191. — Zweites Schreiben des Herrn Prof *Hansen*, Directors der Seeberger Sternwarte, an den Herausgeber. p. 197. — Mondfinsternifs am 25. Jan. 1842 etc. Von Herrn Hofrath *Mädler* in Dorpat. p. 197. — Druckfehler in Nr. 423—426 und Nr. 438. p. 199.

Altona 1842. März 10.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 444.

Ueber den Doppelstern p Ophiuchi.

Von Herrn Hofrath *Mädler*.

Seit *Encke* in einer besondern Abhandlung (Berliner Jahrbuch für 1832) diesen Stern als Beispiel zu seiner Theorie der Berechnung einer Doppelsternbahn gegeben hat, ist er mehrfach von Beobachtern und Berechnern untersucht worden, und wir besitzen fast über kein anderes Binarsystem ein so vollständiges Material als über dieses. Da nun auch seit der ersten Beobachtung ein Zeitraum von 62 Jahren verflossen und der Begleiter in dieser Zeit 325° seiner scheinbaren Bahn zurückgelegt hat, so lag die Aufforderung nahe, ihn abermals zu untersuchen. Zuerst möge hier eine übersichtliche Zusammenstellung der bisher berechneten Bahnen stehen.

	I. *Encke* (Astr. Jahrb. 1832)	II. *Encke* (id.)	III. *Herschel II* (Mem. of the Astr. Soc. Vol. V. p. 297.)	IV. *Mädler* (A. N. Nr. 289)	
Zeit des Perihels.....	T = 1806,877	1814,155	1807,06	1806,746	
Länge des Perihels.....	λ = 283° 3′3	259°23′0	294° 4′	287°14′4	M. Aeq. 1830
Länge des Knotens.....	Ω = 147 12,1	128 8,8	138 31	133 46,9	M. Aeq. 1830
Neigung.....	i = 46 24,9	64 10,7	48 5	42 51,9	
Excentricitäts-Winkel...	φ = 25 28,3	20 19,6	27 49	28 30,0	
Halbe grofse Axe.....	a = 4″3284	5″5538	4″392	4″3159	
Mittl. jährl. Bewegung...	μ = —292′437	—273′103	—268′872	—267′957.	

In der ersten dieser Bahnen liegen Beobachtungen bis 1823,42; in der zweiten bis 1830,43, in der dritten bis 1830,50, in der vierten endlich bis 1832,69 mit Zuziehung meiner eigenen für 1835,49 zum Grunde. Die zweite Bahn von *Encke* schliefst die Beobachtungen von 1818 bis 1823 aus.

Allein sämmtliche Bahnen lassen nicht allein grofse Unterschiede in den zum Grunde gelegten Daten, sondern auch noch gröfsere bei der Vergleichung mit späteren Beobachtungen übrig. Der Unvereinbarkeit mehrerer isolirt stehenden Daten, die noch eine genügende Erklärung zulassen, nicht zu gedenken, so fand schon *Encke*, dafs die Aenderung der Distanzen von 1825—30 mit den Beobachtungen von 1818 bis 1823 sich in keiner Weise, wenn man das *Newton*sche Gesetz zum Grunde legt, vereinigen lassen. In der That weicht die zweite, auf jene Distanzen gegründete Bahn nicht weniger als 30° von dem *Struve*schen Positionswinkel für 1819 ab.

Damals war es am natürlichsten, den Grund der Abweichung in den Distanzen zu suchen. Nicht allein zeigte sich im Allgemeinen, wenn man auch nur die einzelnen Beobachtungen unter sich verglich, eine erheblich gröfsere Uebereinstimmung der Positionswinkel als der Abstände, sondern auch die von den verschiedenen Beobachtern herrührenden Messungen zeigten (vergl. Astr. Nachr. Nr. 240) constante Abweichungen in den Distanzen, nicht aber im Richtungswinkel. Aus diesem Grunde glaubte ich selbst noch 1835 mich an die letzteren hauptsächlich halten zu müssen, und verglich die Distanzen erst am Schlusse der Rechnung, um die halbe grofse Axe aus ihnen zu bestimmen.

Allein jene Zunahme der Distanzen, welche ihrer Unvereinbarkeit wegen nicht annehmbar schien, geht aus der Vergleichung aller später gemachten Beobachtungen hervor, und die Winkelgeschwindigkeit ist gleichfalls in steter Abnahme begriffen. Das scheinbare Aphel, was nach sämmtlichen obigen Elementen zwischen 1835 und 1840 eintreten sollte, ist notorisch nicht eingetreten.

Es mufste deshalb die Arbeit ganz von neuem begonnen werden. Die Reihe der bekannt gewordenen Beobachtungen schlofs mit 1840,34 und zwar wich die letzte von *Kaiser* in Leyden herrührende im Positionswinkel so stark ab, dafs sie keine brauchbare Grundlage darzubieten schien. Ich stellte deshalb am hiesigen Refraktor folgende Beobachtungen für 1841 an:

Digitized by Google

1841	April	18.	18h 36′	St.z.	124° 28′3	(6)	———
	——	27.	18 52	——	125 14,8	(3)	6″428 (2)
	Mai	8.	18 23	——	126 2,3	(5)	6,729 (3)
	——	9.	18 8	——	125 32,8	(3)	6,618 (3)
	——	12.	19 5	——	125 24,5	(3)	6,426 (3)
	Juli	31.	17 50	——	125 52,1	(8)	6,321 (5)
	Aug.	10.	17 24	——	125 25,3	(10)	6,176 (10)
	——	18.	17 30	——	125 25,6	(24)	6,487 (10)
1841,53					125° 26′2	(62)	6″380 (36).

Bei den Winkeln gründet sich jede Beobachtung auf Eine Einstellung und Ablesung; bei den Distanzen aber auf ein zusammengehörendes Paar von Ablesungen rechts und links des Deckungspunktes. Die Richtung ist demnach 62mal und die Distanz 72mal eingestellt worden, und die Beobachtungen sind sämmtlich beim Tageslichte gemacht.

Die sämmtlichen Beobachtungen sind nun folgende:

1779,77	——	90° 0′	*Herschel I*
80,30	4″49	———	id.
81,74	——	80 46	id.
1802,34	——	336 8	id.
4,41	2,56	318 48	id.
1818,62	5,34	———	*Struve* m.
19,64		168 29	id.
20,77		160 15	id.
21,30	3,682	156 4	*Herschel II* et *South.*
21,74	3,79	157 39	*Struve* m.
22,51	4,851	154 51	*Herschel II* et *South.*
22,64	3,76	153 52	*Struve* m.
23,35	——	153 36	*Herschel II* et *South.*
25,56	4,764	148 12	id.
25,57	3,984	148 13	*Struve*
27,02	4,375	145 9	id.
28,60	——	140 24	*Herschel II*
28,71	4,782	140 13	*Struve*
29,59	5,087	138 5	id.
29,70	——	139 10	*Herschel II*
30,24	5,881	———	id.
30,36	——	138 9	id.
30,50	5,474	135 49	*Bessel*
30,57	5,530	137 20	*Dawes*
30,84	5,310	135 45	*Struve*
31,52	6,00	136 10	*Herschel II*
31,68	5,410	134 42	*Struve*
32,55	5,71	133 46	*Dawes*
32,57	5,49	135 31	*Herschel II*
32,69	5,794	135 49	*Bessel*
32,75	5,553	133 58	*Struve*
33,42	6,14	132 49	*Dawes*
34,47	5,852	131 9	*Struve*
34,61	6,127	130 47	*Bessel*
35,49	6,245	130 32	*Mädler* m.
35,60	6,108	130 46	*Struve*
36,52	6,344	129 33	*Bessel*
36,52	6,413	129 6	*Galle*
36,66	6,137	129 32	*Struve*
37,47	6,716	128 9,6	*Encke*
37,52	6,439	128 54	*Bessel*
37,69	6,474	127 55	*Bessel*
1837,72	6,152	128° 3′	*Struve*
38,48	6,702	126 55	*Galle*
39,52	6,785	125 15,5	*Galle*
39,60	6,425	———	*Mädler* (Heliom. Berl.)
40,35	6,005	127 58	*Kaiser*
41,53	6,380	125 26,2	*Mädler*

Die mit m bezeichneten Beobachtungen von *Struve* und *Mädler* sind mit kleineren Instrumenten von 5 Fufs Brennweite angestellt.

Aus diesen Beobachtungen bildete ich nun zuerst Normalörter für folgende Epochen:

1779,77
1803,375
1821,198
1826,295
1829,839
1832,454
1835,730
1838,393
1841,53

reducirte die Mittelzahlen auf das Aequinoctium von 1830 und berechnete hieraus zuerst die folgenden Näherungswerthe:

$$\begin{aligned} T &= 1804{,}955 \\ \lambda &= 296^\circ 44'5 \\ \Omega &= 114\ 47{,}7 \\ i &= 35\ 22{,}3 \\ \varphi &= 41\ 10{,}1 \\ (a &= 4''323) \\ \mu &= -227'99. \end{aligned}$$

Die Correctionen für die 6 Elemente (α ausgeschlossen) suchte ich nun nach den Bedingungsgleichungen, welche ich in Nr. 363 der Astr. Nachr. gegeben habe *), indem ich die Näherungswerthe mit den einzelnen Beobachtungen verglich (wobei die Beobachtung 1781, weil sie nur auf einer einzelnen Einstellung beruht, und die von 1840,35, weil sie von allen andern nahe gleichzeitigen zu stark abweicht, ausgeschlossen wurden) und die sich ergebenden Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate auflöste.

Die Elemente wurden hiernach gefunden:

$$\begin{aligned} T &= 1805{,}104 \\ \lambda &= 293^\circ 33'9 \\ \Omega &= 112\ 16{,}3 \\ i &= 18\ 26{,}1 \\ \varphi &= 39\ 48{,}8 \\ \mu &= -238'054. \end{aligned}$$

Die Vergleichung dieser Elemente mit den Positionswinkeln befriedigt zwar einigermaafsen, wenn man die Beobachtungen

*) Ich bemerke hierbei, dafs im letzten Gliede der Differentialgleichung für Δp sich ein Druckfehler befindet, es mufs heifsen:

$$\frac{\alpha}{\beta}\cdot\gamma\mu\cdot\sqrt{\left(\frac{1+e}{1-e}\right)}\Delta T \text{ statt } \frac{\alpha}{\gamma}\cdot\gamma\mu\sqrt{\left(\frac{1+e}{1-e}\right)}\Delta T.$$

Digitized by Google

von 1802 und 4 in ein Mittel zusammenzieht und die beiden vorhin bemerkten wegläfst, indefs bleiben doch in denen von 1819 — 23 gemachten Fehler bis 300′, und bei den von 1825 und 27 bis zu 150′ übrig. Auch überwiegen bis 1834,61 die negativen Fehler, während von da ab fast nur positive vorkommen; doch würde dies noch zulässig geschienen haben.

Allein die daraus abgeleiteten Distanzen konnten in keiner Weise den Messungen Genüge leisten. Dies wird zwar, wenn man sie von allen Beobachtern zusammennimmt, bei keiner irgend denkbaren Basis Statt finden, allein ich sonderte die einzelnen Daten nach den Beobachtern, und hier ergab sich, wenn ich die halbe grofse Axe aus *Struve's* Beobachtungen am Refraktor bestimmte, folgende Vergleichung.

	Berechnet.	Beobachtet.	Diff.
1825,57	4″674	3,984	— 0″690
27,02	4,843	4,375	— 0,468
28,71	5,110	4,782	— 0,328
29,59	5,122	5,087	— 0,035
30,84	5,290	5,310	+ 0,020
31,68	5,379	5,410	+ 0,031
32,75	5,452	5,553	+ 0,101
34,47	5,542	5,852	+ 0,320
35,60	5,668	6,108	+ 0,440
36,66	5,724	6,137	+ 0,414
37,72	5,785	6,152	+ 0,367
41,53	5,954	6,380	+ 0,400

Wurde dagegen der Halbmesser aus den *Bessel*schen Heliometerbeobachtungen abgeleitet, so ergab sich

1830,50	5,710	5,474	— 0,236
32,75	5,923	5,749	— 0,174
35 60	6,156	6,127	— 0,029
36,52	6,217	6,344	+ 0,127
37,52	6,298	6,439	+ 0,141
37,69	6,300	6,474	+ 0,174

Der regelmäfsige Gang der Differenzen zeigt, wie gut die beiden angewandten Reihen unter sich stimmen, und Abweichungen von dieser Gröfse können demnach nicht als Beobachtungsfehler bezeichnet werden, vielmehr zeigen sie, dafs die herausgebrachte *Kepler*sche Ellipse nicht die wahre sein könne. Die Vergleichungen mit den übrigen Distanzen setze ich nicht weiter her; sie sind, wie erwartet werden konnte, meist noch weit ungenügender als die vorstehenden.

Genöthigt, einen andern Weg einzuschlagen, entwickelte ich zunächst aus den 6 *Bessel*schen Distanzen die Formel

$r = 6''143 + 0''13171\,(t - 1834{,}92) - 0''00499\,(t - 1834{,}92)^2$,

womit die einzelnen Messungen folgendermaafsen stimmen:

+ 0″009; — 0″030; + 0,024; + 0,003; — 0,012; + 0,004.

Damit erhielt ich für die zwischenliegenden Zeiten, wo *Struve* beobachtet hatte, folgende Vergleichung:

	Bessel.	Struve.	Untersch.
1830,84	5″522	5″318	— 0″212
31,68	5,663	5,410	— 0,253
32,75	5,832	5,553	— 0,279
34,47	6,082	5,852	— 0,230
35,60	6,030	6,108	— 0,122
36,66	6,357	6,137	— 0,220
37,72	6,473	6,152	— 0,321

Corr. von *Bessel* auf *Struve* für pOph. 1830–37 — 0,234

Damit können nun beide obigen Reihen in eine einzige zusammengezogen werden *). Aus dieser allgemeinen erhält man sodann folgende Formel:

$$r = 5''727 + 0''15166\,(t - 1833{,}42) - 0{,}009004\,(t - 1833{,}42)^2 - 0{,}000006\,(t - 1833)^3$$

und die Vergleichung ist die folgende:

	Berechn.	Beobacht.	Differ.	
1825,57	3,985	3,984	— 0,001	*Struve.*
27,02	4,390	4,375	— 0,015	*Struve.*
28,71	4,813	4,782	— 0,032	*Struve.*
29,59	5,014	5,087	+ 0,073	*Struve.*
30,50	5,208	5,240	+ 0,032	*Bessel.*
30,84	5,275	5,310	+ 0,035	*Struve.*
31,68	5,434	5,410	— 0,024	*Struve.*
32,69	5,611	5,560	— 0,051	*Bessel.*
32,75	5,622	5,553	— 0,069	*Struve.*
34,47	5,877	5,852	— 0,025	*Struve.*
34,61	5,896	5,893	— 0,003	*Bessel.*
35,60	6,013	6,108	+ 0,095	*Struve.*
36,52	6,111	6,110	— 0,001	*Bessel.*
36,66	6,123	6,137	+ 0,014	*Struve.*
37,52	6,198	6,205	+ 0,007	*Bessel.*
37,69	6,211	6,240	+ 0,029	*Bessel.*
37,72	6,213	6,152	— 0,061	*Struve.*
41,53	6,370	6,366	— 0,004	*Mädler.*

Wenn 18 Daten, die einen Zeitraum von 16 Jahren und eine Veränderung der Distanz von 2″4 einschliefsen, durch eine so einfache Formel (denn das von der dritten Potenz abhängende Glied ist schon unwirksam) so dargestellt werden können, dafs kein einziger Fehler auf 0″1 steigt, so mufs die herausgebrachte Variation eine reelle sein und mit der Wahrheit sehr nahe übereinstimmen; es ist folglich nicht ferner erlaubt sie zu verwerfen.

Aus diesen Distanzen werden nun für die gleichzeitigen Positionswinkel folgende Gleichungen erhalten, wobei p für $1833{,}42 \ldots 133^\circ + x = 80'2\,(1+\mu)\,(1 - 1833{,}42) + \ldots$ gesetzt wird.

*) Es ist wohl ohne mein Erinnern klar, dafs hier keine Entscheidung über die absolute Richtigkeit einer der beiden Beobachtungsreihen gegeben werden soll und kann. Der längere Zeitraum, den *Struve's* Beobachtungen umfassen, und ihre gröfsere Anzahl, bestimmten mich, die Reduction von *B.* auf *S.* und nicht umgekehrt, vorzunehmen: das Endresultat wäre im Ganzen dasselbe geworden. *M.*

Digitized by Google

1825,57	+ 38′7	=	x +871′7 μ
1827,02	+ 73,0	=	x +653,9 μ
1828,60	— 12,5	=	x +456,4 μ
1828,71	— 12,6	=	x +440,0 μ
1829,59	— 44,3	=	x +348,0 μ
1829,70	— 27,6	=	x +336,5 μ
1830,36	+ 38,0	=	x +269,9 μ
1830,50	— 88,3	=	x +256,3 μ
1830,57	+ 9,4	=	x +249,6 μ
1830,84	— 61,8	=	x +223,8 μ
1831,52	+ 28,3	=	x +161,1 μ
1831,68	— 45,7	=	x +146,8 μ
1832,55	— 25,8	=	x + 71,5 μ
1832,57	+ 80,7	=	x + 70,0 μ
1832,69	— 61,9	=	x + 59,7 μ
1832,75	+ 3,6	=	x + 54,2 μ
1833,42	— 11,0	=	x + 0,0 μ
1834,47	— 28,7	=	x — 82,0 μ
1834,61	— 41,0	=	x — 92,6 μ
1835,49	+ 12,2	=	x —159,5 μ
1835,60	+ 33,7	=	x —166,0 μ
1836,52	+ 24,8	=	x —231,8 μ
1836,52	— 1,1	=	x —231,8 μ
1836,66	+ 35,8	=	x —241,7 μ
1837,47	+ 8,9	=	x —297,9 μ
1837,52	+ 56,7	=	x —301,3 μ
1837,69	+ 9,3	=	x —312,9 μ
1837,72	+ 19,4	=	x —315,0 μ
1838,48	— 2,0	=	x —366,4 μ
1839,52	— 27,0	=	x —435,5 μ
1841,53	+108,7	=	x —566,8 μ

Die Endgleichungen werden

$$0 = -89'7 + 31x + 893{,}3\,\mu$$
$$0 = +77324' + 893{,}3\,x + 3422070\,\mu$$

woraus erhalten wird

$$\mu = -0{,}023528$$
$$x = +3'57.$$

Die jährliche Bewegung für 1833,42 ist folglich

$$-80'2\,(1 - 0{,}023528) = -78'3123$$

und die Position 133° 3′6; die übrigbleibenden Fehler sind:

1825,57	+ 55′4	1833,42	— 14′6
1827,02	+ 84,6	1834,47	— 34,2
1828,60	— 5,6	1834,61	— 46,8
1828,71	— 5,8	1835,49	+ 4,9
1829,59	— 39,8	1835,60	+ 26,2
1829,70	— 23,4	1836,52	— 10,1
1830,36	+ 40,7	1836,52	+ 15,8
1830,50	— 85,7	1836,66	+ 26,6
1830,57	+ 11,6	1837,47	— 0,7
1830,84	— 60,1	1837,52	+ 46,1
1831,52	+ 28,4	1837,69	— 1,6
1831,68	— 45,9	1837,72	+ 8,4
1832,55	— 27,8	1838,48	— 14,1
1832,57	+ 78,7	1839,52	— 13,2
1832,69	— 64,1	1841,46	+ 91,7
1832,75	+ 1,3		

Die Positionswinkel widersprechen also der aus den Distanzen entwickelten Formel nicht, ja die Abnahme der Winkelgeschwindigkeit würde sogar aus den Richtungen allein noch stärker gefunden werden; das zweite Glied in dem Ausdruck für r also noch vermehrt werden müssen. Denn einen Fehler von 91′7 in der letzten Position halte ich nicht für möglich, da unter den einzelnen 62 Richtungswinkeln keiner um diese Gröfse vom Mittel abweicht, und eben so scheinen die Fehler für 1825 und 27 zu stark. Im Allgemeinen kann also nicht bezweifelt werden, dafs der Theil der scheinbaren Bahn, welcher durch die Beobachtungen von 1825 — 41 gegeben ist, der Wahrheit sehr nahe entsprechen und folglich bei allen weiteren Versuchen nothwendig zum Grunde gelegt werden müsse.

Nun aber bleibt, wie schon eine ganz rohe Zeichnung lehrt, durchaus keine Möglichkeit übrig, die Beobachtung von 1818 bis 1823, weder was die Distanzen noch was die Positionen betrifft, damit zu vereinigen, und bei dem vorauszusehenden Mifslingen eines solchen Versuchs blieb nichts übrig als zu prüfen, ob und wie die Beobachtungen *Herschel I.* sich einer Curve anschlössen, von welcher das vorstehend berechnete Stück einen Theil ausmacht. Es fand sich, dafs dies für die beiden Beobachtungen von 1779 und 1802 möglich sei, wenn die verstärkte Zunahme der Distanz, wie die Positionswinkel sie andeuten, für die letzten 16 Jahre angenommen wird.

Ich erhielt auf diese Weise eine Bahn, welche mit der zweiten *Enckes*chen Aehnlichkeit hat, und nur in der Umlaufszeit sich erheblich unterscheidet.

$T = 1812{,}73$
$\lambda = 279°47'7$
$\Omega = 126\ 54{,}9$
$i = 64\ 51{,}4$
$\varphi = 26\ 20{,}8$
$\mu = -232'584$
$a \begin{cases} = 5''4291 \text{ (nach den } \textit{Bessel}\text{schen Hellom.-Messungen.)} \\ = 5{,}3162 \text{ (nach den } \textit{Struve}\text{schen am Refractor.)} \end{cases}$

Nach ihr wird die Distanz noch langsam bis 1845 wachsen und der Begleiter im Jahre 1862 die erste Position *Herschel I* wieder erreichen; die Umlaufszeit ist 92,869 Jahre.

Vergleichungen mit den angewandten Beobachtungen.

	Positionen.	Distanzen des Dorpater Refr.
1779,77	— 18′5	
1802,34	+ 26,2	
1825,56	+ 34,0	
57	+ 33,0	+ 0,234
1827,02	+ 83,4	+ 0,176
28,60	— 0,2	
71	+ 2,3	+ 0,168
29,59	— 29,5	+ 0,165
70	— 8,9	

Digitized by Google

	Positionen.	Distanzen des Dorpater Refr.	Distanzen des Königsb. Hel.
1830,36	+ 51,2		
50	— 75,2		+ 0″204
57	+ 22,2		
84	— 46,4	+ 0,068	
31,52	+ 38,1		
68	— 35,6	— 0,009	
32,55	— 21,3		
57	+ 86,4		
69	— 58,3		+ 0,048
75	+ 6,3	— 0,084	
33,42	— 19,2		
34,47	— 34,0	— 0,105	
61	— 46,2		+ 0,014
35,49	— 2,0		
60	+ 21,1	— 0,042	
36,52	+ 8,2		— 0,080
52	+ 7,2		
66	— 9,9	— 0,173	
37,47	— 14,4		
52	+ 32,9		— 0,124
69	— 17,7		— 0,108
72	— 6,4	— 0,304	
38,48	— 25,9		
39,42	— 40,4		
41,53	+ 51,8	— 0,451	

Die ausgeschlossenen Positionen geben dagegen

1804,41	— 4t5′9
1819,64	—1081,7
20,77	— 779,3
21,30	— 757,5
21,74	— 530,8
22,51	— 341,6
22,64	— 364,2
23,35	— 119,1
1840,35	+ 138,0.

Eine Vergleichung der übrigen Distanzbeobachtungen habe ich nicht angestellt, da man das gänzlich unbefriedigende Resultat im Voraus übersehen kann.

Die angewandten Positionen sind also völlig befriedigend dargestellt, doch einigermaafsen auf Kosten der Distanzen; hiergegen enthalten die ausgeschlossenen Beobachtungen einen völligen Widerspruch, der mir nur durch die Alternative lösbar scheint:

α) Die Bewegung in diesem Binarsystem erfolgt nicht nach dem *Newton*schen Gesetz;

oder β) die Mittelpunkte der Figuren, welche die beiden Sterne für uns bilden, sind nicht die Schwerpunkte der Massen.

Ich glaube nicht, dafs ein dritter Fall möglich sei, und kann demnach in diesem Resultat nur eine Aufforderung erblicken, nicht allein die Distanz- und Positionsmessungen beharrlich fortzusetzen, sondern auch namentlich den Hauptstern und seine nähere Umgebung mit den kräftigsten Instrumenten zu untersuchen. Es sind viele Fälle gedenkbar, welche in der zweiten der obigen Voraussetzungen eine Erklärung darbieten würden, in jedem derselben aber, wenn nicht ein uns unsichtbarer Körper mitwirkt, müfste man erwarten, den Hauptstern, wenigstens für einen gewissen Zeitraum, länglicht oder abermals getrennt zu erblicken.

Mädler.

Partiale Sonnenfinsternifs am 18ten Juli 1841, beobachtet am Dorpater Refraktor.

Von Herrn Hofrath *Mädler.*

Der Anfang ward durch Wolken vereitelt. Als ich um 11h 46′ 28″6 St.Z. den ersten Blick erhielt, war der Mond schon weit vorgerückt. Ich beobachtete mit 94maliger Vergröfserung.

Die Trübung der Luft nahm während der Finsternifs beständig zu, der anfangs heftige Wind aber ab, und etwa eine halbe Stunde nach dem Anfange ward es möglich, einige Theile des Mondrandes zu zeichnen und Austritte einiger Bergspitzen zu bestimmen. Ich erhielt

Austritt der Randhöhe bei *Schomberger* in 85° 30′ S. B. ..... 12h 25′ 28″5 St.Z.
——— einer steilen Höhe bei *Boguslawsky* in 78° 0′..... 12 36 22,5 —
——— eines kleinen Randbergs bei *Boussingault* in 71° 30′.... 12 40 24,5 —
——— einer zweigipfligen Höhe in 66° 30′..... 12 45 19,5 —
——— eines kleinen Berges nahe bei letzterer..... 12 46 3,5 —

Gegen Ende der Finsternifs mafs ich den Abstand der Hörner, welche der starken Trübung ungeachtet noch ziemlich gut zu erkennen waren, mikrometrisch, indem ich eine bestimmte Distanz einstellte und den Zeitpunkt wahrnahm, wo die Sonnenhörner von den senkrecht auf die Hörnerlinie gestellten Fäden getroffen wurden. Deckungspunkt 35r093; Therm. +14°1 R.; Barometer 335°3 für +10° R.; Werth einer Rev. für den angegebenen Wärmegrad. (Ist im Mscr. nicht angegeben. *S.*)

Digitized by Google

80ª der Scala....	13ʰ 4′ 46″5	Spitzen ziemlich deutlich.
75.....	13 5 51,5	— — —
70.....	13 6 47,5	— — —
65.....	13 7 33,5::	Trübung sehr stark.
60.....	13 8 17,5	etwas besser.
50.....	13 9 14,5	— —
Ende der Finsternifs	13 9 41,0	schlecht.

Die Beobachtungen, wegen Refraktion corrigirt, ergeben folgende halbe Längen der gemeinschaftlichen Hörnerlinie:

80ª.....	343″77
75.....	305,49
70.....	267,22
65.....	228,94
60.....	190,67
50.....	114,11

Der Halbmesser der Sonne 945″6; des Mondes für den Anfang der Finsternifs 1013″4, für das Ende 1010″25. Daraus ergeben sich folgende Zeitmomente für das Ende der Finsternifs:

13ʰ 9′ 51″7	
	50,8
	50,2
	47,9::
	52,2
	52,8
13ʰ 9′ 51″54.	

Die Abweichung von 10″ in der directen Beobachtung glaube ich ganz auf Rechnung des dichten Nebels setzen zu müssen, der auch für die übrigen Beobachter das Ende der Finsternifs vereitelte. Die Witterung des Juli war höchst ungünstig, fast alle Nächte trübe und regnigt, so dafs in der letzten Hälfte des Monats nur zwei vollständige Zeitbestimmungen erhalten wurden und der Uhrstand schwerlich auf 0″5 sicher ist, zumal diese Zeitbestimmungen nicht am Meridiankreise, sondern an einem ältern Passageninstrument gemacht wurden. Der Meridiankreis ist jetzt eines Umbaues wegen abgenommen.

Mädler.

Schreiben des Herrn *Lamont*, Directors der Münchener Sternwarte, an den Herausgeber.

München 1841. Aug. 18.

Unsere astronomischen Arbeiten gehen mit ziemlichem Erfolge von Statten. Für Zonenbeobachtungen habe ich eine eigenthümliche Vorrichtung hergestellt, welche es einem Beobachter möglich macht, gerade Aufsteigung und Zenithdistanz so schnell zu nehmen, dafs drei Sterne in einer Minute beobachtet werden können. Die Zonenbeobachtungen, die seit dem Monat April vorigen Jahres gemacht worden sind, enthalten über 6000 Sterne. Der gröfste Theil ist von Herrn *Leonhardt*, ein Theil von mir beobachtet. Die Beobachtungen am Refractor, welche sich auf Doppelsterne, Sternhaufen und die Saturns-Satelliten beziehen, werden zum Theil von mir, zum Theil von Herrn *Fischer* besorgt.

In letzterer Zeit habe ich mich viel mit magnetischen Untersuchungen beschäftiget. Es wurde im vorigen Jahre ein magnetisches Observatorium neben der hiesigen Sternwarte erbaut, mit der Bestimmung an dem Beobachtungssysteme der Englischen und Russischen Observatorien Theil zu nehmen. Der ganze Bau ist unterirdisch, und mit der Sternwarte durch einen unterirdischen Gang verbunden. Die Beobachtungen fingen am 1ˢᵗᵉⁿ August vorigen Jahres an und seither haben wir alle Stunde bei Tag und alle zwei Stunden bei der Nacht die Declination und Horizontal-Intensität aufgezeichnet.

Die Instrumente, die ich im Observatorium aufstellte, waren mit der gewöhnlichen Einrichtung im Wesentlichen übereinstimmend; unterdessen kamen mir gleich anfangs mehrere Umstände vor, welche mich zu dem Entschlusse bewogen, eine Untersuchung über magnetische Instrumente, deren Construction und Aufstellung zu unternehmen. Die vorzüglichsten bisher erhaltenen Resultate theile ich Ihnen hier in möglichster Kürze mit.

Den Bemühungen der Physiker ist es gelungen, magnetische Instrumente zu Stande zu bringen, welche eine grofse Schärfe der Ablesung gewähren; indessen darf man die Schärfe der Ablesung mit der Richtigkeit der Bestimmung selbst nicht verwechseln. Es hat keine Schwierigkeit, ein Barometer so einzurichten, dafs man dessen Stand bis auf Tausendtheile von Pariser Linien ablesen kann; jedermann weifs aber, dafs ein Barometer aus Gründen, die in der Beschaffenheit des Quecksilbers und des Glases, dann in den Temperatur-Verhältnissen liegen, nie auf Hundert- viel weniger auf Tausendtheile von Pariser Linien den Luftdruck zuverlässig angiebt. Aehnliche Verhältnisse können bei magnetischen Instrumenten vorhanden seyn. Ich habe gefunden, dafs die Metalldräthe, an denen ich Magnetstäbe aufhing, wenn durch die Temperatur eine Verlängerung oder Verkürzung eintrat, auch ihre Torsion änderten. Die Torsion eines Seidenfadens hängt bekanntlich von der Feuchtigkeit ab. Dies sind Umstände, welche die Angaben magnetischer Instrumente unsicher machen können: noch viele ähnliche Fehler- oder Unsicherheitsquellen lassen sich vermuthen, die bisher gänzlich unberücksichtigt geblieben sind.

Digitized by Google

Die Sicherheit, womit die magnetischen Instrumente den Stand des Erdmagnetismus angeben, kann man dadurch erkennen, dafs man mehrere Instrumente in nicht gar grofser Entfernung von einander aufstellt und sie längere Zeit hindurch gleichzeitig beobachtet. Beobachtungen dieser Art wurden im vorigen Jahre an einem vierpfündigen Stabe der im Beobachtungssaale der Sternwarte sich befand, und an dem 25pfündigen Stabe im magnetischen Observatorium gemacht. Es ergab sich als Resultat, dafs beide Instrumente nie auf einen Tag, wohl aber ganz kurze Zeiträume gleichen Gang hatten; die während eines Tages vorkommenden Abweichungen waren sehr beträchtlich. Ich setzte jedoch die Untersuchung mit gröfsern Stäben, wegen ihrer mühsamen Aufstellung und umständlichen Regulirung nicht weiter fort, sondern suchte vorerst kleine Magnete für genaue Beobachtung einzurichten.

Kleine Magnete sind bisher da, wo es auf gröfsere Schärfe der Bestimmung ankam, ausgeschlossen worden, weil ihr Gang so leicht durch die beständigen Oscillationen der Luft gestört wird. Ich gelangte bald dahin, diesen Uebelstand gänzlich zu heben, und einen vollkommen ruhigen Gang auch ohne Anwendung von Kupfer (welches bei genauen Beobachtungen nie gebraucht werden sollte) zu Stande zu bringen. Die Apparate bestanden im Wesentlichen aus einem kleinen Magnet, der 1 bis 2 Grammes wog, in der Mitte einen Spiegel trug, und unter einer Glasglocke luftdicht eingeschlossen war. Die Scale erhielt eine eigenthümliche Einrichtung und Beleuchtung, ohne welche es nicht möglich gewesen wäre, bei der Kleinheit des Spiegels Theilstriche von geringem Angulär-Werth abzulesen. Für eine Scale, deren Theilstriche 10″ betragen, braucht man nur ein Fernrohr von 8ˡ Oeffnung.

Ich hatte nun Instrumente, die überall leicht aufgestellt werden konnten, und in jeder Beziehung für den Gebrauch bequem waren. Mit diesen fing ich an, Vergleichungen vorzunehmen. So lange die Beobachtung nur einen kurzen Zeitraum, etwa 5 bis 10 Minuten, umfafste, zeigten die verschiedenen Instrumente vollkommen gleiche Bewegung; wurde aber die Vergleichung auf 24 Stunden ausgedehnt, so kamen beträchtliche Abweichungen zum Vorschein, wie folgendes Beispiel zeigt. Der Werth eines Theilstrichs ist bei sämmtlichen Apparaten = 30″.

	App. I.	App. I.—App. II.	App. I.—App. III.
Mai 17. Nachm.	2ʰ ... 155,1	+ 0,55	+ 0,30
	3 157,8	— 0,20	— 1,40
	4 163,3	+ 1,30	+ 0,35
	5 167,5	+ 0,30	+ 0,45
	6 171,8	+ 2,85	+ 1,30
	8 186,4	+ 3,40	+ 1,60
	10ʰ ... 173,75	+ 4,50	+ 2,25
Mai 17. Nachm.	11 172,02	+ 4,27	+ 1,91
— 18. Mittern.	12 171,32	+ 4,42	+ 2,22
	2 176,42	+ 4,72	+ 2,37
	4 180,02	+ 4,95	+ 2,42
	6 182,80	+ 4,20	+ 2,30
	7 181,07	+ 3,52	+ 1,77
	8 179,42	+ 3,27	+ 1,42
	9 173,75	+ 3,20	+ 1,65
	10 167,50	+ 2,75	+ 1,20
	11 161,65	+ 2,45	+ 0,75
Mittag	12 156,95	+ 1,80	+ 0,35
	1 160,20	+ 1,10	+ 0,10
	2 162,10	+ 0,50	— 0,50

Apparat I war südlich im magnetischen Observatorium aufgestellt, Apparat II östlich, Apparat III nördlich. Die Entfernung der Apparate von einander betrug beiläufig 45 Fufs. In den Differenzen zeigt sich, wie man sieht, eine ziemlich regelmäfsige Periode. Aehnliche Vergleichungen wurden einen halben Monat hindurch theils mit diesen, theils mit andern Instrumenten fortgesetzt: überall stellte sich ein periodisches Zu- und Abnehmen während der 24 Stunden heraus; die Differenzen waren bald etwas gröfser, bald etwas kleiner. Ich bemerkte bald, dafs ein Zusammenhang mit der Temperatur statt finde und unternahm nun eine Reihe von Versuchen, welche zum Zwecke hatten den Einfluss der Wärme kennen zu lernen. Die Auseinandersetzung der Versuche wäre hier zu weitläuftig; das Resultat war folgendes: „Jede eingeschlossene Luftmasse geräth durch langsame Temperaturänderung in eine regelmäfsige und andauernde circulirende Bewegung; und wenn in einer solchen Luftmasse ein freischwebender Magnet sich befindet, so hält ihn der Luftstrom beständig nach einer Seite von der wahren Richtung abgelenkt, um einen Betrag, der von dem magnetischen Moment und der Form des Magnets, dann von der Stärke des Stroms abhängt.“ Die Temperaturänderung, welche das Verdunsten von ein Paar Tropfen Weingeist hervorbringt, reicht hin, in einer Glasglocke eine Strömung zu erzeugen, wodurch ein kleiner Magnet um 5 Minuten abgelenkt wird, und die Ablenkung nimmt so langsam ab, dafs noch nach ½ Stunden ein merklicher Betrag vorhanden ist. Kleine Magnete haben hierin bei übrigens gleichen Umständen den Vorzug gegen schwere Stäbe, weil ihr magnetisches Moment im Verhältnifs gröfser ist.

Durch dieses Resultat war eine Erklärung der bei den magnetischen Apparaten beobachteten Differenzen gewonnen; durch den täglichen Temperaturgang mufste nehmlich in den Glasglocken eine Strömung der eingeschlossenen Luft entstehen, wodurch der Stand der Instrumente geändert wurde. Die Ursache, einmal erkannt, war leicht zu heben. Ich brachte in zweien der obigen Apparate eine Vorrichtung an, wodurch die

Digitized by Google

Magnete vor der Wirkung einer entstehenden Luftströmung geschützt wurden. Um den Erfolg zu zeigen, gebe ich hier einige am 26sten Juni gemachte Vergleichungen.

		App. I.	App. I. — App. III.
Juni 26 Morgens	7h 36′ 0″	31,0	+ 0,15
	9 4 30	32,75	— 0,05
	45	32,75	+ 0,05
	5 0	32,40	0,00
	15	32,50	+ 0,05
	30	32,80	0,00
	45	32,90	0,00
	6 0	32,70	0,00
	15	32,40	+ 0,10
	30	32,30	+ 0,10
	45	32,00	— 0,05
	7 0	31,90	0,00
	10 3 0	23,30	0,00
	11 3 0	16,40	— 0,20
Mittag	12 56 0	11,65	— 0,32
	2 57 0	10,70	— 0,40
	4 4 0	14,50	— 0,30
	5 14 0	18,45	— 0,45
	7 27 0	20,70	0,00
	9 3 0	21,30	— 0,40
	11 0	21,00	— 0,40
	16 0	20,70	— 0,40
	23 0	20,15	— 0,60
	38 0	19,75	— 0,50

Der Werth eines Theilstriches ist wie zuvor 30″. Die Differenzen, obwohl weit kleiner geworden, sind nicht gänzlich verschwunden; auch bei den sehr zahlreichen Vergleichungen, die mit andern Apparaten gemacht worden sind, traf sich's niemals, dafs eine vollkommene Uebereinstimmung statt gefunden hätte. Ich bin jedoch zu der Ueberzeugung gekommen, dafs der Grund der Abweichungen nicht mehr in der Construction der Instrumente, sondern in Localverhältnissen zu suchen sey, und bin nun beschäftiget diesen Gegenstand näher zu untersuchen.

Der Gebrauch kleiner Magnete hat mich gleich anfangs auf eine Bemerkung geführt, die ich hier noch erwähne. Die Aenderungen der erdmagnetischen Kraft (Declination sowohl als Intensität) bestehen nicht etwa in einer stetigen Zu- und Abnahme, sondern Zunahme, Abnahme, Stillstand folgen abwechselnd und in ganz kurzen Intervallen (etwa 4″ bis 15″ Zeit) auf einander. Da die Schnelligkeit, womit ein Magnet einer Aenderung der erdmagnetischen Kraft folgt, von seinem Trägheitsmoment abhängt, so sieht man, dafs Stäbe von verschiedenem Trägheitsmoment nur in so fern man Mittelwerthe berücksichtiget, nicht aber wenn es sich um einzelne Stände oder um den Gang der Veränderungen handelt, absolut vergleichbare Resultate geben, ferner dafs ein Stab von beträchtlichem Trägheitsmoment nicht geeignet sey eine genaue Darstellung der magnetischen Variationen zu gewähren.

Nach den vorhergehenden Erfahrungen und mit Berücksichtigung einiger anderer Erfordernisse, auf welche die fortgesetzte Beobachtung geführt hat, habe ich magnetische Apparate von einer neuen Construction in der Werkstätte der Sternwarte ausführen lassen. Sie sind bereits einige Zeit im Gebrauche und bestehen aus

1. einem Differential-Apparat für Declination;
2. einem Differential-Apparat für Horizontal-Intensität;
3. einem absoluten Declinations-Apparat;
4. einem absoluten Horizontalintensitäts-Apparat.

Die einzelnen Apparate bestehen nicht etwa aus Theilen, die man bei der Aufstellung erst zusammensetzen und jedesmal reguliren mufste. Bei der Aufstellung ist es nur nothwendig dem Instrumente eine senkrechte Lage zu geben und die Klemme, welche den Magnet sperrt, zu lösen. Die Spiegel der Differential-Apparate haben eine Vertical- und Horizontal-Bewegung; man kann in jedem Azimuth beobachten. Die Intensitäts-Apparate sind von der gewöhnlichen Einrichtung gänzlich verschieden. Sämmtliche vier Apparate können in einem Kästchen von 4 Fufs Länge und $\frac{1}{4}$ Fufs Höhe und Breite verpackt werden.

Um ein Urtheil über die Leistung der neuen Apparate zu begründen, wäre es noch übrig, aus den vorliegenden Beobachtungsreihen diejenigen Data hervorzuheben, welche geeignet sind zu zeigen, in wie weit wiederholte Messungen mit denselben absoluten Apparaten, und in wie weit Messungen mit verschiedenen absoluten Apparaten von gleicher Construction übereinstimmen, ferner bis auf welchen Grad der Genauigkeit die absoluten Werthe, zu verschiedenen Zeiten gemessen, mit den Angaben der Differential-Apparate harmoniren. Nachdem jedoch die gegenwärtige Notiz bereits so grofse Ausdehnung erlangt hat, behalte ich dieses einer künftigen Mittheilung vor, und bemerke blofs, dafs die Uebereinstimmung der Resultate bei den neuen Instrumenten weit gröfser ist, als ich bisher mit grofsen Stäben zu erlangen im Stande war.

Lamont.

Vermischte Nachrichten.

Herr Professor *Hansen*, Director der Sternwarte Seeberg, hat von der Königl. Astronomischen Gesellschaft in London die goldene Medaille für seine Arbeiten in der Störungstheorie erhalten.

Herr Dr. *Lehmann*, Prediger zu Derwitz bei Potsdam, hatte mir einen Aufsatz über die sehr grofsen und totalen Sonnenfinsternisse auf der Erde überhaupt (mit besonderem Bezug auf die Finsternifs im Julius dieses Jahres) gesandt, der, so interessant er war, doch wegen seiner Ausdehnung nicht wohl in diesen Blättern erscheinen konnte. Er würde etwa 11 Nummern eingenommen haben. Unter diesen Umständen entschlofs sich mein Freund, der Herr *Mauke* in Hamburg, ihn als besonderes Werk, und zugleich als Supplementband der Astronomischen Nachrichten drucken zu lassen. Er wird vor dem Ende des Maimonats ausgegeben werden, und ich ersuche alle meine Leser, die ihn zeitig zu erhalten wünschen, schon jetzt ihre Bestellungen bei der Buchhandlung der Herren *Perthes-Besser* und *Mauke* zu machen.

Ich benutze diese Gelegenheit, um diejenigen meiner Herren Correspondenten, denen ich angezeigt haben kann, dafs die Theoria Motuum Corporum Coelestium von *Gauss* nicht mehr im Buchhandel sei, zu benachrichtigen, dafs diese Anzeige auf einem Mifsverständnisse, an dem ich keinen Theil hatte, beruhete, und dafs noch immer Exemplare dieses classischen Werkes zu haben sind.

Eine astronomische Pendeluhr mit Rostpendel, die halbe Secunden schlägt, von *Liebherr*, ist bei der Demoiselle *Wilhelmine Landre* in Lübeck auf dem Kaufberge (in dem Hotel Stadt Wismar) für Ct. ℔ 250. (etwas über 31 Ducaten) zu haben.

S.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 445.

Ueber die Sonnenflecken im Jahre 1841.

Von Herrn Hofrath *Schwabe*.

Ich konnte die Sonne an 283 Tagen beobachten und 102 Fleckengruppen darauf bemerken. Januar 21, 22, 23, 24, 25, März 1, 5, 23, Juli 27, 29, 30, September 28, November 19, 23, Decbr. 20, mithin an 15 Tagen war sie vollkommen fleckenfrei.

Im Januar, Februar, Juli, August, September, October und November zeigten sich die wenigsten Flecken, die, ungeachtet ihrer Kleinheit, doch ziemlich beständig waren. In dieser Zeit war auch die Fleckenbildung überhaupt am trägsten, so dafs die vorhandenen Flecken sich nur wenig oder gar nicht vermehrten. Am 2ten, 3ten, 4ten und 5ten Dec. zeigten sich die Sonnenwolken in grofser Thätigkeit, indem mehrere Flecken-Gruppen schnell entstanden, daher in diesen Tagen die Sonne daran am reichhaltigsten erschien und 5 Gruppen zu gleicher Zeit sichtbar waren. Die Gruppen selbst besafsen keine ausgezeichnete Gröfse und Reichhaltigkeit. Die behoften Kernflecken waren meistens nur von mittlerer Gröfse und kein einziger erreichte eine solche Ausdehnung, dafs er mit unbewaffnetem Auge gesehen werden konnte. Die an Flecken reichhaltigsten Gruppen waren im April den 7ten, 8ten, 9ten, 10ten, 11ten, im Mai den 4ten, 5ten, 6ten, 7ten, 8ten, 9ten, 29sten, 30sten, 31sten, im September den 18ten, 19ten, 20sten, 21sten und im December den 28sten sichtbar.

Auch in diesem Jahre war die schon oft bemerkte Erscheinung sehr augenfällig; 1) dafs die westlichsten Flecken der Gruppen sich zuerst aufzulösen anfangen; 2) dafs im östlichen Theile der Gruppen die meisten neuen Flecken anfangen; 3) dafs auf der östlichen Seite neben grofsen behoften Kernflecken sich die meisten Nebenpunkte zeigen und 4) dafs die kleinen Flecken und Punkte gewöhnlich paarweise stehen.

Die Oberfläche der Sonne zeigte sich am 15ten September 7h M. mit seltener Deutlichkeit, und ich bemerkte mit dem 6f. F. 64mal. Vergr., vorzüglich in dem Gürtel, worin die Flecken entstehen, dicht gedrängte, sehr feine, kleine, mattgraue, ästige Adern mit unzähligen dazwischen liegenden Poren. An diesem Tage waren nur drei behofte Kernflecke mittlerer Gröfse, und fast kein geballtes Lichtgewölk vorhanden.

Es ist gewifs sehr merkwürdig, dafs die Fleckengruppe, welche im vorigen Jahre zehn Sonnen-Rotationen hindurch beobachtet wurde, auch in diesem Jahre achtmal wiederkehrte; sie scheint mithin einem Orte anzugehören, der die Sonnenflecken am häufigsten hervorzubringen vermag und deshalb besondere Beachtung verdient. Nachdem sich der Himmel erst am 4ten Januar aufgeheitert hatte, bemerkte ich nämlich an diesem Tage zwei Punkte, welche jedoch so weit vom östlichen Sonnenrande entfernt standen, dafs sie schon am 3ten Januar eingetreten sein mufsten; da nun der letzte Eintritt der oft wiedergekehrten Gruppe im Jahre 1840 am 7ten December geschah, und der Eintrittsort ebenfalls aufs genaueste übereinstimmt, so kann kein Zweifel über die Einerleiheit beider Gruppen obwalten. Zwischen dem 10ten und 11ten Januar 1841 standen die beiden erwähnten Punkte ungefähr in der Mitte ihrer Bahn, sie lösten sich dann aber bald, noch vor ihrem Austritte, auf. Zwei Sonnen-Rotationen hindurch blieb diese Gruppe unsichtbar, aber am 26sten März wurde sie zum zweitenmal als ein Punkt sichtbar, der nach seiner Lage schon am 25sten eingetreten sein mufste, wo aber des trüben Himmels wegen keine Beobachtung gemacht werden konnte. Noch am 28sten März war dieser Punkt vorhanden, jedoch am 31sten, wo erst wieder beobachtet werden konnte, aufgelöst. Die Gruppe blieb nun vier Sonnen-Rotationen aus und obgleich sie der Berechnung nach schon am 7ten oder 8ten August eintreten mufste, so fand ich sie doch erst am 9ten als einen Punkt, der schon so weit vom östlichen Sonnenrand entfernt stand, dafs er zur gehörigen Zeit und zum drittenmal eingetreten war. Zwischen dem 14ten und 15ten August erreichte er die Mitte seiner Bahn und trat zwischen dem 20sten und 21sten am westlichen Sonnenrande aus, ohne wesentliche Veränderungen erlitten zu haben, obgleich südlich von ihm sich eine gröfsere Gruppe gebildet hatte. Am 4ten September trat die Gruppe zum viertenmale als ein ziemlich grofser behofter Kernflecken ein, hatte am 10ten ungefähr die Mitte seiner Bahn erlangt und trat zwischen dem 16ten und 17ten aus, nachdem sich ein Nebenpunkt gebildet hatte. Vom 29sten Septbr. bis 1sten Octbr. trat sie zum fünftenmal als eine grofse und zahlreiche Gruppe ein, die aus vier ziemlich grofsen behoften Kernflecken und mehreren Punkten bestand; am 3ten, 4ten, 5ten und 6ten Octbr. ward die Sonne nicht sichtbar und am 7ten fand ich die Gruppe aus 4 kleinen unregelmäfsig behoften Kernflecken bestehend,

Digitized by Google

am 10ten bestand sie nur noch aus wenigen Punkten und am 11ten war sie verschwunden. Den 28sten October erschien am Eintrittsort der Gruppe viel aderförmiges und geballtes Lichtgewölk mit einigen feinen Punkten und am 30sten konnte ich drei grofse Kernflecken mit Nebel erkenuen, die Gruppe war nun zum sechstenmal eingetreten. Am 4ten November hatte sie die Mitte ihrer Bahn erreicht und bildete zwei regelmäfsig behofte Kernflecken, mehrere kleine freie Kernflecken und Punkte und mufs am 10ten ausgetreten sein, da ich sie am 9ten als einen ziemlich grofsen behoften Kernflecken sah, am 11ten aber ausgetreten fand. Am 25sten November sah ich die Gruppe zum siebentenmal als einen behoften Kernflecken eingetreten, er stand jedoch vom Sonnenrand entfernt, so dafs sein Eintritt schon am 24sten erfolgt sein mufste, wo aber der dick bewölkte Himmel keine Beobachtung zuliefs; am 1sten Decbr. stand er in der Mitte seiner Bahn, am 7ten dicht am Westrand der Sonne und am 8ten war er ausgetreten. Den 21sten und 22sten Decbr. wurde die Sonne nicht sichtbar, am 23sten aber war die Gruppe zum achten und letztenmal eingetreten, stand schon vom östlichen Sonnenrand entfernt und bildete drei behofte Kernflecken mit einigen dazwischen befindlichen Punkten; zwischen dem 27sten und 28sten befand sie sich in der Mitte ihrer Bahn, ihr Austritt aber konnte wegen Wolken nicht beobachtet werden. Nach meinem Verzeichnisse hat diese Gruppe nach ihren Eintritten die Nummer 2, 23, 68, 78, 85, 90, 94 und 102 erhalten.

Noch einige andere Gruppen hielten mehr als eine Sonnenrotation aus, von denen nach meinem Verzeichnisse Nr. 1, 3 und 4 zweimal, Nr. 10 dreimal, Nr. 14 zweimal, Nr. 25 fünfmal, Nr. 33 viermal und Nr. 72 dreimal eintraten.

Die sogenannten Lichtflocken bei der Sonne bemerkte ich nur an zwei Tagen, nämlich den 7ten Mai und den 18ten Juli. Am ersten Tage erschienen sie in ungeheurer noch nie gesehener Menge von Mittag bis gegen fünf Uhr Abends fast ohne Unterbrechung, sie waren eben so scharf und deutlich, wenn das Okular des Fernrohrs für die Sonne gestellt, als wenn es beträchtlich weit herausgezogen war. Weit von der Sonne und ohne Sonnenglas konnte ich keine wahrnehmen. Am zweiten Tage bemerkte ich nur einige wenige, die in Absätzen durch das Feld des Fernrohrs flogen.

Dessau den 10ten Januar 1842.

S. Heinrich Schwabe.

Schreiben des Herrn *Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1842. Januar 28

Hier folgt nach lange bewölktem Himmel die erste Sternbedeckung.

		R.	*Weyer.*
1842 Jan. 23.	Eintr. 125 Tauri	$8^h 29' 27''03$	$8^h 29' 27''1$ MZ.

Besonders der Anfang der Mondfinsternifs am 26sten Januar war hier unter ungünstigen Umständen zu beobachten. Jedoch glaube ich, dafs mir die folgenden Beobachtungen ziemlich gelungen sind.

Eintritte.

Nr. 4	Kepler *)	$5^h 5' 44''$ M.Z.
11	Copernicus	5 20 17
18	Archimed	5 22 43
5	Gassendi	5 25 43
22	Eudoxus	5 27 30
23	Aristoteles	5 27 30
14	Bullialdus	5 32 34
24	Manilius	5 33 54
26	Hermes	5 34 16
13	Capuanus	5 34 34
25?	Menelaus	5 37 7
25?	Menelaus	5 40 30
29	Plinius	5 44 42
Nr. 20	Pitatus	$5^h 45' 41''$ M.Z.
28	Dionisius	5 52 25
32	Prom. ac. Cen.	5 54 28
30	Theophilus	6 1 23
38	Petavius	6 12 7

*) Aristarch?

Austritte.

13	Capuanus	6 35 4
20	Pitatus	6 40 12
5	Gassendi	6 42 32
1	Grimaldus	6 45 47
14	Bullialdus	6 48 27
4	Kepler	7 3 41
	Anon.	7 5 1
3	Aristarchus	7 7 45
10	Reinoldus	7 9 50
11	Copernicus	7 10 56
19	Ins. sin. med.	7 17 0
30	Theophil.	7 17 19
28	Dionisius	7 22 27
8	Heraclides	7 22 58
24	Manilius	7 25 14
32	Promont. acut.	7 25 14
12	Helicon	7 26 20
18	Archimed.	7 28 40
25	Menelaus	7 29 00
17	Plato	7 31 57

Digitized by Google

Nr. 29	Plinius'	7h 32′ 1″ M.Z.
40	Tarunt.	7 35 11
23	Aristot.	7 36 29
22	Eudoxus	7 37 1
17	Plato'	7 40 47
35	Proclus	7 41 55
	Anon.	7h 46′ 13″ M.Z.
Nr. 26	Hermes	7 47 28
37	Snellius	4 49 19
	Ende	7 50 4

C. Rümker.

Fehler in *Burckhardts* Mondstafeln.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Längengleichungen.

Arg. 1	statt	lese
03000	33″9	33″8
19500	15,1	15,2
22500	46,7	46,6
28000	44,2	44,1
34000	29,7	29,8
41000	53,1	53,2
43000	4,7	4,8
57000	15,3	15,2
59000	26,9	26,8
66000	50,3	50,2
77000	35,8	35,9
77500	33,3	33,4
80500	4,9	4,8
97000	46,1	46,2
Arg. 5		
3000	34,1	34,0
7000	5,9	6,0
Arg. 6		
3800	32,7	32,6
6200	27,3	27,4
Arg. 8		
2700	10,1	10,0
Arg. 9		
0700	14,7	14,6
3200	56,6	56,7
4800	8,6	8,5
5200	31,4	31,5
6800	43,4	43,3
9300	25,3	25,4
Arg. 10		
230	6,7	6,6
260	8,3	8,2
320	11,3	11,2
410	12,6	12,7
470	11,1	11,2
530	8,9	8,8
590	7,4	7,3
680	8,7	8,8
740	11,7	11,8
770	13,3	13,4
Arg. 11		
090	17,9	17,8
160	18,6	18,5
310	7,2	7,1
330	5,8	5,9
420	5,0	4,9

Arg. 11	statt	lese
580	15″0	15″1
670	14,2	14,1
690	12,8	12,9
840	1,4	1,5
910	2,1	2,2
Arg. 13		
340	4,4	4,5
470	16,5	16,6
530	23,5	23,4
660	35,6	35,5
Arg. 14		
380	11,7	11,6
620	28,3	28,4
Arg. 16		
290	33,2	33,3
370	30,1	30,0
400	28,0	28,1
600	12,0	11,9
630	9,9	10,0
710	6,8	6,7
Arg. 19		
370	1,7	1,6
430	3,1	3,0
570	6,9	7,0
630	8,3	8,4
Arg. 20		
040	13,5	13,6
060	15,0	15,1
110	17,2	17,3
140	17,2	17,3
190	15,0	15,1
210	13,5	13,6
290	6,5	6,4
310	5,0	4,9
360	2,8	2,7
390	2,8	2,7
440	5,0	4,9
460	6,5	6,4
Arg. 30		
10	4,8	4,7
12	4,7	4,6
14	4,6	4,5
16	4,5	4,4
18	4,4	4,3
36	3,7	3,8
40	3,9	4,0
60	6,1	6,0

Arg. 30	statt	lese
64	6″3	6″2
74	6,2	6,1
84	5,5	5,6
86	5,4	5,5
88	5,3	5,4
90	5,2	5,3
92	5,1	5,2
96	5,0	5,1
Arg. 31		
02	5,0	5,1
06	5,1	5,2
10	5,2	5,3

Arg. 31	statt	lese
18	5″5	5″6
36	5,9	5,8
38	5,8	5,7
44	5,5	5,4
56	4,5	4,6
62	4,2	4,3
64	4,1	4,2
82	4,5	4,4
84	4,6	4,5
90	4,8	4,7
94	4,9	4,8
98	5,0	4,9

Die Tafel XVI Equation 32 ist berechnet $-6''9$ *sin suppl.* ☊. In der Aufzählung sämmtlicher Gleichungen in der Vorrede steht sie $-7''0$ *sin suppl.* ☊.

Evection.

		statt	lese
☌	21°	13″0	13″1
	27	59,4	59,5
I.	5	41,1	41,2
	16	26,6	26,7
II.	20	24,4	24,3
III.	7	41,0	40,9
	10	0,2	0,0
	20	11,6	11,7
IV.	2	40,4	40,3
	6	30,2	30,1
V.	5	32,2	32,1

		statt	lese
VI.	25	27″8	27″9
VII.	24	29,8	29,9
	28	19,6	19,7
VIII.	10	48,4	48,3
	20	59,8	60,0
	23	19,0	19,1
IX.	10	35,6	35,7
X.	14	33,4	33,3
	25	18,9	18,8
XI	3	0,6	0,5
	9	47,0	46,9

Equation du Centre.

		statt	lese
☌	3° 0′	15″0	15″1
	3 20	36,6	36,5
	4 0	19,4	19,3
	6 50	17,5	17,4
	9 40	6,9	6,8
	10 20	45,0	45,1
	14 10	9,2	9,3
	14 20	17,4	17,5
	16 30	58,1	58,2
	18 30	20,4	20,5
	19 20	51,4	51,5
	21 30	2,2	2,1
	23 40	57,5	57,4
	24 50	20,3	20,4
	27 50	55,4	55,5

		statt	lese
☌	29° 50′	58″4	58″5
I.	2 50	29,9	30,0
	3 0	27,1	27,2
	4 10	3,9	3,8
	6 20	2,9	2,8
	10 20	6,5	6,6
	14 20	42,4	42,3
	14 30	29,4	29,3
	15 0	49,3	49,4
	18 30	27,6	27,5
	22 30	47,1	47,0
	26 0	39,8	39,9
	26 20	49,2	49,3
	28 50	6,2	6,1
II.	0 20	44,0	44,1

Digitized by Google

		statt	lies
IIs	1°10′	11″8	11″9
	2 50	53,1	53,2
	4 20	49,9	50,0
	5 20	19,1	19,2
	6 0	54,7	54,8
	9 30	25,7	25,6
	10 30	18,7	18,6
	17 50	31,7	31,6
	21 0	58,9	59,0
	21 10	4,7	4,8
	21 20	10,3	10,4
	22 10	35,5	35,4
	24 0	13,6	13,5
	28 0	15,6	15,5
	29 30	47,9	47,8
III.	0 30	20,9	20,8
	4 30	25,2	25,3
	5 20	35,3	35,2
	8 10	10,8	10,9
	9 10	46,3	46,2
	11 10	37,8	37,7
	11 30	3,9	3,8
	12 10	54,0	53,9
	12 20	36,1	36,0
	12 30	18,0	17,9
	13 0	22,7	22,6
	14 20	47,5	47,6
	15 30	22,9	22,8
	17 20	18,6	18,7
	18 10	20,9	21,0
	18 40	8,3	8,4
	20 30	29,6	29,5
	20 40	3,3	3,2
	20 50	36,8	36,7
	21 0	10,2	10,1
	21 10	43,4	43,3
	21 20	16,4	16,3
	23 40	42,1	42,2
	26 10	5,9	6,0
	27 50	42,8	42,9
	28 10	36,4	36,5
	28 40	55,8	55,7
	28 50	22,0	21,9
	29 0	48,0	47,9
	29 50	55,7	55,6
IV.	4 20	24,5	24,4
	7 0	50,3	50,2
	8 20	20,6	20,7
	15 50	1,5	1,4
	16 50	17,3	17,4
	18 30	15,3	15,4
	19 20	10,4	10,5
	19 30	21,1	21,2
	20 30	23,4	23,3
	22 20	8,1	8,2
	26 0	4,0	4,1
	27 40	10,0	10,1
	28 10	28,3	28,2
V.	5 10	32,0	32,1
	7 40	9,2	9,1

		statt	lies
Vs	7°50′	11″2	11″1
	12 0	43,9	44,0
	12 20	45,2	45,3
	14 30	49,5	49,4
	16 30	47,4	47,3
	22 0	18,1	18,2
	24 50	53,5	53,4
	25 0	51,9	51,8
	25 10	50,3	50,2
	26 10	40,3	40,4
	29 0	10,8	10,7
VI.	1 0	49,2	49,3
	3 0	28,1	28,2
	3 50	19,7	19,6
	4 50	9,7	9,8
	5 0	8,1	8,2
	5 10	6,5	6,6
	8 0	41,9	41,8
	13 30	12,6	12,7
	15 30	10,5	10,6
	17 40	14,8	14,7
	18 0	16,1	16,0
	22 10	48,8	48,9
	22 20	50,8	50,9
	24 50	28,0	27,9
VII.	1 50	31,7	31,8
	2 20	50,0	49,9
	3 0	15,4	15,3
	4 0	56,0	55,9
	7 40	51,9	51,8
	9 30	36,6	36,7
	10 30	38,9	38,8
	10 40	49,6	49,5
	11 30	44,7	44,6
	13 10	42,7	42,6
	14 10	58,5	58,6
	21 40	39,4	39,3
	23 0	9,7	9,8
	25 40	35,5	35,6
VIII	0 10	4,3	4,4
	1 0	12,0	12,1
	1 10	38,0	38,1
	1 20	4,2	4,3
	1 50	23,6	23,5
	2 10	17,2	17,1
	3 50	54,1	54,0
	6 20	17,9	17,8
	8 40	43,6	43,7
	8 50	16,6	16,7
	9 0	49,8	49,9
	9 10	23,2	23,3
	9 20	56,7	56,8
	9 30	30,4	30,5
	11 20	51,7	51,6
	11 50	39,1	39,0
	12 40	41,4	41,3
	14 30	37,1	37,2
	15 40	12,5	12,4
	17 0	37,3	37,4
	17 30	42,0	42,1

		statt	lies
VIIIs	17°40′	23″9	24″0
	17 50	6,0	6,1
	18 30	56,1	56,2
	18 50	22,2	22,3
	20 50	13,7	13,8
	21 50	49,2	49,1
	24 40	24,7	24,8
	25 30	34,8	34,7
	29 30	39,1	39,2
IX.	0 30	12,1	12,2
	1 50	46,7	46,8
	2 0	44,4	44,5
	6 0	46,4	46,5
	7 50	24,5	24,6
	8 40	49,7	49,6
	8 50	55,3	55,2
	9 0	1,1	1,0
	12 10	28,3	28,4
	19 30	41,3	41,4
	20 30	34,3	34,4
	24 0	5,3	5,2
	24 40	40,9	40,8
	25 40	10,1	10,0
	27 10	6,9	6,8
	28 50	48,2	48,1
	29 40	16,0	15,9
X.	1 10	53,8	53,9
	3 40	10,8	10,7
	4 0	20,2	20,1
	7 30	12,9	13,0
	11 30	32,4	32,5
	15 0	10,7	10,6
	15 30	30,6	30,7
	15 40	17,6	17,7
	19 40	53,5	53,4
	23 40	57,1	57,2
	25 50	56,1	56,2
	27 0	32,9	32,8
	27 10	30,1	30,0
XI.	0 10	1,6	1,5
	2 10	4,6	4,5
	5 10	39,7	39,6
	6 20	2,5	2,6
	8 30	57,8	57,9
	10 40	8,6	8,5
	11 30	39,6	39,5
	13 30	1,9	1,8
	15 40	42,6	42,5
	15 50	50,8	50,7
	19 40	15,0	14,9
	20 20	53,1	53,2
	20 50	22,2	22,3
	21 0	31,9	32,0
	21 10	41,8	41,9

		statt	lies
XIs	23°10′	42″5	42″6
	26 10	51,4	51,3
	26 20	2,1	2,0
	26 30	12,8	12,7
	26 50	34,3	34,2
	27 0	45,1	44,9
	27 10	55,8	55,7
	27 20	6,6	6,5

Variation.

Os	23°	2″3	2″2
I.	8	26,4	26,5
	14	14,8	14,9
	19	44,2	44,3
II.	6	27,2	27,3
	15	40,9	40,8
	24	16,1	16,2
	27	36,2	36,3
III.	12	34,5	34,6
	22	28,5	28,6
	25	58,8	58,7
IV.	6	33,1	33,0
V.	3	8,4	8,3
	13	22,0	22,1
	19	10,8	10,7
	20	22,9	22,8
	23	4,5	4,4
VI.	7	55,5	55,6
	10	37,1	37,2
	11	49,2	49,3
	17	38,0	37,9
	27	51,6	51,7
VII.	24	26,9	27,0
VIII.	5	1,2	1,3
	8	31,5	31,4
	18	25,5	25,4
IX.	3	23,8	23,7
	6	43,9	43,8
	15	19,1	19,2
	24	32,8	32,7
X	11	15,8	15,7
	16	45,2	45,1
	22	33 6	33,5
XI.	7	57,7	57,8

Reduction.

I.	6	28″2	28″0
	7	23,9	23,8
	23	23,9	23,8
	24	28,2	28,0
IV.	6	31,8	32,0
	7	36,1	36,2
	23	36,1	36,2
	24	31,8	32,0

Breitengleichungen.

Distance polaire.

IIIs	3° 0′	41″5	41″4
	5 10	31,5	31,4
	5 50	52,1	52,2

IIIs	7°30′	54″8	54,9
	8 20	32,0	32,1
	8 30	39,9	40,0
	9 30	30,6	30,7

Digitized by Google

			statt	lies
III^s	10°	10′	7″5	7″6
	10	20	17,1	17,2
	10	40	36,8	36,9
	11	0	57,1	57,2
	17	20	19,1	19,2
	19	10	25,1	25,2
	19	20	42,9	43,0
	22	40	9,8	9,9
	22	50	30,7	30,8
	23	10	13,0	12,9
	23	20	34,3	34,2
	23	50	39,1	39,0
	24	0	1,0	0,9
	26	50	34,8	34,7
IV.	4	10	39,0	39,1
	7	20	37,9	37,8
	7	50	16,5	16,6
	11	0	7,1	7,2
	11	20	18,1	18,2
	13	0	20,1	20,2
	14	50	11,6	11,5
	17	20	54,1	54,0
	18	0	33,4	33,5
	19	20	57,3	57,2
	24	30	51,9	51,8
	24	40	35,8	35,7
	27	50	46,9	46,8
	28	30	49,8	49,9
	28	40	35,7	35,9
	28	50	21,7	21,9
	29	0	7,8	8,1
	29	10	54,0	54,3
	29	20	40,4	40,6
	29	30	26,9	27,0
V.	0	10	33,3	33,2
	2	0	11,8	11,9
	2	30	34,8	34,9
	2	40	22,6	22,7
	6	0	33,4	33,3
	12	10	33,3	33,4
	12	50	58,8	58,7
	15	10	3,1	3,2
	16	40	53,0	53,1
	17	10	30,4	30,3
	17	20	22,9	22,8
	17	40	8,0	7,9
	17	50	0,6	0,5
	23	40	59,0	59,1
	23	50	52,5	52,6
	24	0	46,0	46,1
	24	20	33,1	33,2
	27	40	26,7	26,8
	29	30	18,6	18,5
VI.	0	30	41,4	41,5
	2	20	33,3	33,2
	5	40	26,9	26,8

			statt	lese
VI^s	6°	0′	14″0	13″9
	6	10	7,5	7,4
	6	20	1,0	0,9
	12	10	59,4	59,5
	12	20	52,0	52,1
	12	40	37,1	37,2
	12	50	29,6	29,7
	13	20	7,0	6,9
	14	50	56,9	56,8
	17	10	1,2	1,3
	17	50	26,7	26,6
	24	0	26,6	26,7
	27	20	37,4	37,3
	27	30	25,2	25,1
	28	0	48,2	48,1
	29	50	26,7	26,8
VII.	0	30	33,1	33,0
	0	40	19,6	19,4
	0	50	6,0	5,7
	1	0	52,2	51,9
	1	10	38,3	38,1
	1	20	24,3	24,1
	1	30	10,2	10,1
	2	10	13,1	13,2
	5	20	24,2	24,3
	5	30	8,1	8,2
	10	40	2,7	2,8
	12	0	26,6	26,5
	12	40	5,9	6,0
	15	10	48,4	48,5
	17	0	39,9	39,8
	18	40	41,9	41,8
	19	0	52,9	52,8
	22	10	43,5	43,4
	22	40	22,1	22,2
	25	50	21,0	20,9
VIII.	3	10	25,2	25,3
	6	0	59,0	59,1
	6	10	20,9	21,0
	6	40	25,7	25,8
	6	50	47,0	47,1
	7	10	29,3	29,2
	7	20	50,2	50,1
	10	40	17,1	17,0
	10	50	34,9	34,8
	12	40	40,9	40,8
	19	0	2,9	2,8
	19	20	23,2	23,1
	19	40	42,9	42,8
	19	50	52,5	52,4
	20	30	29,4	29,3
	21	30	20,1	20,0
	21	40	28,0	27,9
	22	30	5,2	5,1
	24	10	7,9	7,8
	24	50	28 5	28,6
	27	0	18,5	18,6

Equ. II. de la distance polaire.

		statt	lese
III^s	26°	7″0	7″1
	27	11,1	11,2
IV.	0	24,4	24,3
	8	5,4	5,3
	21	28,8	28,9
VII.	9	31,2	31,1
	22	54,6	54,7
VIII.	0	35,6	35,7
	3	48,9	48,8
	4	53,0	52,9

Tab. XXV.

Arg. 20 Long.

	statt	lese
430	8″8	8″7
570	21,2	21,3
	VI.	
260	6,2	6,1
740	53,8	53,9
	VII.	
260	2,7	2,6
740	47,3	47,4

	statt	lese
	VIII.	
300	24″7	24″6
330	23,8	23,9
670	6,2	6,1
700	5,3	5,4
	IX.	
330	6,4	6,3
670	53,6	53,7
	X.	
270	1,0	0,9
300	1,2	1,1
390	2,8	2,7
610	9,2	9,3
700	10,8	10,9
730	11,0	11,1
	XII.	
320	2,2	2,3
680	31,8	31,7

Parallaxengleichungen.

Parall. aequat.

		statt	lese
O^s	26°	34″4	34″5
I.	1	25,0	25,1
	12	59,8	59,7
	14	54,6	54,5
	26	20,2	20,3
II.	20	2,7	2,6
	28	36,4	36,3
	29	33,1	33,0
V.	10	51,9	51,8

Evect.

O^s	5	20,6	20,7
	20	18,4	18,5
	25	17,1	17,2
I.	9	12,2	12,1
	24	4,8	4,9
II.	4	59,2	59,1
	5	58,6	58,5
III.	5	39,4	39,3
	26	26,3	26,4
V.	7	8,8	8,9

Variat.

		statt	lese
O^s	21°	48″8	48″7
	23	47,4	47,5
II.	10	9,2	9,3
	15	6,7	6,8
III.	1	3,8	3,7
	12	6,3	6,4
	19	9,8	9,9
IV.	26	40,8	40,7
V.	26	56,8	56,7

Equat. 1.

15	0.1	0,2

Equat. 9.

15	1,3	1,2
30	0,4	0,3
45	3,2	3,3

Equat. 13.

24	1,0	1,1

Beim Gebrauche der Tafeln fand ich an mehrern Stellen Fehler von 0″2; dieses veranlafste mich, fast sämmtliche Tafeln genau nachzurechnen. Die Differenzen, die ich gefunden habe, setze ich alle her, obgleich die meisten fast ganz aufser Acht gelassen werden könnten.

Ich bemerke noch bei dieser Gelegenheit, dafs die Gleichung von langer Periode mit einem Argumente, das in der Theorie nicht existirt, eingeführt ist.

Thomas Clausen.

Digitized by Google

Suite des observations faites à l'Observatoire Impérial de Vilna, pendant l'année 1836 n. s.

Par Mr. *Slavinsky.*

Cérès

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.	Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.
28 Août	2850—108	Aquar. A^b	6	23^{h}42′55″0	—19°48′56″0	17 Sept.	2836—107	Aquar. A^4	6	23^{h}37′32″1	—19°35′6′1
7 Sept.	———	———		56,2	56,3	27 ———	2764—88	Aquar. c^2	4.5	0 44,7	—22 3 19,9
17 ———	———	———		55,3	56,8	7 Octbr.	———	———		44,6	20,9
28 Août	2874—2	Celi g	4	55 22,7	—18 14 31,7	17 ———	———	———		44,6	22,1
7 Sept.	———	———		22,9	31,8	27 Sept.	2810—101	Aquar. b^4	5	24 44,3	—21 48 53,0
	2836—107	Aquar. A^4	6	37 32,0	—19 35 5,6	7 Octbr.	———	———		44,3	55,4

Position de la Planète Cérès.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Ascension droite appar. Observée.	Différ.	Déclin. appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Déclin. appar. Observée.	Différ.
1836.							
2 Sept.	12^{h}47′49″1	23^{h}36′18″84	23^{h}36′17″88	+ 0″96	—19°50′49″1	—19°50′56″3	— 7′2
5 ———	33 36,3	33 53,76	33 52,47	+ 1,29	—20 8 34,5	—20 8 43,1	— 8,6
7 ———	24 5,6	32 14,91	32 13,32	+ 1,59	19 49,2	19 59,7	—10,5
10 ———	9 48,3	29 44,55	29 43,27	+ 1,28	35 40,0	35 51,9	—11,9
11 ———	5 1,8	28 54,15	28 52,61	+ 1,54	40 38,9	40 46,4	— 7,5
13 ———	11 55 29,3	27 12,99	27 11,65	+ 1,34	50 9,2	50 19,3	—10,1
14 ———	50 43,6	26 22,48	26 21,57	+ 0,91	54 41,4	54 50,6	— 9,2
16 ———	41 11,0	24 41,80	24 40,66	+ 1,14	—21 3 8,0	—21 3 19,6	—11,6
17 ———	36 25,0	23 51,74	23 50,40	+ 1,34	7 6,3	7 14,3	— 8,0
28 ———	10 44 39,9		15 18,84			38 7,7	
30 ———	35 21,6		13 52,14			41 7,1	
6 Octbr.	7 40,0		9 45,30			45 11,6	
7 ———	3 8,1		9,29			16,8	
8 ———	9 58 36,9		8 33,85			0,9	
9 ———	54 7,6		0,38			44 32,2	

Junon.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.	Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.
11 Janvier	812—12	Monocer e.	6	6^{h}23′37″5	+ 4°58′6″8	20 Février	752—66	Orionis C	6	5^{h}56′18″4	+ 4° 9′41″3
21 ———	———	———		37,5	6,0	10 ———	785—75	Orionis I	6	6 8 4,8	+ 9 59 45,8
31 ———	———	———		37,5	5,3	20 ———	———	———		4,8	45,6
11 ———	887—22	Monocer m	4.5	7 3 30,0	— 0 13 34,0	1 Mars	———	———		4,6	45,5
21 ———	———	———		30,0	35,2	11 ———	———	———		4,4	45,5
31 ———	———	———		30,0	36,4	1 ———	794—8	Monocer b	5.6	15 4,7	+ 4 40 18,4
10 Février	752—66	Orionis C	6	5 56 18,5	+ 4 9 41,7	11 ———	———	———		4,6	18,3

Position de la Planète Junon.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Ascension droite appar. Observée.	Différ.	Déclin. appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Déclin. appar. Observée.	Différ.
1836.							
11 Janvier	11^h 7′17″5	6^{h}28′56″18	6^{h}28′59″27	— 3′09	+ 1°32′16″6	+ 1°32′36″7	— 20″1
22 ———	10 16 53,0	21 45,17	21 48,49	— 3,32	+ 3 5 39,9	+ 3 6 5,1	— 25,2
14 Février	8 42 43,1		18 4,33			+ 6 55 49,2	
10 Mars	7 17 47,6		31 28,39			+10 40 52,6	

Digitized by Google

Pallas.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.	Pour 1836.	Noms des étoiles			Asc. droite app.	Décl. appar.
8 Août	2479—16	Delphini χ	6	20h 47′ 50″9	+11° 56′ 53″4	7 Sept.	2495—2	Equulei λ	6	20h 54′ 9″8	+ 6° 32′ 37″2
18 ——	——	——		50,9	55,1	17 ——	——	——		9,7	38,0
28 ——	——	——		50,9	56,6	18 Août	2510—5	Equulei γ	5	21 2 24,2	+ 9 28 41,5
18 ——	2515—7	Equulei δ	4,5	21 6 31,9	+ 9 21 3,2	28 ——	——	——		24,2	42,9
28 ——	——	——		31,9	4,6	7 Sept.	——	——		24,1	44,0
—— ——	2495—2	Equulei λ	6	20 54 9,8	+ 6 32 36,3						

Position de la Planète Pallas.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Ascension droite appar. Observée.	Différ.	Déclin. appar. Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Déclin. appar. Observée.	Différ.
1836.							
15 Août	11h 22′ 34″0	20h 59′ 53″29	20h 59′ 50″79	+ 2″50	+11° 32′ 30″5	+11° 31′ 59″0	+ 31″6
19 ——	3 51,5	56 54,41	56 51,43	+ 2,98	+10 51 59,7	+10 51 29,6	+ 30,1
26 ——	10 31 29,0		51 59,60			+ 9 34 34,4	
28 ——	22 19,3		50 41,45			11 37,3	
30 ——	13 13,5		49 27,24			+ 8 48 12,5	
31 ——	8 53,1		48 52,68			36 27,4	
2 Sept.	9 59 43,0		47 44,21			12 29,6	
5 ——	46 17,3		46 5,93			+ 7 36 18,4	
6 ——	41 52,2		45 36,66			24 11,1	
11 ——	19 59,5		43 23,16			+ 6 22 59,3	

Vesta.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.	Pour 1836.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.
11 Mars	1392—9	Virginis o	4.5	11h 56′ 52″2	+ 9° 38′ 32″5	10 Avril	1409—6	Comæ Ber.	5	12h 7′ 41″2	+15° 48′ 44″7
21 ——	——	——		52,3	32,6	—— ——	1349—85	Leonis	6	11 21 9,3	+16 19 5,7
11 ——	1440—19	Virginis	6	12 22 14,5	+10 37 30,7	20 ——	——	——		9,3	6,6
21 ——	——	——		14,6	29,7	30 ——	——	——		9,2	7,5
—— ——	1375—94	Leonis β	2 3	11 40 42,4	+15 29 18,9	10 Mai.	——	——		9,1	8,4
31 ——	——	——		42,4	19,5	20 ——	——	——		9,0	9,2
10 Avril	——	——		42,4	20,3	10 Avril	1358—90	Leonis C	6	26 10,9	+17 42 9,8
20 ——	——	——		42,3	21,2	20 ——	——	——		10,9	10,7
30 ——	——	——		42,3	22,2	30 ——	——	——		10,8	11,7
10 Mai	——	——		42,2	23,1	—— ——	1338—78	Leonis ι	4	15 22,8	+11 25 56,7
21 Mars	1409—6	Comæ Ber.	5	12 7 41,1	48 43,2	10 ——	——	——		22,7	57,4
31 ——	——	——		41,2	43,9	20 ——	——	——		22,6	58,1

Position de la Planète Vesta.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite apparente. Observée.	Différ.	Observée moy.	Berl. Astron. Jahrb. für 1836.	Différ.
1836.		1440.				
12 Mars	12h 47′ 41″3	12h 9′ 9″20		12h 9′ 9″20	12h 9′ 12″40	+ 3″20
		1392 *)				
21 ——	3 10,8	12h 1′ 0″53 1 0,37	+ 0″16	1 0,45	1 3,62	+ 3,37
23 ——	11 53 28,8	11 59 10,13 11 59 9,82	+ 0,31	11 59 9,97	11 59 13,38	+ 3,41
24 ——	48 38,2	58 15,17 58 15,11	+ 0,06	58 15,14	58 18,39	+ 3,25
29 ——	24 29,9	53 45,74 53 45,57	+ 0,17	53 45,65		
6 Avril	10 46 27,8	47 11,80 47 11,71	+ 0,09	47 11,75		
8 ——	37 10,1	—— 45 43,63		45 43,63		
9 ——	32 31,6	45 1,41 1,21	+ 0,20	1,30		

*) Le numéro du Catalogue qui désigne l'étoile avec laquelle la planète a été comparée.

Digitized by Google

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite apparente. Observée.		Différ.	Observée moy.	Berl Astron. Jahrb. für 1836.	Différ.
1836.		1349.	1358.				
12 Avril	10° 18′ 45″7	11h 43′ 2″10	11h 43′ 2″75	— 0″65	11h 43′ 2″42		
16 —	0 45,0	40 44,58	40 45,30	— 0,72	40 44,94		
18 —	9 51 53,8	39 45,06	39 45,74	— 0,68	39 45,40		
19 —	47 30,6	17,63	18,48	— 0,85	18,05		
21 —	38 49,8	38 28,58	38 29,38	— 0,80	38 28,98		
23 —	30 15,5	37 46,12	37 46,68	— 0,56	37 46,40		
24 —	26 1,1	27,43	28,08	— 0,65	27,75		
25 —	21 48,5	10,73	11,35	— 0,62	11,04		
			1375.				
27 —	13 28,7	———	36 42,98		36 42,98		
			1358.				
28 —	9 26,8	36 30,65	31,38	— 0,73	31,01		
30 —	1 11,3	12,91	13,69	— 0,78	13,30		
			1375.				
2 Mai	8 53 8,7	2,29	2,69	— 0,40	2,49		
3 —	49 10,3	35 59,62	0,24	— 0,62	35 59,93		
5 —	41 18,0	58,98	35 59,90	— 0,92	59,44		
6 —	37 24,6	36 1,66	36 2,27	— 0,61	36 1,96		
			1338.				
7 —	33 32,4	5,55	5,86	— 0,31	5,70		
9 —	25 53,8	18,95	19,10	— 0,15	19,02		
11 —	18 22,4	39,23	39,66	— 0,43	39,44		

Jour de l'observ.	Déclin. appar. Observée.	Berl. Astr. Jahrb. für 1836.	Différ.
1836.			
12 Mars	+12° 0′ 42″7	+12° 0′ 23″7	— 19″0
21 —	+13 7 19,5	+13 7 1,7	— 17,8
23 —	20 22,6	20 3,3	— 19,3
24 —	26 36,0	26 16,2	— 19,8
29 —	54 22,4		
6 Avril	+14 26 17,9		
8 —	32 40,8		
9 —	33 55,9		
12 —	39 16,3		
16 —	42 30,4		
18 —	33,2		
19 —	9,8		
21 —	40 35,5		

Jour. de l'observ.	Declin. appar. Observée.
23 Avril	14° 38′ 2″2
24 —	36 20,7
25 —	34 35,9
27 —	30 2,9
28 —	27 26,9
30 —	21 24,8
2 Mai	14 43,9
3 —	11 0,8
5 —	2 59,2
6 —	13 58 37,7
7 —	54 5,7
9 —	44 27,6
11 —	34 4,2

(Der Beschluss folgt.)

Vermischte Nachrichten.

Herr Dr. *Lehmann*, Prediger zu Derwitz bei Potsdam, hatte mir einen Aufsatz über die sehr grofsen und totalen Sonnenfinsternisse auf der Erde überhaupt (mit besonderem Bezug auf die Finsternifs im Julius dieses Jahres) gesandt, der, so interessant er war, doch wegen seiner Ausdehnung nicht wohl in diesen Blättern erscheinen konnte. Er würde etwa 11 Nummern eingenommen haben. Unter diesen Umständen entschlofs sich mein Freund, der Herr *Mauke* in Hamburg, ihn als besonderes Werk, und zugleich als Supplementband der Astronomischen Nachrichten drucken zu lassen. Er wird vor dem Ende des Maimonats ausgegeben werden, und ich ersuche alle meine Leser, die ihn zeitig zu erhalten wünschen, schon jetzt ihre Bestellungen bei der Buchhandlung der Herren *Perthes-Besser* und *Mauke* zu machen. *S.*

(Inh. zu Nr. 444.) Ueber den Doppelstern p Ophiuchi. Von Herrn Hofrath *Mädler*. p. 201. — Derselbe Partiale Sonnenfinsternifs am 18. Juli 1841 beobachtet am Dorpater Refraktor. p. 209. — Schreiben des Herrn *Lamont*, Directors der Münchener Sternwarte, an den Herausgeber. p. 211. — Vermischte Nachrichten. p. 215.

(zu Nr. 445.) Ueber die Sonnenflecken im Jahre 1841. Von Herrn Hofrath *Schwabe*. p. 217. — Schreiben des Herrn *Rümker*, Dir. der Hamb. Sternwarte, an den Herausgeber. p. 219. — Fehler in *Burckhardts* Mondstafeln. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 221. Suite des observations faites à l'Observ. Imp. de Vilna etc., par Mr. *Slavinsky*. p. 227. — Vermischte Nachrichten. p. 231.

Altona 1842. März 31.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 446.

Suite des observations faites à l'Observatoire Impérial de Vilna, pendant l'année 1836 n. s.

Par Mr. *Slavinsky.*

(Beschluss.)

Observations de la Lune faites à la lunette méridienne de *Ramsden* de 6 pieds anglais de longueur, objectif de 4 pouces, grossissement de 100 fois.

Jour de l'observation. 1836.	Noms des Astres.		Passage.	Fils.	Mouvement diurne de la pendule.	La lunette montrait exactement sur la mire.
29 Janvier	109 n Tauri	5.6	5h 2′ 6″26	5	+ 1,04 *Hardy* *)	à 1h 10′
——	112 β Tauri	2	8 36,37	5		
——	Lune 1er Bord		26 35,96	5		
25 Février	97 i Tauri	5.6	4 34 43,81	5	+ 0,50 ——	à 3 55
——	102 ι Tauri	5.6	46 14,47	5		
——	Lune 1er Bord		5 5 5,26	5		
——	136 C Tauri	4.5	35 58,19	5		
——	1 H Geminor.	5	47 6,02	5		
26 ——	136 C Tauri	4.5	35 58,71	5	+ 0,50 ——	à 3 55
——	1 H Geminor.	5	47 6,54	5		
——	Lune 1er Bord		59 25,77	5		
29 Mars	41 γ Leonis	2	10 4 6,26	3	+ 0,05 ——	à 7 0
——	Lune 1er Bord		8 49,13	5		
——	52 k Leonis	6	30 54,55	4		
25 Avril	4 λ Leonis	4.5	9 19 34,64	5	+ 0,26 ——	à 9 15
——	16 ψ Leonis	6	32 0,89	5		à 9 25
——	Lune 1er Bord		49 24,37	5		à 9 45
——	41 γ Leonis	2	10 8 8,90	5		
——	47 ρ Leonis	4	21 23,72	5		
27 ——	77 σ Leonis	4	11 9 54,84	5	+ 0,16 ——	à 9 40
——	84 τ Leonis	4	16 44,44	5		
——	Lune 1er Bord		30 41,78	5		
——	9 o Virginis	4.5	54 5,62	5		
——	15 η Virginis	3.4	12 8 45,30	3		
30 ——	99 ι Virginis	4	14 4 41,20	5	+ 0,22 ——	à 10 20
——	Lune 1er Bord		8 3,74	5		
——	9 α^2 Librae	3	39 4,79	5		
——	15 ξ Librae	5	45 8,46	5		
26 Mai	16 c Virginis	5.6	12 9 23,10	4	+ 0,78 ——	à 12 5
——	29 γ′ Virginis	4	30 43,04	5		à 12 25
——	Lune 1er Bord		47 35,68	5		à 12 40
——	51 θ Virginis	4.5	58 49,68	4		
——	67 α Virginis	1	13 13 55,66	5		
27 ——	51 θ Virginis	4.5	12 58 50,58	5	+ 0,78 ——	à 12 55
——	67 α Virginis	1	13 13 56,32	5		
——	Lune 1er Bord		39 51,70	5		
——	98 x Virginis	4	14 1 32,16	5		
——	100 λ Virginis	4	7 37,62	5		

*) La pendule de *Hardy* est réglée sur le tems sidéral.

Digitized by Google

Jour de l'observation. 1836.	Noms des Astres.	Passage.	Fils.	Mouvement diurne de la pendule.	La lunette montrait exactement sur la mire.
30 Mai	21 α Scorpii 1	$16^h\,16'\,46''47$	5	+ 0″54 *Hardy*	à 13′ 0′
—	23 τ Scorpii 3.4	23 5,81	5		
—	Lune 2me Bord	45 7,47	5		
—	51 e^2 Ophiuchi 5	17 18 49,48	5		
—	3 p Sagittarii 5	34 38,95	5		
28 Juin	13 μ Sagittarii 3.4	18 1 26,20	5	— 0,24 —	à 15 5
—	19 δ Sagittarii 3.4	7 58,83	4		
—	Lune 1er Bord	26 32,29	5		
—	40 τ Sagittarii 4	54 10,73	5		
—	52 h^2 Sagittarii 4.5	19 24 12,03	5		
26 Août	71 τ^2 Aquarii 5.6	22 38 29.61	5	+ 0,14 —	à 17 40
—	Lune 2me Bord	47 10,90	5		
—	90 Φ Aquarii	23 3 24,80	5		
21 Sept.	34 ζ Capric. 6	9 14 9,70	5	— 1,64 *Shelton* *)	à 6 20
—	Lune 1er Bord	21 9,54	5		
—	33 i Aquarii 4.5	54 19,69	5		
13 Novbr.	Lune 1er Bord	4 8 47,33	5	— 0,77 —	à 4 0
—	16 ψ Capric. 4.5	5 3 13,21	5		à 4 30

Remarque. Comme la lunette n'a pu être toujours vérifiée sur la mire méridienne invisible pendant la nuit, immédiatement avant les passages de la Lune, et que le ciel brumeux a souvent empêché de la vérifier même pendant le jour; nous avons donné ici le moment de la vérification la plus proche qu'il ait été possible de faire.

Occultations d'étoiles par la Lune et éclipses de satellites de Jupiter observées à la lunette de *Dollond* (grossissement de 80 fois).

1836 n. s.	16 Janvier.	Emersion du premier satellite de Jupiter	$1^h\,39'\,26''3$ t. sidéral.	bonne.
	8 Février.	——— ——— ——— ———	3 22 47,8 ———	bonne.
	24 Mars.	Immersion de 139 Tauri 5.6 sous le bord obscur de la Lune	6 58 25,0 ———	bonne.
	8 Avril.	Emersion du premier satellite de Jupiter	11 40 32,8 ———	bonne.
	23 ——	Immersion de 19 λ Cancri 6 sous le bord obscur de la Lune	9 31 11,1 ———	bonne.
	24 ——	Emersion du premier satellite de Jupiter	11 8 7,0 ———	dout.
	17 ——	——— ——— ———	12 49 25,5 ———	médiocre.
	22 Juin.	Immersion de 29 γ' Virg. 4 sous le bord obscur de la Lune	14 1 51,5 ———	bonne.
		Emersion —— ——— de dessous le bord éclairé de la Lune	14 47 3,5 ———	bonne.
	24 Décbr.	Immersion du premier satellite de Jupiter	6 29 3,1 ———	médiocre.

Eclipse de Soleil le 15 Mai.

La fin de l'éclipse a eu lieu à $9^h\,59'\,59''2$ t. sidéral. Observ. bonne.

Extrait des observations météorologiques faites pendant l'année 1836 à l'Observatoire de Vilna

Ann. 1836 nouv. style.	Baromètre 1). Maximum.		Minimum.		Moyenne.	Thermomètre 2). Maximum.		Minimum.		Moyenne.	Vent dominant.
	p l		p l		p l	d		d		d	
Janvier	28 3,8	le 7	26 8,3	le 19	27 7,94	+ 3,2	le 24	—22,2	le 4	— 5,65	Sud.
Février	28 1,1	le 4,5	26 9,9	le 11	27 7,01	+ 3,2	le 26	—10,7	le 19	— 0,81	Sud.
Mars	28 1,1	le 19	27 0,7	le 15	27 7,17	+12,9	le 26	— 0,7	le 2	+ 4,52	Sud.
Avril	28 1,5	le 12	27 2,1	le 1	27 9,29	+17,2	le 30	+ 1,2	le 9,19	+ 7,94	Sud et Sud-Est.
Mai	28 1,7	le 28	27 5,1	le 22	27 9,65	+18,5	le 3	— 1,7	le 10	+ 7,92	Nord-Ouest.
Juin	28 0,2	le 12	27 4,6	le 20	27 9,30	+23,7	le 18	+ 3,5	le 3	+13,86	Nord-Ouest.

*) La pendule de *Shelton* est réglée sur le tems moyen.

Digitized by Google

Ann. 1836 nouv. style.	Baromètre 1). Maximum.	Minimum.	Moyenne.	Thermomètre 2). Maximum.	Minimum.	Moyenne.	Vent dominant.
	p l	p l	p l	d	d	d	
Juillet	28 0,4 le 28	27 3,8 le 20	27 8,71	+23,0 le 30	+ 6,8 le 11	+13,31	Nord-Ouest.
Août	27 11,4 le 11	27 4,9 le 20	27 8,78	+20,0 le 16	+ 5,8 le 29	+11,71	Nord-Ouest.
Septemb.	28 1,8 le 14	27 3,1 le 19	27 9,15	+21,0 le 6	+ 1,5 le 14	+10,09	Sud et Nord-Ouest.
Octob.	28 3,6 le 18	27 0,4 le 30	27 9,29	+16,2 le 5	+ 0,5 le 23	+ 8,74	Sud.
Novemb.	28 2,3 le 13	27 1,2 le 30	27 8,16	+ 4,7 le 30	−10,0 le 25	— 0,82	Sud.
Décemb.	28 1,1 le 30	26 9,2 le 11	27 6,22	+ 4,0 le 9,20	−11,6 le 29,30	— 1,42	Sud et Nord-Ouest.
Maximum de l'année	28 3,8 le 7 Janv. à 3h du soir			+23,7 le 18 Juin à 3h du soir.			
Minimum de l'année	26 8,3 le 19 Janv. à 8h du matin			−22,2 le 4 Janvier à 8h¼ du matin.			
Moyenne	27 8,39			+ 5,78			

Vent dominant Sud et Nord-Ouest.

1) Le baromètre est placé à l'Observatoire à 2 pieds au-dessus du plancher, et le plancher de l'Observatoire est élevé au-dessus du niveau de la mer à 375,6 pieds de Paris. La division du baromètre est en pouces, lignes et dixièmes de ligne du pied de Paris.

2) Divisé selon l'échelle de Réaumur.

Slavinsky.

Meteorologische Beobachtungen auf der Dorpater Sternwarte.

Von Herrn Hofrath *Mädler*.

		Barometer bei 10° R. 9h M.	3h Ab.	9h Ab.	Thermometer. 9h.	3h.	9h.	Thermograph. Min.	Max.	Absolutes Minimum.	Maximum.	Heiterkeit.
1840	Decbr.	338‴288	338‴323	338‴284	— 8°16	— 7°51	— 8°15	−10°42	— 6°03	−21°9 am 12.	— 2,1 am 5.	0,41
1841	Januar	334,544	334,470	334,677	— 7,34	— 5,94	— 6,69	— 9,37	— 4,20	−19,0 am 21.	+ 1,5 am 7.	0,27
	Februar	38,191	38,027	37,880	— 8,20	— 6,09	— 8,44	−11,06	— 4,86	−24,0 am 7.	+ 2,7 am 19.	0,32
	März	35,316	35,469	35,389	— 2,01	+ 0,81	— 1,84	— 4,52	+ 1,86	−11,7 am 16.	+ 6,4 am 29.	0,31
	April	35,534	35,286	35,309	+ 4,81	+ 7,55	+ 3,63	+ 1,09	+ 8,24	— 2,2 am 4.	+15,8 am 29.	0,37
	Mai	35,431	35,288	35,292	+11,08	+13,56	+ 8,92	+ 6,04	+14,60	+ 0,1 am 5.	+21,3 am 31.	0,62
	Juni	33,390	33,882	33,986	+14,38	+16,58	+12,39	+ 9,82	+17,54	+ 5,7 am 16.	+22,6 am 27.	0,52
	Juli	33,032	32,965	32,937	+14,32	+16,78	+12,07	+ 9,89	+17,38	+ 6,8 am 19.	+23,0 am 5.	0,43
	August	35,418	35,364	35,476	+14,59	+16,64	+11,54	+ 9,24	+17,50	+ 6,8 am 1.	+21,9 am 13.	0,60
	Septbr.	35,035	34,693	34,728	+ 9,81	+12,20	+ 7,78	+ 5,50	+12,80	— 1,4 am 24.	+19,8 am 6.	0,53
	October	32,281	32,329	32,680	+ 5,41	+ 7,08	+ 4,48	+ 3,36	+ 7,89	— 4,7 am 31.	+13,5 am 2.	0,33
	Novbr.	34,032	33,835	33,614	— 0,09	+ 0,59	+ 0,02	— 1,64	+ 1,99	— 9,0 am 15.	+ 6,2 am 8.	0,26
	Decbr.	35,299	35,319	35,546	+ 0,41	+ 0,76	+ 0,50	— 0,11	+ 1,27	— 5,8 am 31.	+ 8,3 am 1.	0,04
Jahr 1841.		334,792	334,743	334,793	+ 4,85	+ 6,79	+ 3,77	+ 1,60	+ 7 82	−24,0(7Febr.)	+23,0 (5 Juli)	0,383

Aus dem tägl. Maximum und Minimum folgt die Mitteltemperatur des Jahrs = + 4°71.

Aus $\frac{(9^h) + (3^h) + 2\,(9^h)}{4}$ folgt..... + 4,79.

Mädler.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansteen*, Directors der Sternwarte in Christiania.

1842. Febr. 4.

Von den Herren *Hagerup* und *Due* (beide sind Officiere in der Norwegischen Marine) sind auf Tromsöe folgende Sternbedeckungen beobachtet.

Die Breite von Tromsöe ist 69° 39′ 16″2, die Länge 16° 38′ 30″ östlich von Paris.

1) 1836 März 22 (6.7) Gröfse Eintr. 9h 2′ 52″22 mittl. Zt.
Austr. 9 25 18,12

2) 1836 Nov. 22 37 A′ Tauri Eintr. 19h 37′ 6″71 mittl. Zt.

3) 1837 Dec. 9 (4) Gr. Eintr. 11 39 5,84

4) 1838 Jan. 3 (4) Gr. Eintr. 4 48 25,71

5) — 5 (4) Gr. Eintr. 12 45 40,70

Auf Bodöe (Hundholm) Breite 67° 17′, Länge ohngefähr 1½° östlich von Copenhagen, oder 4′ 50″ in Zeit westlich von

Digitized by Google

Berlin, ward die Sonnenfinsterniſs am 16ten Juli 1833 folgendermaafsen beobachtet:

Anfang 18h 23′ 24″38 m. Zt.
Ende 20 19 35,55.

Sollten sich zu den in Tromsöe beobachteten Sternbedeckungen correspondirende Beobachtungen finden, so würde daraus die Länge der ganzen nördlichen Küste von Norwegen bis zur Russischen Gränze berichtigt werden können.

Sonnenfinsterniſs 1841 Jul. 18 auf der Sternwarte in Christiania beobachtet.

Gegen das voraus berechnete Zeitmoment des Anfangs dieser kleinen Finsterniſs bemerkte ich am Sonnenrande einige kleine Ungleichheiten, die ich für Randgebirge des Mondes hielt. Diese Vermuthung ward nach ein paar Secunden dadurch bekräftigt, daſs ich einen merklichen Einschnitt erblickte, in dessen Mitte sich eine längliche Erhöhung zeigte, die ein langer Bergrücken seyn muſste. Später, als der Einschnitt bedeutend gröſser geworden war, zeigten sich weiter nach der linken Hand (im umkehrenden Fernrohre) 3 andere nahe bei einander liegende Erhöhungen, die wie isolirte abgerundete Bergspitzen aussahen. Ich bezeichne den ersten langen Bergrücken mit *a*, die 3 Bergspitzen nach der Reihe mit *b*, *c*, *d*.

	Mittl. Zt.	
Anfang der Finsterniſs	2h 54′ 19″5	ein paar Secunden
Austritt des letzten Puncts von *a*	3 33 59,5	zu spät.
——— des vorderst. Puncts von *b*	44 10,5	
——— der Mitte von *c*	45 18,5	
——— der Mitte von *d*	52 3,5	
Ende der Finsterniſs	4 8 14,6.	

Hansteen.

Beobachtungen des Herrn Dr. *Bergius* auf der Altonaer Sternwarte mit einem Universalinstrumente von *Repsold*.

Herr Dr. *Bergius* aus Upsala, der ein halbes Jahr hindurch auf der hiesigen Sternwarte gearbeitet hat, beobachtete in dieser Zeit auch mit einem Universal-Instrumente von neuer Construction, das *Repsold* der Vater angefangen und seine Söhne vollendet hatten. Die Ablesung daran wird mit Microscopen, nicht mit Nonien gemacht. Die Kreise haben 9¾ Paris. Zoll Durchmesser.

Um von den Leistungen dieses vortrefflichen Instruments, das für Herrn *Habicht* in Bernburg bestimmt ist, einen Begriff zu geben, führe ich einige Resultate der Beohh. an.

Da bekanntlich seit vorigem Sommer das Wetter ungewöhnlich trübe, und selten ein Anblick des heiteren Himmels zu erhalten war, muſsten die meisten Prüfungen in der nicht geöffneten Sternwarte gemacht werden. Das Instrument ward vor das Objectiv des Meridiankreises gestellt, und man beobachtete die Zenithdistanz eines der im Brennpuncte eingespannten Fäden. Wie diese unter sich stimmten, kann man aus den hier gegebenen Resultaten sehen.

	Z. D. des Fadens.	Abw. v. Mittel.
1841 Dec. 9.	79° 18′ 36″42	+ 0″61
	35,52	— 0,29
	35,92	+ 0,11
	36,07	+ 0,27
	35,68	— 0,13
	35,25	— 0,56
	35,79	— 0,02
	79 18 35,81	
— 11.	79 18 35,39	+ 0,30
	36,48	+ 1,39
	35,43	+ 0,34
	34,22	— 0,87
	34,56	— 0,53
	35,08	— 0,01
	79 18 35,09	

	Z. D. des Fadens.	Abw. v. Mittel.
1841 Dec. 12.	79° 18′ 35″32	— 0″15
	35,61	+ 0,14
	35,53	+ 0,06
	35,44	— 0,03
	79 18 35,47	
— 13.	79 18 34,45	— 0,40
	34,65	— 0,20
	34,85	0,00
	35,44	+ 0,59
	79 18 34,85.	

Man sieht, welche übereinstimmende Resultate dies Instrument giebt, wobei noch zu bemerken ist, daſs Herr Dr. *Bergius* nie früher mit einem ähnlichen Instrumente beobachtet hatte, und daſs daher die Abweichungen nicht allein dem Instrumente zur Last fallen. Wir wollen jetzt sehen, ob es auch richtige Resultate giebt, und ich wähle dazu die Breite der Sternwarte, die Herr Dr. *Bergius* durch Z. D. des Polaris bestimmte.

Alle diese Beobachtungen sind am Tage gewöhnlich des Morgens von 9 Uhr an gemacht.

1841 Dec.	15.	53° 32′ 45″24	8 Einstell.
—	17.	44,06	4 ———
—	27.	45,75	9 ———
1842 Jan.	6.	44,83	8 ———
—	7.	46,92	4 ———
—	8.	45,70	4 ———
		53 32 45,38.	

Das Instrument stand 5 P. F. nördlich vom Meridiankreise, so daſs daraus die Breite des Meridiankreises

53° 32′ 45″33

folgt, was auf wenige Zehntel einer Secunde richtig ist.

Digitized by Google

Ich habe hier nur die Beobachtungen zweier Tage vor dem 15ten December ausgelassen, weil sie die ersten Versuche waren, die Dr. *Bergius* mit Tagbeobachtungen machte, und er daher nicht gewohnt war einen so schwachen Lichtpunct als den Polaris, wenn man ihn nicht weit vom Mittage entfernt durch ein Fernrohr von 19 Par. Linien Oeffnung sieht, einzustellen. Zieht man diese beiden Tage zu, so wird die Breite 53° 32′ 45″56. *S.*

Entwickelung der Wurzel einer cubischen Gleichung des irreduciblen Falles in einen Kettenbruch.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Es sei die Gleichung $x^3 - bx - c = 0$, worin $\frac{1}{27}b^3 > \frac{1}{4}c^2$. Setzt man $x = y\sqrt{\frac{b}{3}}$ und $\frac{c}{2}\left(\frac{3}{b}\right)^{\frac{3}{2}} = a$, so verwandelt sich die Gleichung in $y^3 - 3y - 2a = 0$, in der a positiv undkleiner als die Einheit. Setzt man $y = 1 + \frac{2\sqrt{\left(\frac{1+a}{2}\right)}}{y'}$, so erhält man $y'^3 - 3y' - 2\sqrt{\left(\frac{1+a}{2}\right)} = 0$. Es ist daher, wenn man

$$\sqrt{\left(\frac{1+a}{2}\right)} = a'$$
$$\sqrt{\left(\frac{1+a'}{2}\right)} = a''$$
$$\sqrt{\left(\frac{1+a''}{2}\right)} = a''' \text{ etc.}$$

setzt,

$$y = 1 + \cfrac{2a^{\mathrm{I}}}{1 + \cfrac{2a^{\mathrm{II}}}{1 + \cfrac{2a^{\mathrm{III}}}{1 + 2a^{\mathrm{IV}}\cdots}}}$$

Die Werthe von a, a', $a''\ldots$ convergiren sehr schnell gegen die Einheit. In dem Falle, dafs $a = 1$, ist $x = 2$. Setzt man also

$$\mu = 0 \qquad \nu = 1$$
$$\mu_1 = 1 \qquad \nu_1 = 0$$
$$\mu_2 = \frac{\mu + \mu_1}{2a'} \qquad \nu_2 = \frac{\nu + \nu_1}{2a'}$$
$$\mu_3 = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2a''} \qquad \nu_3 = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2a''}$$
$$\mu_4 = \frac{\mu_2 + \mu_3}{2a'''} \qquad \nu_4 = \frac{\nu_2 + \nu_3}{2a'''}$$

so ist

$$y = \frac{\mu_n + 2\mu_{n+1}}{\nu_n + 2\nu_{n+1}} = \frac{\mu_\infty}{\nu_\infty}.$$

Als Beispiel nehme ich aus *Klügels* Wörterbuch: „*Cardans* Regel" p. 390 die Gleichung $x^3 - 2100x - 24000 = 0$. Hier wird $Log\, x = Log\, y + 1{,}42255$.

$Log\, a \ldots 9{,}81153$	$Log\, \mu_2 \ldots 9{,}74101$	$Log\, \nu_2 \ldots 9{,}74101$
$a^{\mathrm{I}} \ldots 9{,}95796$	$\mu_3 \ldots 9{,}89978$	$\nu_3 \ldots 9{,}45023$
$a^{\mathrm{II}} \ldots 9{,}98975$	$\mu_4 \ldots 9{,}83016$	$\nu_4 \ldots 9{,}62206$
$a^{\mathrm{III}} \ldots 9{,}99745$	$\mu_5 \ldots 9{,}86699$	$\nu_5 \ldots 9{,}54522$
$a^{\mathrm{IV}} \ldots 9{,}99937$	$\mu_6 \ldots 9{,}84913$	$\nu_6 \ldots 9{,}59550$
$a^{\mathrm{V}} \ldots 9{,}99984$	$\mu_7 \ldots 9{,}85819$	$\nu_7 \ldots 9{,}56587$
$a^{\mathrm{VI}} \ldots 9{,}99996$	$\mu_8 \ldots 9{,}85369$	$\nu_8 \ldots 9{,}57581$
$a^{\mathrm{VII}} \ldots 9{,}99999$		

$$Log\, y = Log\, \frac{\mu_7 + 2\mu_8}{\nu_7 + 2\nu_8} = 0{,}28268; \quad Log\, x = 1{,}70523,$$
$$x = 50{,}726,$$

welches eine Wurzel der Gleichung ist. Schon μ_4 und μ_5, ν_4 und ν_5 geben einen Werth von x, dessen Logarithmen nur um ein paar Einheiten der fünften Decimalstelle vom wahren Werthe abweicht.

Ein anderer Kettenbruch entsteht aus der Gleichung $y^3 - 3y + 2a = 0$, denn setzt man $y = 1 - \frac{1\sqrt{\left(\frac{1-a}{2}\right)}}{y'}$, so verwandelt sie sich im $y'^3 - 3y' + 2\sqrt{\left(\frac{1-a}{2}\right)}$. Bildet man daher die Reihe Werthe:

$$a' = \sqrt{\left(\frac{1-a}{2}\right)}$$
$$a'' = \sqrt{\left(\frac{1-a'}{2}\right)}$$
$$a''' = \sqrt{\left(\frac{1-a''}{2}\right)}$$

so ist

$$y = 1 - \cfrac{2a'}{1 - \cfrac{2a''}{1 - 2a'''}} \text{ etc.}$$

Hier convergiren aber die Gröfsen a, a', a'' etc. gegen $\frac{1}{2}$.

Thomas Clausen.

Digitized by Google

Die Construction des Siebenzehnecks der Lemniscata.

Von Herrn *Thomas Clausen*.

Es ist merkwürdig, dafs die von *Abel* eingeführte Theilung der elliptischen Transcendenten in eine imaginaire Anzahl Theile, die Theilung des Quadranten der Lemniscata in siebenzehn Theile leicht und einfach macht. Da, wenn man nach *Legendre* die Amplitude des einfachen Bogens φ setzt, und dessen Cosinus y die Amplitude, des vierfachen Bogens $= \varphi_4$; so werden die trigonometrischen Functionen desselben für die Lemniscata, in der $c^2 = \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned}
x &= 1 - 8y^2 - 12y^4 - 8y^6 + 38y^8 + 8y^{10} - 12y^{12} + 8y^{14} + y^{16} \\
x\cos\varphi_4 &= 1 + 8y^2 - 12y^4 + 8y^6 + 38y^8 - 8y^{10} - 12y^{12} - 8y^{14} + y^{16} \\
x\Delta\varphi_4 &= 1 \quad + 20y^4 \quad - 26y^8 \quad + 20y^{12} \quad + y^{16} \\
x\sin\varphi_4 &= -4\sqrt{2}.y.\sqrt{(1-y^4)}\,(1-5y^4+5y^8+y^{12}).
\end{aligned}$$

Bedeutet i die imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$; so wird der Cosinus der Amplitude des $(4+i)$fachen Bogens:

$$\frac{\begin{array}{l}1 - 88y^4 + 92y^8 - 872y^{12} + 1990y^{16} - 872y^{20} + 92y^{24} - 88y^{28} + y^{32} \\ +4i[1 + 14y^4 - 146y^8 + 182y^{12} \quad - 182y^{20} + 146y^{24} - 14y^{28} - y^{32}]\end{array}}{1 + 24y^4 + 524y^8 - 1400y^{12} + 886y^{16} - 408y^{20} + 748y^{24} - 136y^{28} + 17y^{32}} \cdot y$$

Der gemeinschaftliche Theiler im Zähler und Nenner ist:

$$1 + 12y^4 - 10y^8 - 20y^{12} + y^{16} + 4iy^4(5 - 7y^4 + 3y^8 - y^{12}),$$

nach dessen Wegschaffung dieser Ausdruck:

$$\frac{y^{16} + 12y^{12} - 10y^8 - 20y^4 + 1 + 4i(-5y^{12} + 7y^8 - 3y^4 + 1)}{1 + 12y^4 - 10y^8 - 20y^{12} + y^{16} - 4iy^4(5 - 7y^4 + 3y^8 - y^{12})} \cdot y$$

wird. Setzt man $y^4 = x - (3 - 5i)$; so erhält man für den Zähler die Gleichung:

$$x^4 + (86 + 208i)x^3 - (1824 + 360i)x + 3053 - 3088i$$

die sich in die zwei Factoren:

$$\begin{aligned}
&x^2 + 6i\sqrt{(1+4i)}\,x + 25 + 32i - (34 + 16i)\sqrt{(1+4i)} \\
&x^2 - 6i\sqrt{(1+4i)}\,x + 25 + 32i + (34 + 16i)\sqrt{(1+4i)}
\end{aligned}$$

zerlegen läfst. Die Zahlenwerthe für y^4 sind

$$+ 0{,}74886\,32030\,63 + 0{,}19854\,44586\,79\,i$$
$$\pm\sqrt{(+ 0{,}42255\,90519\,66 + 0{,}09487\,91884\,24\,i)}$$

und

$$- 6{,}74886\,32030\,63 + 9{,}80145\,55413\,21\,i$$
$$\pm\sqrt{(-68{,}42255\,90519\,66 - 136{,}09487\,91884\,24\,i}$$

Die ersten beiden sind:

$$+ 1{,}40294\,23140\,99 + 0{,}27107\,32910\,66\,i$$

und

$$+ 0{,}09478\,40920\,27 + 0{,}12601\,56262\,93\,i.$$

Die Amplitude φ entspricht einem Bogen $\frac{mK}{4+i}$ wenn m eine ganze Zahl und K der Quadrant der Lemniscata ist. Die trigonometrischen Functionen der Amplitude φ', die dem Bogen $\frac{mK}{4-i}$ entspricht, erhält man durch blofse Verwechselung der beiden imaginären Einheiten $+i$ und $-i$. Sei ψ die Amplitude des Bogens $\frac{mK}{4+i} + \frac{mK}{4-i} = \frac{8mK}{17}$; so ist:

$$\cos\psi = \frac{\cos\varphi\cos\varphi' - \frac{1}{2}\sqrt{(1-\cos\varphi^4)}\sqrt{(1-\cos\varphi'^4)}}{1 - \frac{1}{2}\sin\varphi^2\sin\varphi'^2}$$

der erste Werth von $\cos\varphi^4$, von den beiden letzten giebt $\psi = 12^\circ 26' 55''$, welches die Amplitude ist, die nach *Legendre's* Tafeln dem Bogen $\frac{2K}{17}$ entspricht.

Der Ausdruck des von i völlig befreiten Werthes von $\cos\psi$, der im Falle des Fünfecks sehr einfach ist, wird hier sehr verwickelt. Von $\cos\varphi^4$ ist einer der Werthe

$$\begin{aligned}
&-3 + 3\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)} + \sqrt{\left\{\sqrt{\left(1445 - 884\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)} - 1122\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}+1}{2}\right)} + 353\sqrt{17}\right)} - 17 - 8\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)}\right.} \\
&\qquad \left. + 17\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}+1}{2}\right)}\right\} \\
&+ i\left[+5 - 3\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}+1}{2}\right)} + \sqrt{\left\{\sqrt{\left(1445 - 884\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)} - 1122\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}+1}{2}\right)} + 353.\sqrt{17}\right)} + 17 + 8\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)}\right.}\right. \\
&\qquad \left.\left. - 17\sqrt{\left(\frac{\sqrt{17}+1}{2}\right)}\right\}\right].
\end{aligned}$$

Digitized by Google

Sei dieser Ausdruck $a+bi$, so ist

$$\cos\psi = \frac{\sqrt{(a^2+b^2)} - \frac{1}{2}\sqrt{((t-a)^2+b^2)}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(a^2+b)} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{(a^2+b^2)}+a}{2}\right)}}.$$

Th. Clausen.

Schreiben des Herrn Professors *Gerling* an den Herausgeber.

Marburg 1841. Septbr. 24.

Sie haben in Nr. 272 schon eine Notiz über Theodolithen von *Breithaupt* gegeben, welche dem verdienstlichen Streben des Künstlers nach immer gröfserer Vollkommenheit des Instruments alle Gerechtigkeit widerfahren läfst. Da ich nun seit beinahe 30 Jahren immer von Zeit zu Zeit persönlicher Zeuge desselben gewesen bin, und selbst mit einem seiner Instrumente, was noch aus älterer Zeit herrührt, und nachher hin und wieder abgeändert ist, viel gearbeitet habe, so unterzog ich mich gern dem von Herrn Münzmeister *Breithaupt* gewünschten Geschäft, mit einem seiner neueren Instrumente eine specielle Prüfung, namentlich in Beziehung auf Excentricität und Theilung, vorzunehmen. Das, meines Erachtens sehr befriedigende, Resultat derselben beehre ich mich Ihnen hier mitzutheilen.

Das Instrument ist im Wesentlichen ganz dasselbe, was in des Verfertigers Magazin von mathematischen Instrumenten. Cassel 1835 auf Taf. 1 und 2 sich abgebildet findet. Ueber die Construction brauche ich also nichts zu sagen. Doch kann ich nicht umhin aufs Neue die grofse Nützlichkeit der von Ihnen gebilligten Verdeckung der Theilung und Nonien anzuerkennen; so wie ich namentlich auch die an den Loupen angebrachten Zeiger für Genauigkeit des Ablesens überaus vortheilhaft finde.

Der eingetheilte Kreis hat 74,4 par. Linien Durchmesser. Die Theilung ist die sogenannte Centesimal-Theilung (der Künstler macht übrigens nach dem Wunsche des Bestellers diese oder die gewöhnliche Sexagesimal-Theilung) und geht unmittelbar bis 0g25. Jeder der beiden Nonien giebt dann unmittelbar 0g0050; es bleibt aber eine weitere Schätzung immer thunlich.

Zur Ausmittelung der Excentricität und der unregelmäfsigen Theilungsfehler machte ich zwei Beobachtungsreihen, indem ich bei jeder derselben den Non. I. 40mal, immer von 10 zu 10 Centesimal-Graden einstellte und den Non. II. ablas. Der Unterschied der beiden Reihen bestand aber darin, dafs ich bei der ersten mich begnügte die Angaben des Non. II. in ihren Hälften zu schätzen, also immer 0, 25, 50 oder 75 Centesimalsecunden niederzuschreiben; bei der zweiten aber, durch Vergleichung der benachbarten Theilstriche, mich bemühte die Schätzung noch weiter zu treiben, und die Angabe des Non. II. dann von 10 zu 10 Centesimal-Secunden niederschrieb.

Nachdem ich meine beiden Beobachtungs-Reihen geschlossen, übernahm es ein geschickter Zuhörer von mir, Herr *H. L. Westphalen* aus Hamburg, dieselbe nach der Methode der kleinsten Quadrate zu bearbeiten. Seine, gehörig geprüfte, Rechnung ergab folgendes:

Nach der ersten Reihe liegt der Mittelpunkt der Drehung um 0,00t182 pariser Linien entfernt vom Mittelpunkt der Theilung, auf dem Halbmesser von 299g20, und ist im Sinne der Theilung der Non. II von dem Non. I entfernt um 199g9957.

Nach der zweiten Reihe finden sich dieselben Gröfsen der Reihe nach: 0,0012054; 277g23; 199g9968.

Eine Uebereinstimmung, die meines Erachtens nicht besser gewünscht werden kann.

Die Ablesungen beider Reihen wurden nun einzeln mit den vorstehenden Elementen verglichen, und somit fand sich durch Quadriren etc. der mittlere Fehler einer einzelnen Einstellung, vermöge des (einfachen) Ablesungs- und Theilungsfehlers:

aus der ersten Reihe = 16,805 Centesimal Secunde = 5″5
— zweiten — = 19,654 — — = 6,4,

welches zu beweisen scheint, dafs eine Schätzung, die auf kleinere Theile als 25 Centesimal-Secunden gerichtet ist, bei diesem Instrumente von keinem erheblichen Nutzen seyn kann, zugleich aber darthut, dafs die zufälligen Theilungsfehler jedenfalls höchst unbedeutend sind, und recht wohl ohne Weiteres = 0 gesetzt werden dürfen. Dieses letztere bestätigt sich noch durch Vergleichung der beiden Reihen unter sich. Zu dem Ende nahm nämlich Herr *Westphalen* noch die Unterschiede der einzelnen Ablesungen des Non. II in beiden Reihen, welche also, mit Elimination des Theilungsfehlers, nur mit einem vierfachen Ablesungsfehler behaftet seyn mufsten. Die Berechnung des mittleren Fehlers durch Quadriren etc.

Digitized by Google

gab hiernach für den einfachen Ablesungsfehler ±4,30 Centesimal-Secunden = 4″6.

Eine weitere Prüfung des Instruments nahm ich durch Winkel-Messung vor. Von meinem Auditorium aus mafs ich nämlich auf fester steinerner Grundlage einen Winkel zwischen zwei vielfältig zu Uebungen und Prüfungen der Art angewandten guten Objecten durch 20malige Repetition, las jedesmal ab, und fand den mittleren Fehler einer einfachen Messung = 12,7 Centesimal-Secunden = 4″1, also nicht gröfser, als ich ihn unter ähnlichen Umständen früher bei dem 12zolligen *Ertel*schen Instrument, womit ich die Triangulirung ausführte, auch zu finden gewohnt war.

Endlich prüfte ich noch das Instrument dadurch, dafs ich auf einem Thurm, von einem hölzernen starken Stativ aus, die Winkel zwischen drei weniger guten Objecten durch je 20malige Repetition mafs und durch Horizont-Abschlufs ausglich. Hier fand sich der mittlere Fehler der einzelnen Messung = 8″5, was auch nicht mehr ist, als ich mit den besten Instrumenten unter ähnlichen Umständen etwa zu erwarten mich berechtigt halten würde.

Gern hätte ich nun noch eine Prüfung darüber vorgenommen, ob dieses Instrument bei heiterem aber stürmischen Wetter eben so gut gegen den Wind steht, als mein gewöhnlicher älterer *Breithaupt*scher Theodolith, welcher darin eine merkwürdige Festigkeit zeigt, dafs er auch in diesem Fall, eben so wie bei Windstille, wenn er nur auf fester Grundlage steht, immer regelmäfsig zwischen 6″ und 7″ mittleren Fehler giebt. Die regnerische Witterung dieses Sommers hat mich aber verhindert deshalbige Beobachtungs-Reihen zu unternehmen.

Jedenfalls aber scheint aus der vorliegenden Prüfung zu erhellen, dafs dieser Theodolith, ungeachtet seiner Kleinheit, mit den vorzüglichsten Instrumenten die Vergleichung aushält.

Gerling.

Vermischte Nachrichten.

In den Astronomischen Nachrichten Bd. 18. pag. 391 ist in dem Verzeichnifs von Sternbedeckungen beobachtet auf der Altonaer Sternwarte der folgende von Herrn Observator *Petersen* beobachtete Eintritt von (42) Cancri in den dunkeln Mondrand vergessen:

Febr. 4. 1841 (42) Cancri, Eintr. D. R., $7^h\,54'\,8''53$ St. Zt. $= 10^h\,54'\,33''38$ mittl. Zt. gut.

Der beobachtete Eintritt ist sehr gut, allein die Zeitbestimmung am Meridiankreise kann 1 bis 2 Zehntel einer Zeitsecunde unrichtig sein. Sie beruht auf den Stern β Cancri, der gleich nach dem obigen Eintritt beobachtet wurde und dessen scheinbare AR. für diesen Tag $8^h\,7'\,55''69$ aus späteren Bestimmungen desselben am Meridiankreise gefunden ist. Wegen des unbeständigen Wetters gelang es nicht an diesem Tage, die Zeit, wie sonst immer, durch Fundamentalsterne zu bestimmen.

Herr Dr. *Lehmann*, Ritter des Königl. Preufsischen rothen Adler-Ordens 4ter Classe, Prediger zu Derwitz bei Potsdam, hatte mir einen Aufsatz über die sehr grofsen und totalen Sonnenfinsternisse auf der Erde überhaupt (mit besonderem Bezug auf die Finsternifs im Julius dieses Jahres) gesandt, der, so interessant er war, doch wegen seiner Ausdehnung nicht wohl in diesen Blättern erscheinen konnte. Er würde etwa 11 Nummern eingenommen haben. Unter diesen Umständen entschlofs sich mein Freund, der Herr *Mauke* in Hamburg, ihn als besonderes Werk, und zugleich als Supplementband der Astronomischen Nachrichten drucken zu lassen. Er wird, da der Druck rasch fortgeht, schon vor dem Ende des Aprilmonats ausgegeben werden, und ich ersuche alle meine Leser, die ihn zeitig zu erhalten wünschen, schon jetzt ihre Bestellungen bei der Buchhandlung der Herren *Perthes-Besser* und *Mauke* zu machen. *S.*

Inhalt

Suite des observations faites à l'Observ. Impérial de Vilna etc., par Mr. *Slavinsky* (Beschlufs). p. 233.
Meteorologische Beobachtungen auf der Dorpater Sternwarte. Von Herrn Hofrath *Mädler*. p. 237.
Auszug aus einem Schreiben des Herrn Prof. *Hansteen*, Directors der Sternwarte in Christiania, an den Herausgeber. p. 237.
Beobachtungen des Herrn Dr. *Bergius* auf der Altonaer Sternwarte mit einem Universal-Instrumente von *Repsold*. p. 239.
Entwickelung der Wurzel einer cubischen Gleichung des irreducibelen Falles in einen Kettenbruch. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 241.
Derselbe, Die Construction des Siebenzehnecks der Lemniscata. p. 243.
Schreiben des Herrn Prof. *Gerling* an den Herausgeber. p. 245.
Vermischte Nachrichten. p. 247.

Altona 1842. April 14. (Hiebei ein Blatt mit den Zeichnungen zu Nr. 434 p. 19.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 447.

Monds-Ephemeride für die Zeit der Culmination in Altona für 1842.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Die nach den *Burkhardt*schen Tafeln berechnete Ephemeride giebt die Grade Aufsteigung und Abweichung des Mondmittelpuncts, Parallaxe, Halbmesser und Unterschied der Graden Aufsteigungen der Ränder und des Mittelpuncts für die Zeit der obern (o) und untern (u) Culminationen *) im Altonaer Meridian. Um die obere Culmination für europäische Sternwarten oder eigentlicher für Oerter, die weniger als 3 Stunden Meridiandifferenz von Altona haben, zu erhalten, addire man zur Culminationszeit in Altona

$$a\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+b\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2+c\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^3$$

wenn t die Meridiandifferenz in Zeitsecunden bedeutet positiv für westliche Oerter, negativ für östliche.

Da blofs die Culmination des einen Randes beobachtet wird, so ist es erforderlich, dieselbe auf einfache Art aus der Ephemeride finden zu können. Dieselbe ergiebt sich eben so leicht durch Hülfe des Unterschieds der Gr. Aufst. des Mittelpuncts und der Ränder, die in der mit „Rand" überschriebenen Columne enthalten sind, als die des Mittelpuncts für jeden andern Ort, wenn man die Culminationszeit des Mittelpuncts für einen Meridian sucht, der so viel östlicher, wenn der erste Rand beobachtet wird, oder westlicher, wenn der zweite Rand beobachtet wird, liegt, als der Ort, für den die Culmination des Randes gesucht wird; und von dieser den Unterschied der Graden Aufsteigungen des Mittelpuncts und der Ränder im ersten Falle subtrahirt, oder im zweiten Falle dazu addirt.

Für t Sternzeitsecunden nach der obern Culmination in Altona müssen zu der Graden Aufsteigung, Abweichung und Parallaxe addirt werden:

$$a'\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+b'\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2+c'\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^3 \text{ in Gr. Aufst.}$$

$$a''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+b''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2+c''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^3 \text{ in Abw.}$$

$$a'''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+b'''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2 \text{ in Parallaxe.}$$

Die kleinen Aenderungen für wenige Minuten um diese Zeit sind:

$$a'+2b'\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+3c'\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2 \text{ in Gr. Aufst.}$$

$$a''+2b''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)+3c''\left(\frac{t}{10{,}000}\right)^2 \text{ in Abweichung.}$$

$$a'''+2b'''\left(\frac{t}{10{,}000}\right) \text{ in Parallaxe.}$$

die mit dem Zeitunterschiede in Sternzeitsecunden multiplicirt und mit 10,000 dividirt werden müssen.

*) Die untern Culminationen sind beigesetzt, um für Oerter, deren Längenunterschied von Altona gröfser als 3 Stunden ist, interpoliren zu können.

Mondculminationen in Altona 1842.

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Janr.	1 u	10h 45′ 17″99	+ 4° 9′ 12″2	59′ 47″0	16′ 17″5	65″34
	o	11 11 53,35	+ 0 51 55,0	59 25,5	16 11,6	64,78
	2 u	11 38 4,35	— 2 23 24,1	59 2,7	16 5,4	64,42
	o	12 4 0,98	5 34 12,9	58 39,0	15 58,9	64,23
	3 u	12 29 52,64	8 38 13,2	58 15,0	15 52,4	64,22
	o	12 55 47,97	11 33 18,6	57 51,4	15 45,9	64,36
	4 u	13 21 54,61	14 17 32,0	57 28,5	15 39,7	64,65
	o	13 48 18,80	16 49 2,5	57 6,2	15 33,6	65,02
	5 u	14 15 5,10	19 6 5,7	56 45,2	15 27,9	65,46
	o	14 42 16,20	21 7 3,4	56 25,4	15 22,5	65,93
	6 u	15 9 52,48	22 50 24,6	56 6,7	15 17,4	66,36
	o	15 37 51,90	24 14 48,8	55 49,4	15 12,7	66,73
	7 u	16 6 10,02	25 19 10,5	55 33,3	15 8,3	66,99
	o	16 34 40,05	—26 2 41,5	55 18,5	15 4,3	67,10
Janr.	7 o	16h 34′ 40″05	—26° 2′ 41″5	55′ 18″5	15′ 4″3	67″10
	8 u	17 3 13,55	26 24 56,2	55 4,9	15 0,6	67,04
	o	17 31 40,93	26 25 54,0	54 52,4	14 57,2	66,80
	9 u	17 59 52,48	26 5 58,6	54 41,2	14 54,1	66,38
	o	18 27 39,21	25 25 58,3	54 31,2	14 51,4	65,80
	10 u	18 54 53,58	24 27 2,1	54 22,2	14 49,0	65,10
	o	19 21 29,97	23 10 36,1	54 14,5	14 46,8	64,31
	11 u	19 47 25,00	21 38 15,7	54 7,9	14 45,0	63,47
	12 o	20 12 37,54	19 51 43,8	54 2,7	14 43,6	62,63
	u	20 37 8,51	17 52 44,7	53 58,5	14 42,5	61,82
	13 o	21 1 0,46	15 42 59,9	53 56,0	14 41,8	61,07
	u	21 24 17,47	13 24 8,5	53 55,1	14 41,6	60,42
	14 o	21 47 4,61	10 57 42,2	53 55,7	14 41,7	59,87
	u	22 9 27,86	— 8 25 9,0	53 57,9	14 42,3	59,46

Digitized by Google

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Jan.	14 u	22h 9′ 27″86	— 8°25′ 9″0	53′ 57′9	14′ 42″3	59″46
	15 o	22 31 33,90	5 47 50,2	54 2,1	14 43,5	59,20
	u	22 53 29,85	3 7 3,4	54 8,4	14 45,2	59,10
	16 o	23 15 23,28	— 0 24 3,3	54 16,9	14 47,5	59,17
	u	23 37 22,11	+ 2 19 57,6	54 27,7	14 50.4	59,41
	17 o	23 59 34,66	5 3 44.0	54 40,7	14 54,0	59,83
	u	0 22 9,58	7 45 57,6	54 56,4	14 58,2	60,43
	18 o	0 45 15,70	10 25 13,8	55 14,5	15 3,2	61,22
	u	1 9 2 11	12 59 57,7	55 35,1	15 8,8	62,18
	19 o	1 33 37,81	15 28 22,1	55 57,9	15 15,0	63,29
	u	1 59 11,49	17 48 24,5	56 23,2	15 21,9	64,55
	20 o	2 25 51,02	19 57 43,7	56 50,5	15 29,3	65,91
	u	2 53 42,62	21 53 40,5	57 19,2	15 37,2	67,34
	21 o	3 22 50,07	23 33 18,9	57 49,4	15 45,4	68,76
	u	3 53 13,61	24 53 30,4	58 20,2	15 53,8	70,10
	22 o	4 24 48,80	25 51 4,7	58 51,1	16 2,2	71,28
	u	4 57 25,96	26 23 3,0	59 21,0	16 10,4	72,21
	23 o	5 30 50,19	26 26 57,9	59 49 5	16 18,1	72,83
	u	6 4 42,36	26 1 8,7	60 15,5	16 25,2	73,09
	24 o	6 38 41,21	25 5 1,9	60 38,3	16 31.5	72,98
	u	7 12 25,87	23 39 13,9	60 57,2	16 36,6	72,53
	25 o	7 45 38,23	21 45 35,0	61 11,3	16 40,4	71,81
	u	8 18 4,98	19 26 54,4	61 20,4	16 42,9	70,91
	26 o	8 49 38,14	16 46 49,2	61 24,1	16 43,9	69,90
	27 u	9 20 15,05	13 49 22,5	61 22,3	16 43.5	68,90
	o	9 49 57,42	10 38 51,9	61 15,3	16 41,6	67,94
	28 u	10 18 50,30	7 19 29,8	61 3,0	16 38,1	67,09
	o	10 47 1,05	3 55 19,6	60 46,2	16 33,6	66,40
	29 u	11 14 38,25	+ 0 30 6,6	60 25,4	16 27,9	65,86
	o	11 41 51,07	— 2 52 43,4	60 1,5	16 21,4	65,51
	30 u	12 8 48,66	6 10 7,2	59 35,3	16 14.3	65,33
	o	12 35 39,63	9 19 19 9	59 7,4	16 6,7	65,31
	31 u	13 2 31,88	12 17 55,9	58 38,5	15 58,7	65,42
	o	13 29 32,03	15 3 45,4	58 9,2	15 50,8	65,64
Febr.	1 u	13 56 45,32	17 34 52,9	57 40,7	15 43.0	65,95
	o	14 24 15,23	19 49 36,1	59 12,8	15 35,4	66,29
	2 u	14 52 3,22	21 46 26,2	56 46,4	15 28,3	66,64
	o	15 20 8,61	23 24 7,3	56 21,6	15 21,5	66,94
	3 u	15 48 28,48	24 41 39,2	55 58,6	15 15.2	67,15
	o	16 16 57,91	25 38 18,9	55 37,6	15 9.5	67,26
	4 u	16 45 30,16	26 13 43,0	55 18,8	15 4,4	67,21
	o	17 13 57,36	26 27 48.4	55 1,9	14 59.8	67,01
	5 u	17 42 11,20	26 20 53,9	54 47,2	14 55,8	66,64
	o	18 10 3,64	25 53 38.8	54 34,5	14 52.3	66,13
	6 u	18 37 27,58	25 7 1,4	54 23,7	14 49,4	65,49
	o	19 4 17,46	24 2 14,5	54 14,6	14 46,9	64,74
	7 u	19 30 29,48	22 40 43,6	54 7,4	14 44,9	63,94
	o	19 56 1.71	21 4 0,7	54 1,5	14 43.3	63,10
	8 u	20 20 54,17	19 13 42,2	53 57,1	14 42,1	62,28
	o	20 45 8,40	17 11 25,6	53 54,4	14 41,4	61,51
	9 u	21 8 47,37	14 58 48,3	53 53,0	14 41.0	60,80
	10 o	21 31 55,15	12 37 24,1	53 52,9	14 41,0	60,19
	u	21 54 36,75	10 8 44,1	53 54,2	14 41.4	59,69
	11 o	22 16 57,77	7 34 15,6	53 56,9	14 42.0	59,32
	u	22 39 4,37	4 55 23.4	54 0,8	14 43.2	59,10
	12 o	23 1 3.11	— 2 13 30,3	54 6,2	14 44.6	59,02
	u	23 23 0,92	+ 0 30 3.5	54 13.4	14 46,5	59,10
	13 o	22 45 5.00	3 13 57,4	54 22,1	14 48.9	59,35
	u	0 7 22,79	+ 5 56 48,7	54 32.4	14 51.8	59,78

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Febr.	13 u	0h 7′ 22″79	+ 5°56′ 48″7	54′ 32″4	14′ 51″8	59″78
	14 o	0 30 1,94	8 37 13,2	54 44,4	14 55,0	60,35
	u	0 53 10,27	11 13 39,8	54 58,0	14 58,7	61,08
	15 o	1 16 55,59	13 44 31,9	55 13,9	15 3,1	61,98
	u	1 41 25,56	16 8 3,1	55 31,8	15 8,0	63,02
	16 o	2 6 47,40	18 22 16,0	55 51,7	15 13,4	64,16
	u	2 33 7,41	20 25 1,7	56 13,7	15 19,3	65,40
	17 o	3 0 30,44	22 13 58,4	56 37,3	15 25,8	66,68
	u	3 28 59,09	23 46 34,0	57 2,6	15 32,6	67,94
	18 o	3 58 33,19	25 0 10,6	57 29,4	15 39,9	69,14
	u	4 29 8,87	25 52 10,4	57 57,4	15 47,6	70,21
	19 o	5 0 38,23	26 20 6,5	58 26,1	15 55,4	71,07
	u	5 32 49,44	26 21 56,1	58 54,9	16 3,3	71,68
	20 o	6 5 27,69	25 56 12,3	59 23,1	16 10,9	71,97
	u	6 38 16,35	25 2 15,6	59 49,9	16 18,2	71,98
	21 o	7 10 58,99	23 40 22,3	60 14,8	16 25,0	71,70
	u	7 43 21,10	21 51 44,3	60 36,7	16 31.0	71,19
	22 o	8 15 11,41	19 38 26,7	60 54,9	16 36,0	70,50
	u	8 46 22,70	17 3 17.1	61 8,8	16 39,8	69,72
	23 o	9 16 52,08	14 9 39,3	61 18,1	16 42,3	68,91
	u	9 46 40,20	11 1 18,8	61 22,0	16 43,4	68,15
	24 o	10 15 50,76	7 42 13,7	61 20,6	16 43,0	67,47
	25 u	10 44 29,47	4 16 25,4	61 13,8	16 41,1	66,92
	o	11 12 43,62	+ 0 47 51,5	61 2,1	16 37,9	66,53
	26 u	11 40 40,95	— 2 39 40,3	60 45,3	16 33,3	66,29
	o	12 8 29,43	6 2 34,7	60 24,5	16 27,7	66,22
	27 u	12 36 16,49	9 17 34,3	60 0,2	16 21,1	66,28
	o	13 4 8,70	12 21 38,4	59 33,0	16 13,6	66,45
	28 u	13 32 11,40	15 12 6.3	59 3,7	16 5,7	66,71
	o	14 0 28,27	17 46 37,3	58 33,4	15 57,4	67,03
März	1 u	14 29 0,93	20 3 10,9	58 2,6	15 49,0	67,35
	o	14 57 48,98	22 0 7,9	57 32,2	15 40,8	67,65
	2 u	15 26 49,68	23 36 11.8	57 2,6	15 32,7	67,86
	o	15 55 58,18	24 50 29.7	56 34,5	15 25,0	67,96
	3 u	16 25 7,80	25 42 33,2	56 8,3	15 17,9	67,92
	o	16 54 10,68	26 12 18.6	55 44,2	15 11,3	67,71
	4 u	17 22 58,48	26 20 6.8	55 22.3	15 5,4	67,35
	o	17 51 23,08	26 6 40,0	55 2,9	15 0,1	66,83
	5 u	18 19 17,38	25 32 58,9	54 46,2	14 55,5	66,17
	o	18 46 35,77	24 40 19,4	54 32.0	14 51,6	65,41
	6 u	19 13 14,47	23 30 7.6	54 20,3	14 48,4	64,58
	o	19 39 11,70	22 3 55,2	54 10,9	14 45,9	63,73
	7 u	20 4 27,41	20 23 16,5	54 4,0	14 44,0	62,87
	o	20 29 3,23	18 29 46,3	53 59,2	14 42,7	62,05
	8 u	20 53 2.18	16 24 57.4	53 56,3	14 41,9	61,29
	o	21 16 28,33	14 10 20.1	53 55,3	14 41,6	60,62
	9 u	21 39 26,58	11 47 21.4	53 55,9	14 41,8	60,05
	o	22 2 2,40	9 17 26,5	53 58,2	14 42,4	59,61
	10 u	22 24 21,86	6 41 58,8	54 2,1	14 43,4	59,30
	o	22 46 31,20	4 2 19,7	54 7,4	14 44,9	59,14
	11 u	23 8 37,05	— 1 19 50,9	54 13.8	14 46,7	59,13
	12 o	23 30 46,10	+ 1 24 4,2	54 21,6	14 48,8	59,27
	u	23 53 5,35	4 7 59,2	54 30.5	14 51,2	59,57
	13 o	0 15 41,75	6 50 25,8	54 40,3	14 53,9	60,02
	u	0 38 42,36	9 29 49,6	54 51,5	14 56,9	60,62
	14 o	1 2 14,16	12 4 30.0	55 3,8	15 0,3	61,38
	u	1 26 23,87	14 32 40,3	55 17,1	15 3,9	62,26
	15 o	1 51 17,79	16 52 25.2	55 31,6	15 7,9	63,25
	u	2 17 1,33	+ 19 1 40,8	55 47,1	15 12,1	64,32

Digitized by Google

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
März	15 u	2h 17′ 1″33	+19° 1′ 40″8	55′ 47″1	15′ 12″1	64″32
	16 o	2 43 38,80	20 58 16,0	56 4,1	15 16,7	65,45
	u	3 11 12,62	22 39 53,6	56 22,1	15 21,7	66,59
	17 o	3 39 43,02	24 4 13,8	56 41,4	15 26,8	67,67
	u	4 9 7,43	25 8 58,0	57 1,8	15 32,4	68,67
	18 o	4 39 20,11	25 51 58,4	57 23,4	15 38,3	69,52
	u	5 10 12,21	26 11 23,3	57 45,6	15 44,4	70,16
	19 o	5 41 32,28	26 5 48,1	58 8,4	15 50,6	70,57
	u	6 13 7,33	25 34 22,5	58 31,6	15 56,9	70,72
	20 o	6 44 43,75	24 36 55,6	58 54,8	16 3,2	70,63
	u	7 16 9,03	23 13 58,8	59 17,3	16 9,4	70,33
	21 o	7 47 12,90	21 26 44,6	59 38,7	16 15,2	69,85
	u	8 17 48,04	19 17 1,6	59 58,3	16 20,5	69,25
	22 o	8 47 50,47	16 47 9,8	60 15,7	16 25,3	68,61
	u	9 17 19,57	13 59 53,9	60 30,1	16 29,2	67,97
	23 o	9 46 17,41	10 58 17,0	60 41,0	16 32,2	67,38
	u	10 14 48,48	7 45 37,1	60 47,9	16 34,1	66,89
	24 o	10 42 58,79	4 25 19,7	60 50,4	16 34,7	66,51
	u	11 10 55,50	+ 1 0 56,7	60 48,5	16 34,2	66,29
	25 o	11 38 46,14	— 2 23 57,4	60 42,0	16 32,5	66,22
	u	12 6 38,27	5 45 50,8	60 31,0	16 29,4	66,30
	26 o	12 34 38,91	9 1 15,7	60 15,9	16 25,3	66,51
	27 u	13 2 54,13	12 6 54,2	59 56,8	16 20,2	66,83
	o	13 31 28,41	14 59 39,7	59 34,3	16 14,0	67,22
	28 u	14 0 24,43	17 36 42,0	59 9,3	16 7,1	67,64
	o	14 29 42,48	19 55 31,9	58 42,3	15 59,8	68,06
	29 u	14 59 20,35	21 64 4,6	58 14,0	15 52,1	68,41
	o	15 29 13,09	23 30 43,2	57 45,0	15 44,2	68,64
	30 u	15 59 13,50	24 44 23,8	57 16,3	15 36,3	68,73
	o	16 29 12,46	25 34 34,7	56 48,4	15 28,7	68,64
	31 u	16 58 59,89	26 1 17,9	56 21,6	15 21,5	68,36
	o	17 28 25,68	26 5 6,6	55 56,4	15 14,6	67,89
April	1 u	17 57 20,62	25 47 0,8	55 33,5	15 8,3	67,25
	o	18 25 37,17	25 8 21,0	55 12,8	15 2,8	66,48
	2 u	18 53 10,05	24 10 41,2	54 54,9	14 57,9	65,62
	o	19 19 56,30	22 55 44,2	54 39,4	14 53,6	64,68
	3 u	19 45 55,26	21 25 14,9	54 26,8	14 50,2	63,75
	o	20 11 8,29	19 40 57,0	54 16,8	14 47,5	62,84
	4 u	20 35 38,46	17 44 28,8	54 9,6	14 45,6	61,99
	o	20 59 30,16	15 37 24,9	54 5,0	14 44,3	61,22
	5 u	21 22 48,70	13 21 13,3	54 3,0	14 43,7	60,55
	o	21 45 40,08	10 57 16,4	54 3,3	14 43,8	60,01
	6 u	22 8 10,77	8 26 53,7	54 5,7	14 44,5	59,61
	o	22 30 27,64	5 51 21,9	54 10,2	14 45,7	59,36
	7 u	22 52 37,65	3 11 56,8	54 16,4	14 47,4	59,25
	o	23 14 48,04	— 0 29 55,5	54 24,3	14 49,5	59,30
	8 u	23 37 6,04	+ 2 13 22,4	54 33,7	14 52,1	59,52
	o	23 59 38,98	4 56 31,6	54 44,5	14 55,0	59,89
	9 u	0 22 34,10	7 38 0,7	54 56,3	14 58,3	60,42
	o	0 45 58,58	10 16 11,9	55 9,0	15 1,7	61,09
	10 u	1 9 59,32	12 49 15,8	55 22,6	15 5,4	61,90
	11 o	1 34 42,75	15 15 14,8	55 36,7	15 9,3	62,83
	u	2 0 14,34	17 32 1,9	55 51,3	15 13,2	63,85
	12 o	2 26 38,44	19 37 20,6	56 6,4	15 17,3	64,92
	u	2 53 57,64	21 28 47,4	56 21,8	15 21,5	66,02
	13 o	3 22 12,14	23 3 57,4	56 37,3	15 25,7	67,08
	u	3 51 19,43	24 20 27,8	56 53,0	15 30,0	68,05
	14 o	4 21 13,86	25 16 7,2	57 8,9	15 34,4	68,88
	u	4 51 46,65	25 49 2,0	57 24,9	15 38,7	69,52
	15 o	5 22 46,44	25 57 46,8	57 41,0	15 43,1	69,93
	u	5 54 0,06	+25 41 31,0	57 57,0	15 47,5	70,10

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
April	15 u	5h 54′ 0″06	+25° 41′ 31″0	57′ 57″0	15′ 47″5	70″10
	16 o	6 25 13,98	25 0 2,3	58 12,8	15 51,8	70,01
	u	6 56 15,44	23 53 49,3	58 28,6	15 56,1	69,71
	17 o	7 26 53,89	22 23 56,8	58 43,8	16 0,2	69,24
	u	7 57 1,75	20 32 2,3	58 58,7	16 4,3	68,65
	18 o	8 26 34,80	18 20 8,7	59 12,5	16 8,1	67,99
	u	8 55 32,05	15 50 36,8	59 25,3	16 11,6	67,33
	19 o	9 23 55,42	13 6 0,3	59 36,7	16 14,7	66,72
	u	9 51 49,29	10 9 2,7	59 46,2	16 17,3	66,19
	20 o	10 19 19,76	7 2 32,6	59 53,5	16 19,2	65,78
	u	10 46 34,17	3 49 24,1	59 58,2	16 20,5	65,51
	21 o	11 13 40,56	+ 0 32 35,1	60 0,2	16 21,1	65,41
	u	11 40 47,25	— 2 44 52,3	59 59,0	16 20,7	65,46
	22 o	12 8 2,34	5 59 53,9	59 54,3	16 19,5	65,66
	u	12 35 33,43	9 9 22,6	59 46,6	16 17,3	65,99
	23 o	13 3 26,98	12 10 12,2	59 35,5	16 14,3	66,45
	u	13 31 47,95	14 59 18,7	59 21,3	16 10,4	66,97
	24 o	14 0 39,18	17 33 47,1	59 4,2	16 5,8	67,53
	25 u	14 30 1,02	19 50 53,4	58 44,7	16 0,5	68,08
	o	14 59 50,73	21 48 15,0	58 23,1	15 54,7	68,55
	26 u	15 30 2,62	23 23 53,8	57 59,9	15 48,3	68,89
	o	16 0 28,03	24 36 25,6	57 35,7	15 41,6	69,04
	27 u	16 30 56,14	25 25 2,3	57 11,0	15 35,0	69,01
	o	17 1 14,70	25 49 36,2	56 46,5	15 28,2	68,75
	28 u	17 31 11,55	25 50 37,0	56 22,6	15 21,7	68,28
	o	18 0 35,62	25 29 7,3	55 59,7	15 15,5	67,61
	29 u	18 29 17,93	24 46 36,5	55 38,2	15 9,7	66,80
	o	18 57 12,26	23 44 51,0	55 18,7	15 4,3	65,86
	30 u	19 24 15,18	22 25 46,5	55 1,1	14 59,6	64,88
	o	19 50 26,10	20 51 20,8	54 46,0	14 55,5	63,89
Mai	1 u	20 15 46,77	19 3 28,3	54 33,6	14 52,0	62,91
	o	20 40 20,82	17 3 57,6	54 23,9	14 49,4	62,03
	2 u	21 4 13,33	14 54 28,3	54 16,6	14 47,4	61,22
	o	21 27 30,39	12 36 31,9	54 12,3	14 46,2	60,54
	3 u	21 50 18,86	10 11 31,2	54 10,6	14 45,8	60,00
	o	22 12 45,95	7 40 44,2	54 11,8	14 46,2	59,62
	4 u	22 34 59,28	5 5 23,2	54 15,5	14 47,1	59,36
	o	22 57 6,61	— 2 26 39,7	54 21,8	14 48,8	59,31
	5 u	23 19 15,84	+ 0 14 14,7	54 30,2	14 51,2	59,41
	o	23 41 34,96	2 56 6,3	54 40,7	14 54,0	59,68
	6 u	0 4 12,01	5 37 35,9	54 53,1	14 57,3	60,11
	o	0 27 15,02	8 17 16,2	55 7,2	15 1,2	60,71
	7 u	0 50 51,82	10 53 29,9	55 22,7	15 5,4	61,47
	o	1 15 9,98	13 24 29,0	55 39,1	15 9,9	62,36
	8 u	1 40 16,40	15 48 11,0	55 56,5	15 14,7	63,38
	o	2 6 16,91	18 2 20,9	56 14,4	15 19,5	64,47
	9 u	2 33 15,87	20 4 31,6	56 32,5	15 24,4	65,61
	o	3 1 15,31	21 52 6,6	56 50,3	15 29,3	66,76
	10 u	3 30 14,42	23 22 27,1	57 7,9	15 34,1	67,84
	11 o	4 0 8,89	24 32 57,9	57 24,8	15 38,7	68,80
	u	4 30 50,71	25 21 18,6	57 40,7	15 43,1	69,58
	12 o	5 2 8,28	25 45 35,7	57 55,7	15 47,1	70,11
	u	5 33 47,22	25 44 32,3	58 9,6	15 50,9	70,38
	13 o	6 5 31,76	25 17 36,1	58 22 3	15 54,3	70,36
	u	6 37 6,40	24 25 2,8	58 33,5	16 57,4	70,10
	14 o	7 8 17,47	23 7 54,0	58 43,3	16 0,1	69,60
	u	7 38 54,46	21 27 49,2	58 51,9	16 2,4	68,94
	15 o	8 8 50,70	19 26 58,7	58 59,3	16 4,5	68,19
	u	8 38 3,36	17 7 55,3	59 5,4	16 6,1	67,40
	16 o	9 6 33,15	+14 33 13,8	59 10,3	16 7,5	66,64

Digitized by Google

1842.	Culmination. Log a	Log. b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a'	Log b'	Log c'	Abweichung. Log a''	Log b''	Log c''	Parallaxe. Log a'''	Log b'''
Januar 1	2,563579	9,81410*n*	8,3255	2,547972	9,76433*n*	8,2423	3,420962*n*	0,45102	9,4809	0,69494*n*	8,5396*n*
2	2,555586	9,11882*n*	8,2731	2,540256	9,06722*n*	8,2008	3,400966*n*	1,00891	9,3935	0,72770*n*	8,1246*n*
3	2,557590	9,48594	8,1621	2,542189	9,43685	8,0965	3,357638*n*	1,21417	9,3255	0,71245*n*	8,3287
4	2,567176	9,77564	7,8841	2,551440	9,72720	7,7838	3,286975*n*	1,33728	9,2672	0,68310*n*	8,5048
5	2,580372	9,83252	7,2287*n*	2,564154	9,78100	7,2203*n*	3,177187*n*	1,42186	9,1822	0,63573*n*	8,3799
6	2,592331	9,70437	8,0720*n*	2,575664	9,64901	7,9777*n*	2,998387*n*	1,47614	8,9762	0,57051*n*	8,5048
7	2,598348	8,98018	8,2795*n*	2,581447	8,93472	8,1962*n*	2,643194*n*	1,50074	8,3787	0,49767*n*	8,5048
8	2,595233	9,62912*n*	8,2952*n*	2,578458	9,58480*n*	8,2116*n*	2,107151	1,49290	8,7569*n*	0,42769*n*	8,4256
9	2,582437	9,94015*n*	8,1401*n*	2,566143	9,88985*n*	8,0907*n*	2,822616	1,45213	9,1456*n*	0,33008*n*	8,3799
10	2,562095	0,04654*n*	7 6639*n*	2,546536	0,00115*n*	7,6517*n*	3,054805	1,37869	9,2546*n*	0,20293*n*	8,4670
12	2,538127	0,04820*n*	7,5707	2,523385	0,00295*n*	7,5213	3,181176	1,27454	9,2795*n*	0,02523*n*	8,4256
13	2,514876	9,97234*n*	7,9831	2,500887	9,92983*n*	7,9380	3,257613	1,14090	9,2407*n*	9,57923*n*	8,6017
14	2,496177	9,80727*n*	8,1208	2,482769	9,76751*n*	8,0777	3,304576	0,97080	9,2116*n*	9,49158	8,6017
15	2,485014	8,43348*n*	8,1820	2,471940	9,39598*n*	8,1436	3,331704	0,72556	9,1765*n*	0,07103	8,7044
16	2,483368	9,15773	8,2251	2,470355	9,11786	8,1578	3,343728	0,18319	9,1487*n*	0,33779	8,7680
17	2,492359	9,77738	8,2574	2,479070	9,74031	8,1971	3,342164	0,38736*n*	9,1953*n*	0,50916	8,8236
18	2,512115	0,03328	8,2752	2,498217	9,99272	8,2107	3,325451	0,84674*n*	9,2885*n*	0,63863	8,8058
19	2,541558	0,19179	8,2421	2,526708	0,14753	8,1548	3,287959	1,10735*n*	9,3941*n*	0,73079	8,7874
20	2,577954	0,28698	8,0344	2,561829	0,23933	7,9141	3,216826	1,30501*n*	9,5004*n*	0,79432	8,5396
21	2,616353	0,31155	7,5913*n*	2,598758	0,25855	7,5667*n*	3,081501	1,46362*n*	9,5359*n*	0,83078	8,2707
22	2,649677	0,22321	8,4094*n*	2,630715	0,16688	8,3409*n*	2,779242	1,57853*n*	9,4678*n*	0,82729	8,2707*n*
23	2,670221	9,87698	8,6329*n*	2,650359	9,81860	8,5540*n*	2,154151*n*	1,64042*n*	9,1352*n*	0,78365	8,6561*n*
24	2,673097	9,58697*n*	8,6173*n*	2,653105	9,52835*n*	8,5376*n*	2,974901*n*	1,64087*n*	9,0884	0,67014	8,9027*n*
25	2,659277	0,09127*n*	8,3452*n*	2,639904	0,03220*n*	8,2870*n*	3,226079*n*	1,56924*n*	9,5316	0,40900	9,0788*n*
26	2,635214	0,18092*n*	6,6724*n*	2,616858	0,12546*n*	7,0399*n*	3,353403*n*	1,41505*n*	9,6612	9,29065	9,1332*n*
27	2,609178	0,12420*n*	8,1263	2,591872	0,07138*n*	8,0292	3,416802*n*	1,12902*n*	9,6622	0,33370*n*	9,1158*n*
28	2,587876	9,95433*n*	8,2711	2,571384	9,90471*n*	8,1907	3,438550*n*	0,24331*n*	9,6088	0,62263*n*	9,0167*n*
29	2,575026	9,60942*n*	8,2680	2,559006	9,55769*n*	8,1841	3,428974*n*	0,90422	9,5187	0,74746*n*	8,7874*n*
30	2,571447	8,57008	8,1813	2,555555	8,55538	8,1079	3,392271*n*	1,19999	9,4123	0,80223*n*	8,4256*n*
31	2,575632	9,55142	7,9628	2,559587	9,50620	7,8697	3,327410*n*	1,34318	9,3053	0,80861*n*	8,1246
Febr. 1	2,584332	9,68945	6,9361	2,567964	9,64161	6,7518	3,226698*n*	1,42731	9,1860	0,78172*n*	8,5048
2	2,593248	9,59375	7,9145*n*	2,576538	9,54393	7,7978*n*	3,069220*n*	1,47790	8,9479	0,72740*n*	8,6017
3	2,598040	8,89249	8,1892*n*	2,581164	8,86160	8,1299*n*	2,789165*n*	1,50034	8,3474	0,64392*n*	8,7478
4	2,595452	9,55456*n*	8,2370*n*	2,578670	9,50268*n*	8,1687*n*	1,670654*n*	1,49544	8,7388*n*	0,54305*n*	8,7478
5	2,584430	9,88479*n*	8,1238*n*	2,568057	9,83517*n*	8,0528*n*	2,695954	1,46197	9,0860*n*	0,41233*n*	8,7267
6	2,566304	0,00797*n*	7,7761*n*	2,550587	9,96186*n*	7,6827*n*	2,992646	1,39978	9,2035*n*	0,25596*n*	8,6809
7	2,544127	0,02894*n*	7,2423	2,529188	9,98280*n*	7,0442	3,143839	1,31197	9,2407*n*	0,07035*n*	8,5048
8	2,521672	9,97641*n*	7,8694	2,507465	9,93474*n*	7,8518	3,234714	1,19717	9,2537*n*	9,64165*n*	8,6017
10	2,502440	9,84678*n*	8,0439	2,488841	9,80576*n*	7,9985	3,291280	1,04562	9,2238*n*	9,14057	8,5396
11	2,489264	9,58796*n*	8,1205	2,476066	9,55048*n*	8,0789	3,325105	0,82588	9,1953*n*	9,87132	8,5048
12	2,484133	8,40664*n*	8,1655	2,471090	8,37551*n*	8,1190	3,341667	0,40534	9,1860*n*	0,14987	8,6297
13	2,488262	9,56450	8,1936	2,475101	9,52724	8,1299	3,343303	0,21746*n*	9,1999*n*	0,32914	8,6017
14	2,502007	9,89310	8,2105	2,488423	9,84972	8,1548	3,329620	0,78777*n*	9,2481*n*	0,45774	8,6017
15	2,524802	0,07818	8,1925	2,510486	0,03372	8,1578	3,297186	1,05093*n*	9,3369*n*	0,57661	8,6809
16	2,554841	0,19360	8,0744	2,539529	0,14725	7,9897	3,237491	1,24007*n*	9,3935*n*	0,67119	8,7267
17	2,588690	0,24657	7,4603	2,572163	0,19733	7,1934	3,131334	1,39049*n*	9,4456*n*	0,73654	8,6017
18	2,621202	0,21980	8,0830*n*	2,603416	0,16599	8,0412*n*	2,925839	1,50746*n*	9,4399*n*	0,78407	8,4670
19	2,646127	0,05226	8,4484*n*	2,627310	9,99327	8,3683*n*	2,305139	1,58634*n*	9,2695*n*	0,80596	7,9027
20	2,658160	9,44474	8,5458*n*	2,638836	9,39169	8,4741*n*	2,723273*n*	1,61884*n*	8,3665*n*	0,78851	8,2707*n*
21	2,655565	9,74606*n*	8,4345*n*	2,636349	9,68886*n*	8,3583*n*	3,103608*n*	1,59719*n*	9,2323	0,72156	8,7044*n*
22	2,641353	0,02329*n*	8,0136*n*	2,622743	9,96922*n*	7,9511*n*	3,284646*n*	1,51206*n*	9,5112	0,56078	8,9441*n*
23	2,621802	0,04619*n*	7,6894	2,604000	9,99337*n*	7,5081	3,384056*n*	1,34340*n*	9,6296	0,19344	9,0489*n*
24	2,603447	9,93291*n*	8,1411	2,586356	9,88153*n*	8,0764	3,433323*n*	1,00799*n*	9,6488	9,94570*n*	9,1069*n*
25	2,590965	9,65431*n*	8,2173	2,574358	9,60502*n*	8,1331	3,445505*n*	0,15322	9,6186	0,50241*n*	9,1069*n*
26	2,586346	8,55769*n*	8,1658	2,569902	8,47608*n*	8,1157	3,426109*n*	1,07044	9,5430	0,70173*n*	8,9571*n*
27	2,588969	9,45445	7,9795	2,572431	9,40852	7,8998	3,375770*n*	1,30964	9,4298	0,79924*n*	8,7478*n*
28	2,596154	9,63098	7,1250	2,579344	9,58006	7,1124	3,289753*n*	1,42831	9,2995	0,83373*n*	8,2038*n*

Digitized by Google

1842.	Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a'	Log b'	Log c'	Abweichung. Log a''	Log b''	Log c''	Parallaxe. Log a'''	Log b'''
März 1	2,603820	9,53609	7,9019n	2,586720	9,49227	7,8677n	3,153681n	1,49307	9,0654	0,82569n	8,1246
2	2,607627	8,51365	8,1869n	2,590383	8,44508	8,1342n	2,926294n	1,51943	8,4508	0,78148n	8,6297
3	2,604250	9,60692n	8,2406n	2,587126	9,55608n	8,1578n	2,397206n	1,51367	8,7432n	0,70946n	8,7267
4	2,592538	9,91122n	8,1265n	2,575863	9,85933n	8,0477n	2,501817	1,48047	9,0872n	0,60461n	8,8058
5	2,573765	0,02854n	7,7579n	2,557788	9,98037n	7,7173n	2,916818	1,41990	9,2142n	0,45880n	8,8058
6	2,551002	0,04772n	7,2345	2,535821	0,00227n	7,2195	3,099173	1,33790	9,2348n	0,26264n	8,7681
7	2,527912	9,99574n	7,8735	2,513498	9,95232n	7,8456	3,205327	1,23407	9,2390n	9,94124n	8,6809
8	2,507947	9,87439n	8,0326	2,494170	9,83478n	8,0099	3,272042	1,10527	9,2151n	8,38097n	8,6561
9	2,493758	9,64205n	8,1064	2,480425	9,59940n	8,0528	3,313786	0,92703	9,1888n	9,84892	8,6298
10	2,487219	8,97083n	8,1395	2,474091	8,91186n	8,0528	3,337149	0,63529	9,1971n	0,11819	8,5048
12	2,489342	9,43660	8,1605	2,476137	9,39782	8,1234	3,344736	8,89838n	9,2212n	0,27222	8,4670
13	2,500390	9,81218	8,1645	2,486852	9,77133	8,1234	3,336472	0,67376n	9,2688n	0,37081	8,5396
14	2,519749	0,00710	8,1343	2,505609	9,96529	8,0554	3,309604	0,99863n	9,3282n	0,45944	8,4256
15	2,545761	0,12445	8,0131	2,530769	0,07943	7,9087	3,257544	1,20276n	9,3664n	0,52397	8,3799
16	2,575479	0,18028	7,4738	2,559439	0,13253	7,2922	3,166009	1,35266n	9,3987n	0,59139	8,4256
17	2,604589	0,16256	7,9298n	2,587458	0,11165	7,8868n	3,000081	1,46653n	9,3811n	0,64388	8,4256
18	2,627941	0,02614	8,3301n	2,609876	9,97207	8,2578n	2,622756	1,54408n	9,2440n	0,68760	8,2707
19	2,640937	9,60496	8,4499n	2,622321	9,55971	8,3396n	2,389322n	1,58205n	8,7569n	0,70722	8,0277
20	2,641616	9,46223n	8,3806n	2,622993	9,43149n	8,3002n	2,971260n	1,57708n	8,9591	0,70355	8,2038n
21	2,631795	9,89055n	8,0713n	2,613578	9,83471n	8,0085n	3,199360n	1,52393n	9,3474	0,65912	8,5718n
22	2,616308	9,95370n	7,2397	2,598709	9,90116n	7,2995	3,326613n	1,41544n	9,5000	0,55337	8,7874n
23	2,600943	9,85776n	8,0486	2,583948	9,80619n	7,9867	3,399150n	1,22089n	9,5729	0,30594	8,9441n
24	2,590412	9,56250n	8,1896	2,573818	9,50762n	8,1191	3,433427n	0,79206n	9,6049	8,77774	9,0384n
25	2,587273	8,61269	8,1852	2,570790	8,54954	8,1487	3,435785n	0,65426	9,5965	0,29349n	9,0591n
26	2,591640	9,59562	8,0462	2,574998	9,54778	7,9985	3,407215n	1,16547	9,5580	0,58436n	9,0167n
27	2,601278	9,76924	7,5113	2,584275	9,71793	7,4756	3,344050n	1,37159	9,4653	0,72326n	8,8058n
28	2,612136	9,73012	7,8729n	2,594708	9,67894	7,7766n	3,235830n	1,48024	9,3038	0,78930n	8,5718n
29	2,619295	9,32177	8,2355n	2,601591	9,27130	8,1707n	3,055864n	1,53292	8,9141	0,80737n	—
30	2,618569	9,48983n	8,3293n	2,600875	9,43830n	8,2545n	2,709347n	1,54217	8,4756n	0,78372n	8,4256
31	2,607997	9,91923n	8,2471n	2,590734	9,86791n	8,1794n	1,991185	1,51315	9,1079n	0,72721n	8,7478
April 1	2,588635	0,07007n	7,9308n	2,572118	0,01975n	7,9052n	2,811359	1,45341	9,2562n	0,63045n	8,8406
2	2,563870	0,10433n	6,9438	2,548248	0,05757n	6,4244	3,046166	1,36852	9,2649n	0,49421n	8,8570
3	2,537984	0,06117n	7,8986	2,523252	0,01770n	7,7862	3,171893	1,26468	9,2481n	0,28511n	8,8236
4	2,515018	9,94940n	8,0720	2,501025	9,90732n	8,0222	3,248809	1,14211	9,1990n	9,86985n	8,8058
5	2,498028	9,74439n	8,1424	2,484566	9,70460n	8,0965	3,297651	0,99147	9,1813n	9,46319	8,7267
6	2,489104	9,26559n	8,1673	2,475920	9,22645n	8,1046	3,327265	0,77158	9,1638n	0,08137	8,6809
7	2,489340	9,30882	8,1781	2,476147	9,27219	8,1124	3,341355	0,27308	9,1925n	0,28956	8,6017
8	2,498956	9,77396	8,1748	2,485467	9,73413	8,1234	3,340245	0,42370n	9,2464n	0,41073	8,5396
9	2,517259	9,98791	8,1447	2,503195	9,94562	8,1000	3,321577	0,89812n	9,3369n	0,46801	8,3287
11	2,542537	0,11150	8,0152	2,527648	0,06710	7,9397	3,279297	1,14603n	9,3864n	0,50742	8,1246
12	2,571720	0,17073	7,4958	2,555819	0,12307	7,2456	3,201511	1,32096n	9,4190n	0,53086	7,7267
13	2,600441	0,15269	7,9207n	2,583470	0,10308	7,8774n	3,061311	1,44596n	9,3953n	0,54118	7,4256
14	2,623467	0,01436	8,3255n	2,605581	9,95890	8,2407n	2,773809	1,52834n	9,2562n	0,54996	7,4256
15	2,636120	9,56977	8,4512n	2,617721	9,51468	8,3720n	1,688738n	1,56847n	8,7569n	0,55085	—
16	2,636281	9,52975n	8,3920n	2,617874	9,47462n	8,3109n	2,856488n	1,56359n	8,9070	0,54320	7,7267n
17	2,625576	9,91754n	8,0884n	2,607607	9,86368n	8,0085n	3,129896n	1,51546n	9,2944	0,52836	7,9027n
18	2,608808	9,98479n	7,0636	2,591506	9,93132n	7,0442	3,274967n	1,42121n	9,4201	0,47388	8,3287n
19	2,591818	9,89988n	8,0470	2,575173	9,85007n	7,9852	3,359654n	1,26889n	9,4894	0,36676	8,6297n
20	2,579663	9,63537n	8,2080	2,563458	9,58718n	8,1638	3,405943n	1,00078n	9,5192	0,12283	8,8058n
21	2,575412	7,93315	8,2347	2,559371	7,62538	8,1736	3,422533n	9,97581n	9,5450	9,09334	8,8406n
22	2,579863	9,63456	8,1700	2,563664	9,58534	8,1046	3,411521n	0,92394	9,5450	0,15886n	8,9441n
23	2,591527	9,86891	7,9202	2,574887	9,81949	7,8850	3,370239n	1,24648	9,5205	0,46080n	8,9571n
24	2,606741	9,91754	7,3723n	2,589527	9,86746	7,3726n	3,290461n	1,41520	9,4487	0,61533n	8,8570n
25	2,620274	9,77883	8,1772n	2,602521	9,72564	8,0965n	3,153425n	1,51045	9,2578	0,69702n	8,6017n
26	2,626664	8,87825	8,3878n	2,608663	8,82141	8,3227n	2,907466n	1,55032	8,6706	0,73504n	8,0277n
27	2,622117	9,76646n	8,3897n	2,604300	9,71113n	8,3316n	2,227229n	1,54323	8,9034n	0,73132n	8,0277

Digitized by Google

1842.	Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
April 28	2,606180	0,05115*n*	8,2010*n*	2,588979	9,99965*n*	8,1068*n*	2,634433	1,49544	9,2546*n*	0,69394*n*	8,5048
29	2,581724	0,14107*n*	7,6065*n*	2,565454	0,09208*n*	7,5667*n*	2,976092	1,41389	9,3186*n*	0,61699*n*	8,6809
30	2,553538	0,13052*n*	7,7626	2,538280	0,08495*n*	7,6419	3,133720	1,30799	9,3186*n*	0,48692*n*	8,8236
Mai 1	2,526585	0,04731*n*	8,0690	2,512228	0,00481*n*	7,9941	3,224393	1,18055	9,2456*n*	0,28357*n*	8,7874
2	2,504894	9,88467*n*	8,1654	2,491227	9,84481*n*	8,1057	3,280361	1,03470	9,1832*n*	9,83803*n*	8,8236
3	2,491273	9,56694*n*	8,2033	2,478027	9,52270*n*	8,1277	3,314829	0,84484	9,1113*n*	9,73502	8,8058
4	2,487373	8,70446	8,2160	2,474236	8,65449	8,1687	3,333691	0,51697	9,1477*n*	0,22592	8,8058
5	2,493800	9,68158	8,2220	2,480471	9,64189	8,1668	3,338595	9,80930*n*	9,1980*n*	0,41000	8,7044
6	2,510215	9,95705	8,2053	2,496379	9,91521	8,1415	3,328124	0,73043*n*	9,2818*n*	0,52322	8,6017
7	2,535134	0,11240	8,1260	2,520495	0,06916	8,0464	3,297398	1,04911*n*	9,3671*n*	0,57647	8,3287
8	2,565689	0,19620	7,8424	2,550009	0,14916	7,6887	3,236212	1,25968*n*	9,4492*n*	0,60746	8,0277
9	2,597432	0,20587	7,7054*n*	2,580577	0,15593	7,7089*n*	3,123200	1,41208*n*	9,4513*n*	0,59668	7,7267*n*
11	2,624539	0,10607	8,3119*n*	2,606617	0,05390	8,2440*n*	2,902317	1,51823*n*	9,3551*n*	0,56180	8,4256*n*
12	2,641166	9,76024	8,5045*n*	2,622562	9,70535	8,4336*n*	2,194776	1,57400*n*	8,9852*n*	0,50675	8,4256*n*
13	2,643743	9,43017*n*	8,4899*n*	2,625031	9,37366*n*	8,4151*n*	2,724477*n*	1,57826*n*	8,8578	0,42136	8,5396*n*
14	2,632972	9,96456*n*	8,2537*n*	2,614704	9,91081*n*	8,1746*n*	3,073487*n*	1,53223*n*	9,3116	0,31144	8,4670*n*
15	2,613619	0,07017*n*	7,2931*n*	2,596130	0,01590*n*	7,1841*n*	3,240472*n*	1,43606*n*	9,4528	0,17656	8,5048*n*

Thomas Clausen.

Ueber die Bestimmung der geographischen Länge aus beobachteten Mondsazimuthen.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Die geographischen Längen lassen sich aus beobachteten Azimuthen des einen Randes sehr einfach auf folgende Art bestimmen. Nimmt man vorläufig an, die Erde sei vollkommen sphärisch gestaltet; so geht der Höhenkreis durch den Mittelpunct der Erde. Der beobachtete Mondrand ist genau um einen Quadranten entfernt von einem Puncte im Horizonte des Orts, der ein Viertel Peripherie gröfseres oder kleineres Azimuth hat, wenn keine Refraction wäre, und eben so weit von demselben Puncte aus dem Mittelpuncte der Erde gesehen. Es sei das Azimuth des erwähnten Puncts von Süden nach Westen gezählt a, die Polhöhe β, und θ und δ Stundenwinkel und Abweichung desselben; so ist

$$\begin{aligned} \sin\delta &= -\cos a\cos\beta \\ \cos\delta\cos\theta &= \cos a\sin\beta \\ \cos\delta\sin\theta &= \sin a \end{aligned}$$

Subtrahirt man den Stundenwinkel von der Sternzeit des Orts; so hat man die Grade Aufsteigung des besagten Puncts des Himmels. Man berechnet nun den Abstand des Standes von diesem Puncte zu dreien gegebenen Zeiten, aus den durch die Mondsephemeride gegebenen Oerter, und sucht durch Einschaltung die Ephemeridenzeit, da diese Entfernung einem rechten Winkel gleich war, welches die gesuchte Ephemeridenzeit der Mondsbeobachtung ist. Es versteht sich von selbst, dafs man den durch die Ephemeride gegebenen Mondhalbmesser, von der berechneten geocentrischen Distanz des Mittelpuncts subtrahiren, oder dazu addiren mufs; je nachdem der angewandte Punct im Horizonte auf derselben oder entgegengesetzten Seite des Mondmittelpuncts liegt, als der beobachtete Rand.

Um die sphäroidische Gestalt der Erde zu berücksichtigen, mufs man blofs einige kleine Correctionen an die Abweichung und den Halbmesser des Mondes anbringen, dafs sie für den Punct der Erdumdrehungs-Axe gelten, in dem sie von der Lothlinie des Beobachtungsorts durchschnitten wird. Sei der Halbmesser des Aequators $= 1$, die halbe Umdrehungsaxe b (*Log b* nach *Bessel* $= 9{,}9985458$). Die Polhöhe β (nördlich positiv, südlich negativ) $tg\,\varphi = b\,tg\,\beta$; so ist dieser Punct vom Mittelpunct der Erde $-\left(\frac{1-b^2}{b}\right)\sin\varphi$ entfernt $\left(Log\left(\frac{1-b^2}{b}\right) = 7{,}8258646\right)$. Ist die Declination des Mondes d und die Aequatorealparallaxe π, so wird diese Correction der Declination $\frac{1-b^2}{b}\sin\varphi\cos d\sin\pi$. Die Correction des Halbmessers D .... $-\frac{1-b^2}{b}\sin\varphi\sin d\sin\pi . D$.

Th. Clausen.

Digitized by Google

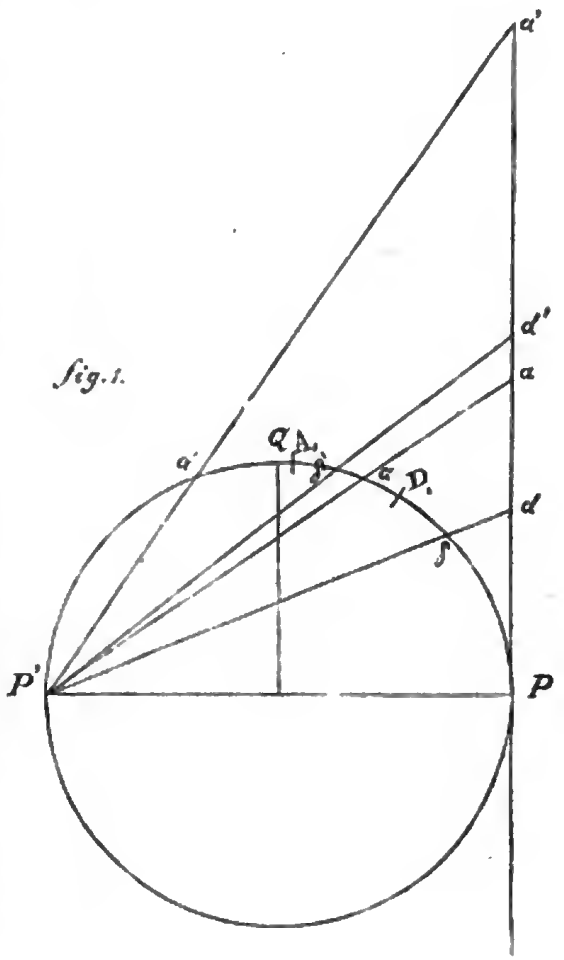
Geometrische Construction einer astronomischen Aufgabe.

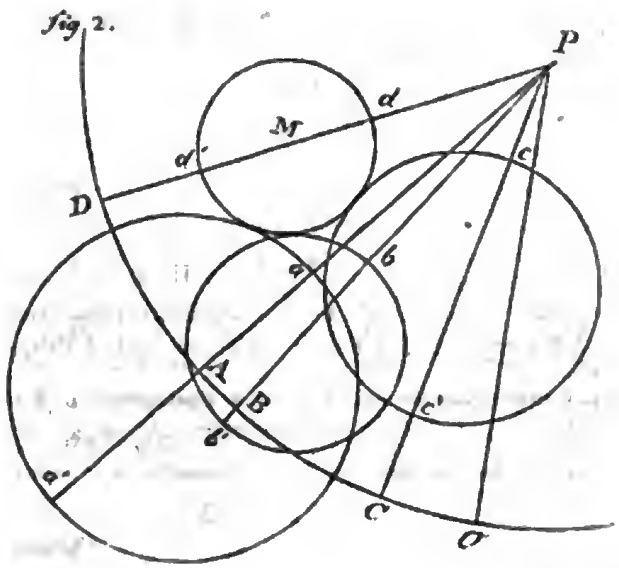
Von Herrn *Thomas Clausen.*

Die Freunde der descriptiven Geometrie werden, glaube ich, mit Vergnügen sehen, dafs die Aufgabe: „Aus dreien gemessenen Höhen dreier bekannter Sterne, und die Uhrzeiten der Mesaung, die Polhöhe, Collimation des Instruments und Correction der Uhrzeiten zu finden;" sich leicht und ohne alle Rechnung construiren lasse.

Ist $AR.$ die Grade Aufsteigung des Sterns der zur Zeit T der nach Sternzeit gehenden Uhr in einem gewissen Azimuth und einer bestimmten Höhe beobachtet wurde; so befände sich ein Stern, der die Grade Aufsteigung $AR. - T$, und dieselbe Declination hätte genau in demselben Azimuth und derselben Höhe zur Zeit, da die Uhr 0^h zeigte. Man bestimme dessen Punct auf der Sternkugel, und beschreibe mit dem sphärischen Halbmesser der gemessenen Zenithdistanz (von der Refraction befreit) einen sphärischen kleinen Kreis um denselben. Eben so verfahre man mit den beiden andern Beobachtungen. Beschreibt man darauf einen kleinen Kreis, der alle drei zugleich äufserlich oder innerlich berührt; so ist dessen sphärischer Halbmesser die Correction des Instruments, die zu den Zenithdistanzen addirt werden mufs, wenn die Berührung äufserlich ist, und subtrahirt, wenn die Berührung innerlich ist. Die Grade Aufsteigung des Mittelpuncts desselben ist die Correction der Uhr, und die Declination desselben die Polhöhe.

Bekanntlich werden durch die stereographische Projection alle Kreise auf der Kugelfläche nach Kreisen oder graden Linien in der Ebene projicirt. Diese Eigenschaft macht die Construction der Aufgabe in der Ebene möglich. Es sei (Fig. 2) P der Pol der Projection und des Aequators, $AOBC$ die Projection des Aequators, O der Punct der Frühlingsnachtgleichen. Alle Declinationskreise werden nach grade Linien projicirt, die denselben Winkel unter sich bilden, als auf der Kugel. Ueberdem sind die Entfernungen vom Pol den Tangenten der halben Polardistanzen proportionirt. Beschreibt man demnach auf den Halbmesser des projicirten Aeqnators, als Durchmesser $P'P$ Fig. 1 einen Kreis; so ist die Entfernung der Projection einer gegebenen Polardistanz $P\alpha$ oder Abweichung $Q\alpha$ vom Pol P, dem von der graden durch P' und α gelegten Linie von der an P gezogenen Tangente Pa gleich. Die Projection der drei erwähnten Kreise ist hiernach leicht. Macht man nämlich $OA = AR. - T$, indem man von O aus nach der Ordnung des wachsenden Winkels die Grade Aufsteigung des Sterns abmifst, und von diesem Puncte zurück die Uhrzeit abschneidet, und zieht die Projection des Declinationskreises, die Grade Linie PA, die durch den Mittelpunct des projicirten Kreises geht; so kann man ihn, wenn man blos auf derselben die Endpuncte des Durch-





Digitized by Google

messers bestimmt, sogleich beschreiben. Es sei demnach PA, die Poiardistanz, oder QA, die Abweichung des Sterns, (Fig. 1) $A,\alpha = A,\alpha'$ die gemessene Zenithdistanz und Pa und Pa' die durch die Linien $P'\alpha$ und $P'\alpha'$ von der Tangente $P\,a\,a'$ abgeschnittenen Theile; so sind, wie man leicht sieht, a und a' (Fig. 2) (Pa und Pa' in beiden Figuren gleich genommen, da Fig. 1 nur als Scale dient) die beiden Puncte, in denen die Projection des Declinationskreises von der Projection des kleinen sphärischen Kreises, und zwar in beiden Figuren, auf der Kugel und in der Ebene, rechtwinklicht geschnitten wird. Beschreibt man also auf dem Durchmesser $a\,a'$ einen Kreis, und eben so auf $b\,b'$ und $c\,c'$ für die beiden übrigen Beobachtungen, und um den Mittelpunct M einen Kreis, der alle drei zugleich innerlich oder äufserlich berührt, und zieht durch P und M die grade Linie, die den Kreisumfang in den Puncten d und d', und den projicirten Aequator in dem Puncte D schneidet; so ist OD die wahre Sternzeit zur Zeit da die Uhr 0^h zeigt. Trägt man die Entfernungen Pd und Pd' auf die Tangente der Scala Fig. 1 und zieht durch d und d' nach dem Puncte P' die graden Linien, die den Kreisumfang in δ und δ' schneiden, halbirt hierauf den Bogen $\delta\delta'$ in D_1; so ist QD_1 die Polhöhe und $\delta D' = \delta' D_1$ die Correction des Instruments, die zu den Zenithdistanzen addirt werden mufs, wenn die Berührungen äufserlich sind, und subtrahirt, wenn der vierte Kreis die drei innerlich berührt.

Th. Clausen.

Ueber die Längenbestimmungen durch beobachtete Mondshöhen.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Bekanntlich läfst sich mittelst eines schlecht getheilten Sextanten blofs mit einer guten Uhr durch die Beobachtung dreier bekannter Sterne in derselben Höhe: Zeit, Polhöhe und die Höhe selbst bestimmen. Beobachtet man noch die Zeit, da der erleuchtete Mondrand dieselbe Höhe erreicht; so läfst sich daraus zugleich die Länge des Orts ableiten, die um so sicherer gefunden wird, je näher der Mond dem ersten Vertical ist. Für Reisende in entfernte Gegenden kann diese Bestimmung der Länge oft von Nutzen sein, weshalb ich deren Berechnung auseinandersetze. Es ist also durch die Beobachtungen der Sterne die Zeit der Mondshöhe, die Polhöhe des Orts der Beobachtung, und die Höhe selbst gegeben; man soll die Zeit der Ephemeride finden, die einen dieser Höhe entsprechenden Mondort giebt. Es sei die Grade Aufsteigung des Zeniths A, Abweichung D. Setzt man $tg\,\varphi = b\,tg\,D$ ($Log\,b = 9{,}998546$); so wird das Perpendikel auf die Erdumdrehungsaxe $cos\,\varphi$, und die Entfernung des Durchschnitts desselben vom Mittelpuncte der Erde $b\,sin\,\varphi$. Die Winkeldistanz zwischen dem Mondmittelpunct und dem Zenithe ist dieselbe als die zwischen dem Rande und dem Zenithe gemessenen an einem Orte, der um $\frac{\Delta}{sin\,z}$ unter oder über dem Beobachtungsorte in der Lothlinie desselben liegt, je nachdem der Abstand des Zeniths vom obern oder untern Rande gemessen ist; Δ bedeutet den Mondhalbmesser ($Log\,\Delta = 9{,}4353665$ nach *Burkhardt*) und z die beobachtete Zenithdistanz. Die Coordinaten dieses Puncts auf die Meridianfläche bezogen sind also, wenn man den Aequatorealradius in derselben als Axe der x, und die nördliche halbe Umdrehungsaxe als Axe der positiven y annimmt, $x = cos\,\varphi \mp \frac{\Delta}{sin\,z}\,cos\,D$; $y = b\,sin\,\varphi \mp \frac{\Delta}{sin\,z}\,sin\,D$.

Berechnet man also die aus diesem Puncte erscheinenden Grade Aufsteigungen und Abweichungen des Mondmittelpuncts für drei Stunden der Ephemeride, zwischen deren zweien die Beobachtung fällt, und die aus denselben folgenden Abstände vom Zenithpuncte der Beobachtungszeit; so läfst sich daraus sogleich durch Interpolation die Zeit der Ephemeride, die der Beobachtungszeit entspricht, finden.

Th. Clausen.

Anzeige.

Bei *Perthes, Besser* und *Mauke* in Hamburg wird binnen 8 Tagen erscheinen:

Ueber die sehr grofsen und totalen Sonnenverfinsterungen auf der Erde überhaupt, von Dr. *J. W. H. Lehmann*. 10½ Bogen Text, 3 Bogen Tabellen und 1 lithograph. Tafel. Preis 1 Rthlr.

Monds-Ephemeride für die Zeit der Culmination in Altona für 1842. Von Herrn *Th. Clausen.* p. 249.
Ueber die Bestimmung der geographischen Länge aus beobachteten Mondsculminationen. Von demselben. p. 259.
Geometrische Construction einer astronomischen Aufgabe. Von demselben. p. 261.
Ueber die Längenbestimmung durch beobachtete Mondshöhen. Von demselben. p. 263.
Anzeige. p. 263

Altona 1842. Mai 5.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 448.

Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald.

§. 1.

In dem Berliner astronomischen Jahrbuche für 1783. S. 166. findet man eine Abhandlung von *Lagrange*, in welcher dieser berühmte Mathematiker eine von seiner in den Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des sciences et belles lettres de Berlin. 1778. p. 124. entwickelten und in denselben Memoiren von 1783. p. 296. weiter ausgebildeten Methode, die Cometenbahnen zu berechnen, wesentlich verschiedene Methode dieser Berechnung vorträgt, von welcher auch in demselben Jahrgange des Berliner astronomischen Jahrbuchs S. 196 *Schulze* nicht ohne Erfolg eine Anwendung auf den Cometen von 1774 gemacht hat. In dem Eingange seiner Abhandlung characterisirt *Lagrange* seine Methode auf folgende Art: „Alle bisher vorgeschlagenen Mittel, die Laufbahnen der Cometen aus Beobachtungen zu bestimmen, setzen nur drei geocentrische Oerter, mit denen zwischen den Beobachtungen verflossenen Zeiten, als bekannt voraus; allein sie gründen sich auch alle auf die Voraussetzung, die Laufbahnen der Cometen seyen parabolisch. Eines Theils ist es aber ein seltener Fall, dafs man nicht mehr als drei Beobachtungen von einem Cometen haben sollte, und andern Theils beweiset der Comet von 1770 genugsam, dafs man nicht durchaus die Laufbahn eines Cometen als parabolisch voraussetzen könne. Diese Betrachtungen, nebst den Schwierigkeiten, die gewöhnlich sich bei der Anwendung solcher Mittel finden, die nur drei Beobachtungen erfordern, haben mir Anlafs gegeben zu untersuchen, ob sich, indem man mehrere Beobachtungen gebraucht, die Aufgabe von Bestimmung der Laufbahnen der Cometen nicht leichter und allgemeiner würde auflösen lassen; und ich habe folgendes Mittel gefunden, durch welches man, mittelst sechs Beobachtungen, die Bestimmungsstücke einer jeden beliebigen Laufbahn, nach geschehener Auflösung einer einfachen Gleichung vom siebenten Grade findet.“ Die sechs Beobachtungen, welche diese *Lagrange*'sche Methode in Anspruch nimmt, müssen so beschaffen seyn, dafs die Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten, zwischen der dritten und vierten, und zwischen der fünften und sechsten Beobachtung sehr klein sind; die Zwischenzeiten zwischen der zweiten und dritten, und zwischen der vierten und fünften Beobachtung können dagegen beliebig grofs seyn, und es wird selbst seine besondern Vortheile haben, dieselben so grofs als nur möglich anzunehmen. Dafs diese Methode, so wie alle bekannten Methoden, auch nur eine Näherungsmethode ist, brauche ich wohl kaum noch besonders zu erinnern; nach Nr. VIII. der Abhandlung werden die zwischen der ersten und zweiten, dritten und vierten, fünften und sechsten Beobachtung von dem Cometen durchlaufenen Bogen seiner Bahn, und auch die in denselben Zeiten von der Erde durchlaufenen Bogen ihrer Bahn als gerade Linien, oder die diesen Bogen entsprechenden Sectoren als geradlinige Dreiecke betrachtet, auf ganz ähnliche Art, wie z. B. auch bei der *Olbers*'schen, nur drei nahe an einander liegende Beobachtungen in Anspruch nehmenden Methode, welche aber bekanntlich die Bahn als eine Parabel voraussetzt. Am Schlufs seiner Abhandlung sagt *Lagrange*: „Das Mittel, welches wir in dieser Abhandlung vorgeschlagen haben, ist vielleicht eines der einfachsten und zuverlässigsten, so sich finden lassen, um die merkwürdige Aufgabe, die Laufbahn der Cometen aus Beobachtungen zu bestimmen, geradezu und ohne langes Versuchen aufzulösen. Aufserdem dafs sie nur die Auflösung einer Gleichung vom siebenten Grade erfordert, so hat sie noch den Vorzug, dafs sie sich eben so leicht auflösen läfst, die Laufbahn mag als parabolisch, oder als ein anderer beliebiger Kegelschnitt betrachtet werden. Ich kann nicht unterlassen, endlich noch anzumerken, dafs, wenn man die Aufgabe von der Bestimmung der Laufbahnen der Cometen geradezu und genau mittelst dreier sehr nahe bei einander fallender Beobachtungen, in der Voraussetzung der parabolischen Laufbahn, auflösen will, man ebenermaafsen auf eine Gleichung vom siebenten Grade verfällt, so wie ich dieses in meinen Untersuchungen über diesen Gegenstand (Mémoires de 1778) gezeiget habe, dergestalt dafs es scheinet, als wäre der siebente Grad die Gränze, unter welche sich die Aufgabe nicht herabsetzen liefse, man mag sie auch betrachten von welcher Seite man wolle. Uebrigens, obgleich das in dieser Abhandlung vorgeschlagene Mittel auch Beobachtungen erfordert, welche sehr nahe bei einander fallen müssen, so kann man sich doch überzeugen, dafs es viel zuverlässiger als dasjenige ist, welches ich in gedachten Untersuchungen vorgeschlagen habe, weil man hier

Digitized by Google

die Bewegung des Cometen zwar in dreien unendlich kleinen Theilen, oder die wenigstens als unendlich klein können angesehen werden, betrachtet, die aber demohngeachtet sehr von einander verschieden seyn können, statt dessen man in der ersten Methode die Laufbahn blofs aus zweien unendlich kleinen und an einander gränzenden Theilen, oder welches auf eins heraus kömmt, nur durch einen einzigen unendlich kleinen Theil der Bahn bestimmet."

Ich habe geglaubt, dafs die obigen Worte eines der gröfsten Mathematiker der neuern Zeit der vorliegenden Abhandlung am besten als Einleitung dienen könnten, indem ich nämlich in derselben eine Methode zur Berechnung der Bahnen des Cometen entwickeln werde, welche auch mehr als drei Beobachtungen voraussetzt, nämlich entweder vier durch kleine Zeitintervalle von einander getrennte Beobachtungen, oder zwei Systeme dreier durch kleine Zeitintervalle von einander getrennter Beobachtungen, welche zwei Systeme selbst aber durch beliebig grofse Zeiten von einander getrennt seyn können, und in der That auch mit besonderm Vortheil jederzeit so weit wie möglich von einander entfernt angenommen werden. Diese Methode setzt auch die Bahn nicht als parabolisch voraus, und bietet überhaupt, wie ich glaube, ziemlich ganz dieselben Vortheile dar, welche *Lagrange* von seiner Methode rühmt. Wodurch sich dieselbe aber sehr wesentlich von letzterer unterscheidet, und wodurch sie bei Weitem bequemer in der Anwendung wird wie jene, ist Folgendes. Betrachtet man, indem wir jetzt vorzugsweise den Fall zweier Systeme dreier durch kleine Zeitintervalle von einander getrennter Beobachtungen als den allgemeinern in's Auge fassen, die kleinen Bogen, welche sowohl der Comet, als auch die Erde in den Zwischenzeiten zwischen den einzelnen Beobachtungen in den beiden Systemen durchläuft, als gerade Linien, so wird die Aufgabe durch eine Gleichung vom dritten Grade vollständig aufgelöst, und zugleich kann man durch eine leichte Approximations-Rechnung auch die wirkliche krummlinige Bewegung der Erde in Betrachtung ziehen. Will man aber gleich von vorn herein die Bewegung der Erde in den Zwischenzeiten zwischen den einzelnen Beobachtungen in den beiden Systemen nicht als geradlinig betrachten, so wird das Problem durch eine Gleichung vom vierten Grade vollständig aufgelöst, und tritt also in beiden Fällen nicht aus den Gränzen der gewöhnlichen Algebra heraus, welches wir hier in Bezug auf die oben angeführte Meinung von *Lagrange*, dafs, von welcher Seite man die Aufgabe auch betrachten möge, der siebente Grad die Gränze zu seyn scheine, unter welche sich dieselbe nicht herunter bringen lasse, uns besonders hervorzuheben erlauben. Am Ende dieser Abhandlung werden wir auch noch zeigen, wie man, wenn man nur erst genäherte Werthe der Elemente gefunden hat, sich denselben dann nach und nach noch mehr nähern kann. Ueberhaupt wird, wie wir hoffen, die folgende Entwickelung alle vorhergehende allgemeine Bemerkungen zu völliger Deutlichkeit bringen und in das richtige Licht setzen.

§. 2.

Den Mittelpunkt der Sonne nehmen wir als den Anfang eines rechtwinkligen Coordinatensystems der x, y, z an. Die Ebene der xy sey die Ebene der Ekliptik, und der positive Theil der Axe der x soll vom Mittelpunkte der Sonne nach dem Frühlingspunkte hin gerichtet seyn; den positiven Theil der Axe der y nehmen wir so an, dafs man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x durch den rechten Winkel (xy) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y zu gelangen, nach derselben Richtung hin bewegen mufs, nach welcher von dem positiven Theile der x an die heliocentrischen Längen genommen werden; den positiven Theil der Axe der z nehmen wir endlich auf der nördlichen Seite der Ebene der Ekliptik, d. i. der Ebene der xy, an.

§. 3.

Weil die Ebene der Cometenbahn durch den Mittelpunkt der Sonne geht, welcher der Anfang des Systems der x, y, z ist, so hat ihre Gleichung die Form

$$Lx + My + Nz = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Ist nun φ der 180° nicht übersteigende Winkel, welchen der auf der positiven Seite der Axe der x liegende Theil der Durchschnittslinie der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der Ekliptik mit dem positiven Theile der Axe der x einschliefst, so ist nach den Principien der analytischen Geometrie

$$y = x\,tang\,\varphi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

oder

$$-x\,tang\,\varphi + y = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

die Gleichung der Durchschnittslinie der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der Ekliptik. Nach (1) ist aber die Gleichung dieser Durchschnittslinie auch

$$Lx + My = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{L}{M}x + y = 0, \ldots\ldots (4)$$

und folglich, wenn man diese Gleichung mit der Gleichung (3) vergleicht,

$$\frac{L}{M} = -tang\,\varphi \quad \text{oder} \quad M = -L\,cot\,\varphi \ldots\ldots (5)$$

Bezeichnen wir ferner den 180° nicht übersteigenden Winkel, welchen der auf der positiven Seite der Ebene der xy liegende Theil der Ebene der Cometenbahn nach der Seite hin, auf welcher der positive Theil der Axe der y liegt, mit der Ebene, der xy einschliefst, durch i; so ist nach bekannten Formeln der analytischen Geometrie

Digitized by Google

$$\cos i^2 = \frac{N^2}{L^2+M^2+N^2},$$

und folglich

$$\sin i^2 = \frac{L^2+M^2}{L^2+M^2+N^2},$$

also

$$\cot i^2 = \frac{N^2}{L^2+M^2} = \frac{N^2}{L^2(1+\cot\varphi^2)} = \frac{N^2}{L^2\operatorname{cosec}\varphi^2},$$

oder

$$(6)\ldots\ldots N^2 = L^2\cot i^2\operatorname{cosec}\varphi^2,\quad N = \pm L\cot i\operatorname{cosec}\varphi.$$

Folglich ist nach dem Obigen

$$(7)\ldots\ldots\ldots x - y\cot\varphi \pm z\cot i\operatorname{cosec}\varphi = 0$$

oder

$$(8)\ldots\ldots\ldots x\sin\varphi - y\cos\varphi \pm z\cot i = 0$$

die Gleichung der Ebene der Cometenbahn, wo sich nun aber noch frägt, welches Zeichen man in dieser Gleichung zu nehmen hat. Dies kann auf folgende Art entschieden werden:

Man nehme den auf der positiven Seite der Axe der x liegenden Theil der Durchschnittslinie der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der xy als den positiven Theil der Axe der x' eines neuen rechtwinkligen Coordinatensystems, den positiven Theil der Axe der y' in der Ebene der xy aber so an, dafs man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x' an durch den rechten Winkel $(x'y')$ hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y' zu gelangen, ganz nach derselben Gegend hin bewegen mufs, nach welcher man sich bewegen mufs, um von dem positiven Theile der Axe der x an durch den rechten Winkel (xy) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y zu gelangen, so ist nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten

$$x = x'\cos\varphi - y'\sin\varphi,$$
$$y = x'\sin\varphi + y'\cos\varphi;$$

und folglich, wenn man diese Gleichungen respective mit $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$ multiplicirt und dann die zweite von der ersten subtrahirt,

$$x\sin\varphi - y\cos\varphi = -y'.$$

Also ist nach (8) die Gleichung der Cometenbahn

$$-y' \pm z\cot i = 0 \quad\text{oder}\quad z = \pm y'\tang i.$$

Dies ist natürlich auch die Gleichung der Durchschnittslinie der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der $y'z$. Nach den Principien der analytischen Geometrie ist aber offenbar die Gleichung dieser Durchschnittslinie

$$z = y'\tang i \quad\text{oder}\quad z = y'\tang(180^\circ - i),$$

d. i.

$$z = y'\tang i \quad\text{oder}\quad z = -y'\tang i,$$

jenachdem

$$\varphi < 90^\circ \quad\text{oder}\quad \varphi > 90^\circ$$

ist, woraus sich ergiebt, dafs in der Gleichung (8) der Ebene der Cometenbahn das obere oder untere Zeichen genommen werden mufs, jenachdem

$$\varphi < 90^\circ \quad\text{oder}\quad \varphi > 90^\circ$$

ist.

Man kann das doppelte Zeichen ganz vermeiden, wenn man unter i den 180° nicht übersteigenden Winkel versteht, welchen der auf der positiven Seite der Ebene der xy liegende Theil der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der xy nach der Seite des positiven Theils der Axe der y' hin einschliefst. Unter dieser Voraussetzung, welche wir im Folgenden der Einfachheit wegen immer festhalten wollen, hat man nämlich, wie aus dem Vorhergehenden leicht erhellen wird, in der Gleichung der Ebene der Cometenbahn immer das obere Zeichen zu nehmen, und diese Gleichung ist also, unter der in Rede stehenden, in Bezug auf den Winkel i gemachten Voraussetzung, in völliger Allgemeinheit

$$x\sin\varphi - y\cos\varphi + z\cot i = 0\ldots\ldots\ldots(9)$$

§. 4.

Zuerst wollen wir nun die Gleichungen der von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen geraden Linie suchen.

Zu dem Ende legen wir durch den Mittelpunkt der Erde ein neues, dem Systeme der x, y, z paralleles Coordinatensystem der x_1, y_1, z_1. Bezeichnen wir dann die geocentrische Länge und Breite und die sogenannte curtirte Entfernung des Cometen von der Erde respective durch α, β und ρ; so sind offenbar in völliger Allgemeinheit

$$\rho\cos\alpha,\quad \rho\sin\alpha,\quad \rho\tang\beta$$

die Coordinaten des Cometen im Systeme der x_1, y_1, z_1. Die Gleichungen der von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen geraden Linie in dem Systeme der x_1, y_1, z_1 haben die Form

$$x_1 = Az_1,\quad y_1 = Bz_1,$$

und es ist folglich nach dem Vorhergehenden

$$\rho\cos\alpha = A\rho\tang\beta,\quad \rho\sin\alpha = B\rho\tang\beta,$$

also

$$A = \cos\alpha\cot\beta,\quad B = \sin\alpha\cot\beta.$$

Folglich sind die Gleichungen der vom Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen geraden Linie im Systeme der x_1, y_1, z_1

$$x_1 = z_1\cos\alpha\cot\beta,\quad y_1 = z_1\sin\alpha\cot\beta\ldots\ldots(10)$$

Bezeichnet Θ die geocentrische Länge der Sonne und R deren Entfernung von der Erde, so sind offenbar in völliger Allgemeinheit

Digitized by Google

$$R\cos\Theta, \quad R\sin\Theta$$

die Coordinaten der Sonne im Systeme der $x_,$, $y_,$, $z_,$, wobei sich von selbst versteht, dafs die dritte Coordinate der Null gleich gesetzt wird. Also hat man nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten zwischen den Coordinaten eines und desselben Punktes in den Systemen der x, y, z und $x_,$, $y_,$, $z_,$ die folgenden Gleichungen

$$(11)\ldots\ldots x_, = R\cos\Theta + x, \quad y_, = R\sin\Theta + y, \quad z_, = z$$

oder

$$(12)\ldots\ldots x = x_, - R\cos\Theta, \quad y = y_, - R\sin\Theta, \quad z = z_,$$

und die Gleichungen der von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen geraden Linie in dem Systeme der x, y, z sind also nach dem Vorhergehenden

$$(13)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} x + R\cos\Theta = z\cos\alpha\cot\beta \\ y + R\sin\Theta = z\sin\alpha\cot\beta \end{cases}$$

oder

$$(14)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} x = z\cos\alpha\cot\beta - R\cos\Theta \\ y = z\sin\alpha\cot\beta - R\sin\Theta, \end{cases}$$

aus denen auch

$$(15)\ldots\ldots\ldots\ldots\cot\alpha = \frac{x + R\cos\Theta}{y + R\sin\Theta},$$

oder, wie man nach leichter Rechnung findet,

$$(16)\ldots\ldots\ldots x\sin\alpha - y\cos\alpha = R\sin(\Theta - \alpha)$$

folgt. Auch ergiebt sich aus den beiden Gleichungen (13) leicht

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha + R\cos(\Theta - \alpha) = z\cot\beta, \ldots\ldots(17)$$

so dafs man also die beiden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} x\sin\alpha - y\cos\alpha - R\sin(\Theta - \alpha) &= 0 \\ x\cos\alpha + y\sin\alpha + R\cos(\Theta - \alpha) &= z\cot\beta \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(18)$$

hat. Endlich ergiebt sich auch sogleich die Gleichung

$$tang(\Theta - \alpha) = -\frac{x\sin\alpha - y\cos\alpha}{x\cos\alpha + y\sin\alpha - z\cot\beta}\ldots\ldots(19)$$

Bezeichnet man die Coordinaten des Cometen in dem Systeme der x, y, z durch X, Y, Z; so hat man, weil sich der Cometenort als der Durchschnittspunkt der von dem Mittelpunkte der Erde nach dem Cometen gezogenen graden Linie mit der Ebene der Cometenbahn betrachten läfst, nach (14) und (9) zur Bestimmung von X, Y, Z die drey folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} X &= Z\cos\alpha\cot\beta - R\cos\Theta, \\ Y &= Z\sin\alpha\cot\beta - R\sin\Theta, \\ X\sin\varphi - Y\cos\varphi + Z\cot i &= 0. \end{aligned}$$

Führt man aber die Werthe von X und Y aus den beiden ersten Gleichungen in die dritte Gleichung ein, so erhält man nach leichter Rechnung

$$Z = \frac{R\sin(\Theta - \varphi)}{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}.$$

Also ist ferner

$$X = R\frac{\{\cos\alpha\sin(\Theta - \varphi) - \cos\Theta\sin(\alpha - \varphi)\}\cot\beta + \cos\Theta\cot i}{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i},$$

$$Y = R\frac{\{\sin\alpha\sin(\Theta - \varphi) - \sin\Theta\sin(\alpha - \varphi)\}\cot\beta + \sin\varphi\cot i}{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}.$$

Aber, wie man leicht findet,

$$\begin{aligned} \cos\alpha\sin(\Theta - \varphi) - \cos\Theta\sin(\alpha - \varphi) &= \sin(\Theta - \alpha)\cos\varphi \\ \sin\alpha\sin(\Theta - \varphi) - \sin\Theta\sin(\alpha - \varphi) &= \sin(\Theta - \alpha)\sin\varphi; \end{aligned}$$

und wir haben also für die Coordinaten X, Y, Z des Cometen die folgenden Ausdrücke:

$$(20)\ldots\ldots\begin{cases} X = R\dfrac{\sin(\Theta - \alpha)\cot\beta\cos\varphi + \cos\Theta\cot i}{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i} \\ Y = R\dfrac{\sin(\Theta - \alpha)\cot\beta\sin\varphi + \sin\Theta\cot i}{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i} \\ Z = R\dfrac{\sin(\Theta - \varphi)}{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}. \end{cases}$$

Die Entfernung des Cometen von der Sonne oder der sogenannte Radius Vector desselben sey r, so ist nach den Principien der analytischen Geometrie

$$(21)\ldots\ldots\ldots\ldots r = \sqrt{(X^2 + Y^2 + Z^2}.$$

Uebrigens wird man sich bei der Berechnung der Coordinaten X, Y, Z und des Radius Vectors r am besten auf folgende Art verhalten. Nach dem Obigen ist, wie man leicht findet,

$$Z = -R\frac{\sin i\sin(\Theta - \varphi)}{\cos i - \sin i\cot\beta\sin(\alpha - \varphi)}\ldots\ldots(22)$$

und folglich, wenn man den Hülfswinkel mittelst der Formel

$$\cot\omega = \cot\beta\sin(\alpha - \varphi)\ldots\ldots\ldots(23)$$

berechnet,

$$Z = R\frac{\sin i\sin\omega\sin(\Theta - \varphi)}{\sin(i - \omega)}\ldots\ldots\ldots\ldots(24)$$

Hat man aber Z auf diese Weise gefunden, so ergeben sich X und Y leicht mittelst der Formeln

$$\left.\begin{aligned} X &= Z\cos\alpha\cot\beta - R\cos\Theta \\ Y &= Z\sin\alpha\cot\beta - R\sin\Theta \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(25)$$

Die heliocentrische Länge des Cometen sey L, so ist offenbar in völliger Allgemeinheit

$$tang\, L = \frac{Y}{X}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(26)$$

und L kann also aus X und Y immer leicht gefunden werden. Ist nun ferner B die heliocentrische Breite des Cometen, so ist offenbar in völliger Allgemeinheit

$$tang\, B = \frac{Z}{\sqrt{(X^2 + Y^2)}}\ldots\ldots\ldots\ldots(27)$$

Digitized by Google

Es ist aber, wie sogleich erhellet,

$$(28)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} X = \cos L \sqrt{(X^2+Y^2)} \\ Y = \sin L \sqrt{(X^2+Y^2)}, \end{cases}$$

und folglich nach (27)

$$(29)\ldots\ldots\ldots tang\, B = \frac{Z}{X}\cos L = \frac{Z}{Y}\sin L.$$

Weil nun offenbar in völliger Allgemeinheit

$$Z = r \sin B$$

ist, so ist

$$(30)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots r = \frac{Z}{\sin B},$$

mittelst welcher Formel r ganz leicht berechnet werden kann, wenn man nach dem Vorhergehenden nur erst B gefunden hat.

Noch wollen wir bemerken, dafs die Formel (26) für sich es unbestimmt läfst, ob L zwischen 0 und 180° oder zwischen 180° und 360° zu nehmen ist. Aus den Formeln (28) ergiebt sich aber sogleich, dafs man jederzeit das Erste oder das Zweite thun mufs, jenachdem Y positiv oder negativ ist.

Endlich wollen wir auch noch kurz zeigen, wie man die partiellen Differentialquotienten und die vollständigen Differentiale von X, Y, Z und r in Bezug auf i und φ als veränderliche Gröfsen berechnen kann, wenn wir auch in dieser Abhandlung von denselben im Folgenden keinen weitern Gebrauch machen werden.

Weil nach dem Obigen

$$\{\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i\}\, Z = R \sin(\Theta-\varphi)$$

ist, so ist

$$\{\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i\}\left(\frac{dZ}{di}\right) + \frac{Z}{\sin i^2} = 0,$$

und folglich

$$(31)\ldots\ldots\left(\frac{dZ}{di}\right) = -\frac{Z}{\sin i^2\{\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i\}},$$

oder, weil

$$\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i = \frac{R}{Z}\sin(\Theta-\varphi)$$

ist,

$$(32)\ldots\ldots\ldots\left(\frac{dZ}{di}\right) = -\frac{Z^2}{R \sin i^2 \sin(\Theta-\varphi)}.$$

Auch ist

$$(33)\ldots\left(\frac{dZ}{di}\right) = -\frac{R\sin(\Theta-\varphi)}{\{\cos i - \sin i \cot\beta \sin(\alpha-\varphi)\}^2},$$

und folglich nach (23)

$$(34)\ldots\ldots\left(\frac{dZ}{di}\right) = -\frac{R \sin\omega^2 \sin(\Theta-\varphi)}{\sin(i-\omega)^2}.$$

Nach (25) ist aber

$$(35)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} \left(\frac{dX}{di}\right) = \cos\alpha \cot\beta \left(\frac{dZ}{di}\right) \\ \left(\frac{dY}{di}\right) = \sin\alpha \cot\beta \left(\frac{dZ}{di}\right). \end{cases}$$

Ferner ist nach dem Obigen

$$\{\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i\}\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right) - Z\cot\beta\cos(\alpha-\varphi) = -R\cos(\Theta-\varphi).$$

und folglich

$$\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right) = -\frac{R\cos(\Theta-\varphi) - Z\cot\beta\cos(\alpha-\varphi)}{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi) - \cot i},$$

also, weil

$$\cot\beta \sin(\alpha-\varphi) - \cot i = \frac{R}{Z}\sin(\Theta-\varphi)$$

ist,

$$\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right) = -Z\cot(\Theta-\varphi) + \frac{Z^2\cot\beta\cos(\alpha-\varphi)}{R\sin(\Theta-\varphi)}\ldots(36)$$

Nach (25) ist aber

$$(37)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} \left(\frac{dX}{d\varphi}\right) = \cos\alpha\cot\beta\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right) \\ \left(\frac{dY}{d\varphi}\right) = \sin\alpha\cot\beta\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right) \end{cases}$$

Aus der Gleichung

$$r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$

ergiebt sich auf der Stelle

$$(38)\ldots\ldots\begin{cases} \left(\frac{dr}{di}\right) = \frac{X}{r}\left(\frac{dX}{di}\right) + \frac{Y}{r}\left(\frac{dY}{di}\right) + \frac{Z}{r}\left(\frac{dZ}{di}\right) \\ \left(\frac{dr}{d\varphi}\right) = \frac{X}{r}\left(\frac{dX}{d\varphi}\right) + \frac{Y}{r}\left(\frac{dY}{d\varphi}\right) + \frac{Z}{r}\left(\frac{dZ}{d\varphi}\right) \end{cases}$$

Aus den partiellen Differentialquotienten von X, Y, Z und r in Bezug auf i und φ als veränderliche Gröfse findet man leicht die vollständigen Differentiale von X, Y, Z und r in in Bezug auf dieselben veränderlichen Gröfsen, weil bekanntlich

$$(39)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} dX = \left(\frac{dX}{di}\right)di + \left(\frac{dX}{d\varphi}\right)d\varphi \\ dY = \left(\frac{dY}{di}\right)di + \left(\frac{dY}{d\varphi}\right)d\varphi \\ dZ = \left(\frac{dZ}{di}\right)di + \left(\frac{dZ}{d\varphi}\right)d\varphi \end{cases}$$

und

$$dr = \left(\frac{dr}{di}\right)di + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)d\varphi\ldots\ldots\ldots(40)$$

ist.

§. 5.

Wir wollen jetzt annehmen, dafs K, K_1, K_2 drei beobachtete Oerter eines Cometen in seiner Bahn, und KK_1, KK_2, K_1K_2 die dieselben verbindenden Sehnen sind; die Sonne sey S, und $t'-t$ und $t''-t'$ seyen die Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten, und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung. Wenn nun K, K_1, K_2 sehr nahe bei einander liegen, so dafs statt der zwischen K, K_1, und K_1, K_2 liegenden Bogen der Cometenbahn ohne merklichen Fehler die entsprechenden Sehnen KK_1 und K_1K_2, oder vielmehr statt

Digitized by Google

der Sectoren SKK_1 und SK_1K_2 ohne merklichen Fehler die eben so bezeichneten geradlinigen Dreiecke gesetzt werden können, so liefert das zweite *Kepler*'sche Gesetz die Proportion

$$\Delta SKK_1 : \Delta SK_1K_2 = t' - t : t'' - t'.$$

Bezeichnet aber H den Punkt, in welchem der nach dem mittlern Cometenorte K_1 gezogene Radius Vector SK_1 die Sehne KK_2 zwischen dem ersten und dritten Cometenorte schneidet, so ist nach einem bekannten geometrischen Satze

$$\Delta SKH : \Delta SK_2H = KH : K_2H,$$
$$\Delta KHK_1 : \Delta K_1HK_2 = KH : K_2H;$$

folglich

$$\Delta SKH : \Delta KK_2H = \Delta KHK_1 : \Delta K_1HK_2;$$

also nach einem bekannten Satze von den Proportionen

$$\Delta SKH + \Delta KHK_1 : \Delta SK_2H + \Delta K_1HK_2 = \Delta SKH : \Delta SK_2H$$

und folglich nach dem Obigen

$$\Delta SKK_1 : \Delta SK_1K_2 = KH : K_2H;$$

also nach dem Obigen

$$KH : K_2H = t' - t : t'' - t';$$

d. h. die den ersten und dritten Cometenort mit einander verbindende Sehne der Cometenbahn wird von dem nach dem mittlern oder zweiten Cometenorte gezogenen Radius Vector im Verhältnifs der Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung geschnitten, ein Resultat, welches wir nun auf einen analytischen Ausdruck bringen wollen.

§. 6.

Wenn die Coordinaten der drei Cometenorte in dem Systeme der x, y, z durch X, Y, Z; X', Y', Z'; X'', Y'', Z'' bezeichnet werden; so sind die Gleichungen der Sehne zwischen dem ersten und dritten Cometenorte

$$\left.\begin{aligned} x - X &= \frac{X - X''}{Z - Z''}(z - Z) \\ y - Y &= \frac{Y - Y''}{Z - Z''}(z - Z). \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (41)$$

Die Gleichung des nach dem mittlern oder zweiten Cometenorte gezogenen Radius Vector sind

$$x = \frac{X'}{Z'}z, \quad y = \frac{Y'}{Z'}z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (42)$$

Bezeichnen wir nun die Coordinaten des Durchschnittspunkts dieser beiden Linien durch x, y, z; so haben wir zwischen diesen drei Gröfsen die vier vorstehenden Gleichungen (41) und (42). Aus der ersten und dritten, und aus der zweiten und vierten folgt

$$\left(\frac{X'}{Z'} - \frac{X - X''}{Z - Z''}\right)z = X - \frac{X - X''}{Z - Z''}Z$$
$$\left(\frac{Y'}{Z'} - \frac{Y - Y''}{Z - Z''}\right)z = Y - \frac{Y - Y''}{Z - Z''}Z;$$

also

$$\left.\begin{aligned} z &= Z'\frac{X(Z - Z'') - Z(X - X'')}{X'(Z - Z'') - Z'(X - X'')} \\ z &= Z'\frac{Y(Z - Z'') - Z(Y - Y'')}{Y'(Z - Z'') - Z'(Y - Y'')} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (43)$$

oder

$$\left.\begin{aligned} z &= Z'\frac{XZ'' - X''Z}{XZ' - X'Z + (X'Z'' - X''Z')} \\ z &= Z'\frac{YZ'' - Y''Z}{YZ' - Y'Z + (Y'Z'' - Y''Z')} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (44)$$

und folglich

$$\frac{X(Z - Z'') - Z(X - X'')}{X'(Z - Z'') - Z'(X - X'')} = \frac{Y(Z - Z'') - Z(Y - Y'')}{Y'(Z - Z'') - Z'(Y - Y'')} \quad \ldots\ldots\ldots (45)$$

oder

$$\frac{XZ'' - X''Z}{XZ' - X'Z + (X'Z'' - X''Z')} = \frac{YZ'' - Y''Z}{YZ' - Y'Z + (Y'Z'' - Y''Z')} \quad \ldots\ldots\ldots (46)$$

welcher Gleichung man auch die Form

$$(X - X'')(YZ' - Y'Z) + (Y - Y'')(X'Z - XZ') + (Z - Z'')(XY' - X'Y) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (47)$$

oder eine der drei folgenden Formen:

$$\left.\begin{aligned} X(Y'Z'' - Y''Z') + X'(Y''Z - YZ'') + X''(YZ' - Y'Z) &= 0 \\ Y(Z'X'' - Z''X') + Y'(Z''X - ZX'') + Y''(ZX' - Z'X) &= 0 \\ Z(X'Y'' - X''Y') + Z'(X''Y - XY'') + Z''(XY' - X'Y) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (48)$$

geben kann.

Aus (42) und (43) oder (44) ergiebt sich nun ohne alle Schwierigkeit

$$\left.\begin{aligned} x &= X'\frac{X(Z - Z'') - Z'(X - X'')}{X'(Z - Z'') - Z'(X - X'')} \\ y &= Y'\frac{X(Z - Z'') - Z(X - X'')}{X'(Z - Z'') - Z'(X - X'')} \\ z &= Z'\frac{X(Z - Z'') - Z(X - X'')}{X'(Z - Z'') - Z'(X - X'')} \end{aligned}\right\} \quad (49) \ldots\ldots\ldots$$

oder

$$\left.\begin{aligned} x &= X'\frac{Y(Z - Z'') - Z(Y - Y'')}{Y'(Z - Z'') - Z'(Y - Y'')} \\ y &= Y'\frac{Y(Z - Z'') - Z(Y - Y'')}{Y'(Z - Z'') - Z'(Y - Y'')} \\ z &= Z'\frac{Y(Z - Z'') - Z(Y - Y'')}{Y'(Z - Z'') - Z'(Y - Y'')} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (50)$$

Digitized by Google

oder

$$(51)\ldots\ldots\begin{cases} x = X'\dfrac{XZ''-X''Z}{XZ'-X'Z+(X'Z''-X''Z')} \\ y = Y'\dfrac{XZ''-X''Z}{XZ'-X'Z+(X'Z''-X''Z')} \\ z = Z'\dfrac{XZ''-X''Z}{XZ'-X'Z-(X'Z''-X''Z')} \end{cases}$$

oder

$$(52)\ldots\ldots\begin{cases} x = X'\dfrac{YZ''-Y''Z}{YZ'-Y'Z+(Y'Z''-Y''Z')} \\ y = Y'\dfrac{YZ''-Y''Z}{YZ'-Y'Z+(Y'Z''-Y''Z')} \\ z = Z'\dfrac{YZ''-Y''Z}{YZ'-Y'Z+(Y'Z''-Y''Z')} \end{cases}$$

Das Quadrat der Entfernung des ersten Cometenorts von dem Durchschnittspunkte des mittlern Radius Vectors mit der den ersten und dritten Cometenort verbindenden Sehne ist

$$\left\{X-X'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')}\right\}^2 + \left\{Y-Y'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')}\right\}^2 + \left\{Z-Z'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')}\right\}^2$$

Est ist aber

$$X-X'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')} = -\frac{(X-X'')(XZ'-X'Z)}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')},$$

$$Z-Z'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')} = -\frac{(Z-Z'')(XZ'-X'Z)}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')}$$

und

$$Y-Y'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')} = -\frac{(X-X'')(YZ'-Y'Z)+(Z-Z'')(XY'-X'Y)}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')},$$

d. i. nach (47)

$$Y-Y'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')} = -\frac{(Y-Y'')(XZ'-X'Z)}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')}.$$

Folglich ist offenbar

$$(XZ'-X'Z)^2\frac{(X-X'')^2+(Y-Y'')^2+(Z-Z'')^2}{\{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')\}^2}.$$

Das Quadrat der Entfernung des dritten Cometenorts von dem Durchschnittspunkte des mittlern Radius Vectors mit der den ersten und dritten Cometenort verbindenden Sehne ist auf ganz ähnliche Art

$$\left\{X''-X'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')}\right\}^2 + \left\{Y''-Y'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')}\right\}^2 + \left\{Z''-Z'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')}\right\}^2.$$

Es ist aber

$$X''-X'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')} = \frac{(X-X'')(X'Z''-X''Z')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')},$$

$$Z''-Z'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')} = \frac{(Z-Z'')(X'Z''-X''Z')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')}$$

und, wie man leicht findet,

$$Y''-Y'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')} = \frac{Y'(Z''X-ZX'')+Y''(ZX'-Z'X)-Y''(X'Z''-X''Z')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')},$$

d. i. nach (48)

$$Y''-Y'\frac{X(Z-Z'')-Z(X-X'')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')} = \frac{(Y-Y'')(X'Z''-X''Z')}{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')}.$$

Folglich ist offenbar

$$(X'Z''-X''Z')^2\frac{(X-X'')^2+(Y-Y'')^2+(Z-Z'')^2}{\{X'(Z-Z'')-Z'(X-X'')\}^2}$$

das Quadrat der in Rede stehenden Entfernung.

Weil nun nach §. 5 die den ersten und dritten Cometenort mit einander verbindende Sehne von dem mittlern Radius Vector im Verhältnifs der Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung geschnitten wird; so ist nach dem Vorhergehenden offenbar

$$(XZ'-X'Z)^2:(X'Z''-X''Z')^2 = (t'-t)^2:(t''-t')^2$$

oder

$$\left(\frac{XZ'-X'Z}{X'Z''-X''Z'}\right)^2 = \left(\frac{t'-t}{t''-t'}\right)^2,$$

und folglich

$$\frac{XZ'-X'Z}{X'Z''-X''Z'} = \pm\frac{t'-t}{t''-t'}\ldots\ldots\ldots(53)$$

wo sich nun noch frägt, welches Zeichen man zu nehmen hat.

Digitized by Google

Eine ganz allgemeine Bestimmung hierüber läfst sich nicht geben, wovon man sich leicht durch Betrachtung einiger speciellen Fälle überzeugen kann. Wenn aber die drei Cometenorte in einer geraden Linie liegen und

$$x = Az + B$$

die Gleichung der Projection dieser geraden Linie auf der Ebene der xz ist; so haben wir die drei Gleichungen

$$\begin{aligned} X &= AZ + B, \\ X' &= AZ' + B, \\ X'' &= AZ'' + B; \end{aligned}$$

aus denen sich leicht

$$\begin{aligned} XZ' - X'Z &= B(Z' - Z), \\ X'Z'' - X''Z' &= B(Z'' - Z'), \end{aligned}$$

und folglich

$$\frac{XZ' - X'Z}{X'Z'' - X''Z} = \frac{Z' - Z}{Z'' - Z'}$$

ergiebt. Weil nun unter der gemachten Voraussetzung mit Beziehung der obern und untern Zeichen auf einander offenbar

$$Z \lessgtr Z' \lessgtr Z'',$$

und folglich

$$Z' - Z \gtrless 0, \quad Z'' - Z' \gtrless 0$$

ist, so ist der Bruch

$$\frac{Z' - Z}{Z'' - Z'},$$

also nach dem Obigen auch der Bruch

$$\frac{XZ' - X'Z}{X'Z'' - X''Z'},$$

positiv. Wenn nun auch die drei Cometenorte nicht völlig genau in einer geraden Linie liegen, so ist dies doch nach der Voraussetzung näherungsweise und zwar mit einem grofsen Grade der Annäherung der Fall, woraus sich ergiebt, dafs auch in unserm obigen Falle der Bruch

$$\frac{XZ' - X'Z}{X'Z'' - X''Z}$$

positiv ist, und folglich in der Gleichung (53) das obere Zeichen genommen, also

$$(54) \ldots\ldots \frac{XZ' - X'Z}{X'Z'' - X''Z} = \frac{t' - t}{t'' - t'}$$

gesetzt werden mufs.

Aus der ersten der Gleichungen (48) ergiebt sich leicht

$$\begin{aligned} &XY'Z'' - X'YZ'' + X''YZ' \\ &= XY''Z' - X'Y''Z + X''Y'Z, \end{aligned}$$

also, wenn man auf beiden Seiten mit X' multiplicirt und dann die Gröfse $XX''Y'Z'$ subtrahirt, wie man nach leichter Rechnung findet,

$$\begin{aligned} &(XY' - X'Y)(X'Z'' - X''Z') \\ &= (X'Y'' - X''Y')(XZ' - X'Z) \end{aligned}$$

oder

$$\frac{XY' - X'Y}{X'Y'' - X''Y'} = \frac{XZ' - X'Z}{X'Z'' - X''Z'}.$$

Auf ganz ähnliche Art kann man zeigen, dafs

$$\frac{YZ' - Y'Z}{Y'Z'' - Y''Z'} = \frac{XZ' - X'Z}{X'Z'' - X''Z'}$$

ist, und nach (54) ist folglich

$$\frac{XY' - X'Y}{X'Y'' - X''Y'} = \frac{YZ' - Y'Z}{Y'Z'' - X''Z'} = \frac{ZX' - Z'X}{ZX'' - Z''X'} = \frac{t' - t}{t'' - t'} \ldots (55)$$

Bezeichnen wir nun die drey geocentrischen Längen und Breiten des Cometen durch α, α', α'' und β, β', β'', die entsprechenden geocentrischen Längen der Sonne durch Θ, Θ', Θ'', und die entsprechenden Vectoren der Erde durch R, R', R''; so ist nach (20)

$$\begin{aligned} X &= R\frac{\sin(\Theta - \alpha)\cot\beta\cos\varphi + \cos\Theta\cot i}{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}, \\ X' &= R'\frac{\sin(\Theta' - \alpha')\cot\beta'\cos\varphi + \cos\Theta'\cot i}{\cot\beta'\sin(\alpha' - \varphi) - \cot i}, \\ X'' &= R''\frac{\cot(\Theta'' - \alpha'')\cot\beta''\cos\varphi + \cos\Theta''\cot i}{\cot\beta''\sin(\alpha'' - \varphi) - \cot i}, \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} Z &= R\frac{\sin(\Theta - \varphi)}{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}, \\ Z' &= R'\frac{\sin(\Theta' - \varphi)}{\cot\beta'\sin(\alpha' - \varphi) - \cot i}, \\ Z'' &= R''\frac{\sin(\Theta'' - \varphi)}{\cot\beta''\sin(\alpha'' - \varphi) - \cot i}, \end{aligned}$$

Führt man diese Werthe in die Proportion

$$XZ' - X'Z : X'Z'' - X''Z' = t' - t : t'' - t'$$

ein, und hebt auf, was sich aufheben läfst; so erhält man, wenn der Kürze wegen

$$\frac{t' - t}{R} = \mu, \quad \frac{t'' - t}{R''} = \mu' \ldots\ldots\ldots\ldots (56)$$

gesetzt wird, nach einigen leichten Verwandlungen

$$(57) \ldots\ldots \frac{[\sin(\Theta - \alpha)\cot\beta\sin(\Theta' - \varphi) - \sin(\Theta' - \alpha')\cot\beta'\sin(\Theta - \varphi)]\cos\varphi + [\cos\Theta\sin(\Theta' - \varphi) - \cos\Theta'\sin(\Theta - \varphi)]\cot i}{[\sin(\Theta' - \alpha')\cot\beta'\sin(\Theta'' - \varphi) - \sin(\Theta'' - \alpha'')\cot\beta''\sin(\Theta' - \varphi)]\cos\varphi + [\cos\Theta'\sin(\Theta'' - \varphi) - \cos\Theta''\sin(\Theta' - \varphi)]\cot i} : \frac{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}{\cot\beta''\sin(\alpha'' - \varphi) - \cot i} = \mu : \mu',$$

Weil aber, wie leicht erhellet,

$$\begin{aligned} \cos\Theta\sin(\Theta' - \varphi) - \cos\Theta'\sin(\Theta - \varphi) &= -\sin(\Theta - \Theta')\cos\varphi, \\ \cos\Theta'\sin(\Theta'' - \varphi) - \cos\Theta''\sin(\Theta' - \varphi) &= -\sin(\Theta' - \Theta'')\cos\varphi \end{aligned}$$

ist; so geht die obige Proportion in folgende über:

$$(58) \ldots \frac{\sin(\Theta - \alpha)\cot\beta\sin(\Theta' - \varphi) - \sin(\Theta' - \alpha')\cot\beta'\sin(\Theta - \varphi) - \sin(\Theta - \Theta')\cot i}{\sin(\Theta' - \alpha')\cot\beta'\sin(\Theta'' - \varphi) - \sin(\Theta'' - \alpha'')\cot\beta''\sin(\Theta' - \varphi) - \sin(\Theta' - \Theta'')\cot i} : \frac{\cot\beta\sin(\alpha - \varphi) - \cot i}{\cot\beta''\sin(\alpha'' - \varphi) - \cot i} = \mu : \mu',$$

und führt nun ferner leicht zu der folgenden Gleichung, welche in Bezug auf $\cot i$ als unbekannte Gröfse vom zweiten Grade ist:

$$\begin{aligned} (59) \ldots 0 = &\{\mu\sin(\Theta' - \Theta'') - \mu'\sin(\Theta - \Theta')\}\cot i^2 \\ &- \{\mu[\cot\beta'\sin(\Theta' - \Theta'')\sin(\alpha - \varphi) + \cot\beta'\sin(\Theta' - \alpha')\sin(\Theta'' - \varphi) - \cot\beta''\sin(\Theta'' - \alpha')\sin(\Theta' - \varphi)]\} \\ &\{-\mu'[\cos\beta''\sin(\Theta - \Theta')\sin(\alpha'' - \varphi) + \cot\beta\sin(\Theta - \alpha)\sin(\Theta' - \varphi) - \cot\beta'\sin(\Theta' - \alpha')\sin(\Theta - \varphi)]\}\cot i \\ &+ \mu\cot\beta\sin(\alpha - \varphi)\{\cot\beta'\sin(\Theta' - \alpha')\sin(\Theta'' - \varphi) - \cot\beta''\sin(\Theta'' - \alpha'')\sin(\Theta' - \varphi)\} \\ &- \mu'\cot\beta''\sin(\alpha'' - \varphi)\{\cot\beta\sin(\Theta - \alpha)\sin(\Theta' - \varphi) - \cot\beta'\sin(\Theta' - \alpha')\sin(\Theta - \varphi)\}. \end{aligned}$$

(Die Fortsetzung folgt.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 449.

Avant-propos.

En vous communiquant la notice ci-jointe que j'ai présentée, il y a quelque tems, à l'Académie au nom de mon fils, et à laquelle je vous prie de bien vouloir accorder une place dans votre journal, je profite de l'occasion pour dire quelques mots sur notre grande lunette. Vous avez publié sur cet instrument quelques détails dans le Nr. 411 des Astron. Nachr., mais rien ne s'y trouve de la perfection et de la force de l'instrument dans le sens purement optique, et je le crois un devoir envers l'artiste distingué, Mr. *Merz* de Munic, d'en parler ici.

L'efficacité d'un objectif bien centré dépend du diamètre, du poli des surfaces et de leur forme parfaite, en produisant la clarté et la précision de l'image. L'ouverture libre de notre objectif est de 14 pouces de France = 14,93 d'Angleterre sur un foyer de 22 pieds Anglais. Avec cette ouverture la quantité de lumière ramassée doit être à cette dans la lunette de Dorpat, dont l'objectif a 9 pouces de France, comme $14^2 : 9^2 = 3{,}16 : 1$. Aussi l'effet de cette superiorité énorme est tel, que les objects les plus difficiles à distinguer dans la lunette de Dorpat deviennent ici facilement visibles. C'est ainsi que la sixième étoile du trapèze de l'Orion se voit ici facilement et que la mesure micrométrique entre cette étoile et les autres voisines dans le trapèze se fait sans difficulté dans le champ éclairé de la lunette, quand l'état de l'atmosphère favorise, condition essentielle pour l'élevation de 25° au dessus de l'horizon.

Quant à l'achromatisme et à la netteté des images je suis persuadé que la lunette de Poulkova possède un objectif des plus parfaits, qui ayent jamais été produits. Les étoiles doubles les plus difficiles à resoudre dans la lunette de Dorpat se présentent ici séparées en deux, pour ainsi dire, au premier coup d'oeil, et le travail dont la notice suivante de mon fils donne un rapport, en contient une preuve éclatante, en donnant un enrichement énorme des étoiles doubles dans le premier ordre des distances par la recherche exécutée avec cet instrument. Jusqu'ici l'instrument a été employé principalement à la révision indiquée de l'hémisphère boréal et à la continuation des mesures micrométriques des étoiles doubles, pour les systèmes les plus intéressants. Ces mesures doivent être étendues à présent encore à toutes les étoiles doubles récemment découvertes ici, travail qui exigera un tems considérable. Mais la révision une fois achevée, nous y aurons le loisir nécessaire et sans doute nous trouverons aussi l'occasion d'étendre l'usage de cette lunette puissante à d'autres recherches intéressantes sur la voûte céleste, nommement aux nébuleuses et aux satellites de Saturne et d'Uranus. Mais pour les derniers il faudra attendre jusqu'à ce que ces planètes seront assez élevées au dessus de l'horizon, pour que la lunette puisse agir de toute sa force.

Dans votre visite à Poulkova vous avez pu juger vous même de la facilité remarquable dans le mouvement de cet instrument colossal. A présent j'éprouve une satisfaction particulière de pouvoir constater par l'expérience de plus de deux ans la solidité de l'emplacement de l'instrument et la perfection de l'action mécanique, dans la construction de Mr. *Mahler*, sous tous les points de vue. La direction de l'axe horaire n'a pas été corrigée depuis l'emplacement primitif de l'instrument en Août 1839, et l'axe coincide encore à présent avec le pôle céleste à une petite fraction de la minute. C'est un grand avantage du pilier en granit sur le pied en bois de *Fraunhofer*, et en conséquence l'instrument se prête d'une manière très satisfaisante à l'usage parallatique c. a. d. à la détermination des différences en ascension droite et en déclinaison par l'usage des cercles divisés. Dès le commencement j'avois quelques doutes que le bout arrondi inférieur de l'axe horaire, quoique en acier trempé et poli, ne s'usat avec le temps par le poids énorme qui y repose. Pour y obvier j'avais entouré ce bout d'une boîte remplie d'huile et fermée de manière que la poussière fût entièrement exclue. L'examen que j'ai fait nouvellement sur ce point a parfaitement justifié cette précaution. Le bout de l'axe après l'usage de plus de deux ans s'est trouvé parfaitement poli et seulement un peu bruni. Cet examen se fit à une occasion particulière. Il y a deux mois, que j'ai été forcé de démonter l'instrument, parceque la friction de l'axe de déclinaison dans son grand canon avoit augmenté considérablement pendant le froid de l'hiver. L'instrument avait été employé auparavant pour la révision du ciel boréal le plus souvent dans une position, où le poids de l'instrument pressait l'axe conique de déclinaison

Digitized by Google

contre les parois intérieures du canon. Avec cela et par la contraction plus grande du canon en cuivre par rapport à celle de l'axe en acier, le frottement augmenta à faire presque cesser le mouvement. J'ai remédié à cet inconvenient d'une manière très simple, en plaçant un anneau mince d'acier entre le bord saillant supérieur de l'axe et la surface du canon supérieure et perpendiculaire à l'xe. Cet anneau ne permet plus à l'axe de s'enfoncer à force dans son canon, et produit un petit jeu utile. Depuis, le mouvement de l'instrument sur l'axe de déclinaison va de nouveau à merveille, et même plus facilement que dès le commencement. J'en tire la conclusion qu'il est essentiel dans un instrument de ces dimensions colossales, d'éviter, où cela se peut, l'hétérogénité des metaux. Un canon en fer sur l'axe en acier auroit sans doute empêché l'accroissement de la friction en hiver, dans ce qui dépend de la contraction des métaux et non pas de la viscosité augmentée dans l'huile.

Je remarque encore que l'opération de démonter et de remonter l'instrument auroit été impraticable au mois de Janvier à cause du froid, s'il n'y avait pas eu moyen d'élever la température dans la tour mobile, où se trouve la grande lunette, au dessus de zéro par de l'air échauffé introduit à l'aide de canaux qui se trouvent dans le mur et qui communiquent à un poele dans le souterrain.

Poulkova ce $\frac{2}{0}$ Mars 1842.

W. Struve.

Notice sur une révision de l'hémisphère céleste boréal, par rapport aux étoiles fixes jusqu'à la septième grandeur, et aux étoiles doubles exécutée à l'aide de la grande lunette de l'observatoire central de Poulkova,

Par *M. O. Struve*,

Lu le 10 Décembre 1841 à l'Académie Impériale des Sciences à. St. Petersbourg.

La grande lunette parallatique de Munich, dont l'objectif a une ouverture de quatorze pouces de France, a été employée, pendant les derniers quatre mois, à un examen de l'hémisphère céleste boréal. Le but principal de notre travail est la détermination approximative de toutes les étoiles jusqu'à la septième grandeur inclusivement, pour en former un catalogue, qui servira de base aux travaux ultérieurs à faire, par le cercle méridien, pour la détermination exacte des positions des mêmes étoiles. En même tems, ce travail fini nous fournira des matériaux plus précis que l'on n'en avait jusqu'à présent, pour en déduire des conséquences, concernant la distribution des étoiles sur la voûte céleste et la forme de notre voie lactée. Outre cela, il y avait lieu d'espérer que la force optique plus grande de notre lunette, en comparaison de celle de Dorpat, pût augmenter encore considérablement le nombre des étoiles doubles connues; principalement des plus resserrées dans les premiers ordres des distances apparentes.

Pour atteindre à ce triple but le plus tôt possible, il fallait la coopération de plusieurs observateurs: d'un pour diriger l'instrument sur les étoiles, d'un autre qui lisait l'angle horaire, d'un troisième qui lisait la déclinaison et d'un quatrième pour marquer le tems et pour écrire les régistres d'après la dictée des autres. Celui qui était occupé à diriger l'instrument, ce qui se faisait à l'aide du tube chercheur, appliqué à la grande lunette, devait en même tems regarder l'étoile dans la grande lunette, pour décider si elle était composée ou non. L'examen du ciel se fit par zônes de déclinaison d'une certaine étendue. L'expérience nous apprit bientôt qu'on pouvait mouvoir l'instrument en déclinaison par une zône de quatre degrés sans risquer d'omettre quelque étoile, même dans les régions du ciel les plus riches en étoiles. L'observateur, occupé à lire les déclinaisons, prit en même tems soin qu'on ne dépassât pas de trop les limites proposées de chaque zône. La lunette étant dirigée, le tems fut noté au moment que l'étoile se trouva au milieu du champ de la grande lunette. Après cela se faisaient les lectures de cercles, nommément du cercle horaire par Mr. *Schweizer*, et du cercle de déclinaison par mon digne confrère Mr. *G. Fuss*. Notre secrétaire pour ce travail, Mr. *Henop*, répétait toujours à haute voix les nombres dictés pour éviter des fautes d'ouïe. Enfin j'indiquais encore la grandeur taxée de l'étoile observée, et dans le cas où elle était double, les deux grandeurs et la distance approximative. De cette manière, il était possible d'absoudre toutes les opérations nécessaires pour une étoile en moins d'une demi minute de tems, point essentiel pour l'avancement rapide du travail.

Durant le premier mois de notre révision, mon père lui-même se chargea de la direction de la lunette. Plus tard son tems étant occupé par les observations à l'instrument de passage dans le premier vertical, il me chargea de sa fonction auprès de la grande lunette. Ce remplacement pouvait se faire sans risquer une inconséquence dans le travail, une comparaison continuée des grandeurs taxées par nous deux n'ayant pas donné la moindre différence dans nos estimations des grandeurs des étoiles.

La réduction des positions observées des étoiles et la formation du catalogue d'après les ascensions droites, fut exécutée le plus tôt possible après les observations faites. Ce catalogue contient les positions des étoiles réduites au com

Digitized by Google

mencement de l'an 1840. La réduction qui dépend de la correction du pendule, de l'erreur de l'index aux deux cercles, de la déviation dans le pôle de l'instrument par rapport au pôle céleste ainsi que de l'effet de la précession et des autres élémens qui changent les positions des étoiles, se faisait simplement en comparant les positions observées des étoiles connues avec leurs positions, données dans le catalogue de la société astronomique de Londres, corrigées de l'effet de la précession pour dix ans. De cette manière une correction moyenne fut ajoutée à toutes les positions observées dans une zône pendant la même nuit, à l'exception des zônes qui se trouvent le plus près du pôle, dans lesquelles différentes corrections correspondantes aux angles horaires et aux déclinaisons furent introduites. Cette méthode de réduire les observations, quoiqu'elle ne soit pas parfaitement exacte, était sans doute suffisante pour notre but, vu que notre catalogue ne devait donner les places des étoiles qu'approximativement, et que les observations sont sujettes à des erreurs beaucoup plus grandes que celles produites par cette méthode de reduction. Néanmoins je crois que les positions de notre catalogue ne sont point sujettes à des erreurs dont la valeur moyenne surpasse deux secondes en tems pour les ascensions droites des étoiles qui se trouvent dans l'équateur, et une demi minute pour les déclinaisons.

L'espace du ciel, que nous avons perlustré de cette manière jusqu'à présent, comprend 0,3176 de l'hémisphère boréal. Le nombre de toutes les étoiles déterminées sur cet espace monte à 6992. De ce nombre il faut soustraire quelques étoiles qui sont observées deux fois, parce qu'elles se trouvaient aux limites des zônes. Le nombre en est 690, donc il nous reste dans l'espace indiqué 6302 étoiles différentes. Dans ce nombre il y en a 1056, qui son visible à l'oeil nu, dont les plus faibles sont des étoiles de la 6ème grandeur, 553 entre la sixième et la septième grandeur, 3666 de la septième et enfin 1027 entre la septième et la huitième grandeur. Le nombre des étoiles de la grandeur 6 à 7 est beaucoup moindre qu'il ne fallait d'après la probabilité, en comparant le nombre des étoiles de la 7ème grandeur. Cela provient de ce que nous nous sommes efforcés d'attribuer aux étoiles des grandeurs en nombres entiers et ce n'est que dans le cas d'incertitude que nous avons admis une grandeur intermédiaire. En partageant le nombre de ces étoiles de grandeur douteuse (6 à 7), dans la proportion de 1 à 3, entre les étoiles de la 6ème et celles de la 7ème grandeur, nous aurons 1194 étoiles jusqu'à la 6ème grandeur inclusivement et

4081 étoiles de la 7ème grandeur.

Les étoiles taxées de la grandeur (7 à 8) ne sont entrées qu'accidentellement et seront rejetées de notre catalogue. La plupart d'entre elles ont été observées quand le ciel n'était pas tout à fait clair, pour éviter de négliger quelque étoile de la 7ème grandeur.

Nous avons donc, sur la partie revue du ciel, le nombre de 5275 étoiles jusqu'à la 7ème grandeur inclusivement. Supposant que la distribution des étoiles est la même sur l'espace qu'il reste encore à perlustrer, nous aurons sur l'hémisphère boréal en tout environ 16600 étoiles, dont environ 12800 appartiennent à la septième grandeur et 3800 aux classes plus brillantes. A ce qu'il paraît, nous avons trop avancé les limites des étoiles de la septième grandeur, si peut-être ce surplus des étoiles de la septième grandeur n'est pas provenu de ce que nous avons examiné jusqu'à présent principalement les parties du ciel qui approchent de la voie lactée. Néanmoins il est certain que l'atlas de *Harding* est loin d'être complet par rapport aux étoiles de la septième grandeur, dont il ne contient sur l'hémisphère boréal que 4763, tandis qu'il s'en trouve 3378 des grandeurs supérieures.

La récolte de notre travail en étoiles doubles a justifié toutes nos attentes. Le grossissement employé à notre lunette a été de 412 fois. Ce grossissement est beaucoup plus fort que celui que mon père a employé pour la recherche des étoiles doubles à la lunette de Dorpat et qui n'était que de 198 fois. Dans l'espace examiné du ciel nous avons trouvé 551 étoiles doubles. De ce nombre 349 se trouvent dans le catalogue de Dorpat, 202 sont nouvellement découvertes. Une comparaison de ces étoiles doubles nouvellement découvertes avec les anciennes, nous apprend que cet accroissement doit être attribué uniquement à la force optique supérieure de notre lunette sur celle de Dorpat et au grossissement plus fort que nous avons employé. Cette comparaison se présente dans la table suivante:

Distances.	0″ à 1″	1″ à 2″	2″ à 4″	4″ à 8″	8″ à 16″	16″ à 32″
Étoiles doubles du catalogue de Dorpat.....	24	43	67	68	86	64
Étoiles doubles nouvellement découvertes.....	59	19	32	17	44	32

On voit que le plus grand nombre de nos nouvelles étoiles doubles se trouve dans le premier ordre. Cependant parmi les 59 étoiles du premier ordre il y en a 19, qui ne sont que soupçonnées doubles, parce que les conditions de l'atmosphère, moins favorables principalement dans les mois d'Octobre et de Novembre, ne permettaient pas d'en décider définitivement. Il y a pourtant probabilité que la plupart en sont effectivement doubles, ce qui se décidera dans des circonstances atmosphé-

Digitized by Google

riques plus favorables, de manière que nous avons dans cette classe au moins 50 nouvelles étoiles sur 24 qui se trouvent dans le catalogue de Dorpat, ce qui prouve que par la force extraordinaire de notre lunette, le nombre des étoiles doubles les plus resserrées est plus que triplé. L'accroissement des nombres des autres ordres n'est pas si considérable. Il présente pour la plupart des systèmes dans lesquels des satellites extrêmement faibles, en grande partie invisibles à Dorpat, se trouvent joints à des étoiles plus brillantes.

Je mentionne encore comme les plus intéressantes de nos étoiles doubles nouvellement découvertes, λ du Cygne composée de deux étoiles de la 6ème grandeur dans la distance de 0″8, χ de l'Aigle, composée d'une étoile de 6ème et d'une autre de la (6.7)ème grandeur à peu près à la même distance, η du Dragon, étoile de la grandeur (2.3) dont le satellite de la grandeur (7.8) se trouve à la distance de trois secondes.

Parmi les étoiles doubles du catalogue de Dorpat, il y en a deux, qui dans notre instrument ont subi une nouvelle séparation, c'est à dire que l'étoile une double à Dorpat s'est présentée ici, à Poulkova, triple, savoir les numéros 1607 et 1690. De toutes les étoiles contenues dans l'ancien catalogue, qui entrent dans notre recherche, il n'y en a qu'une seule δ du Cygne (étoile de la grandeur 3, qui a un satellite de la grandeur 8 à la distance de 1″8) qui ne soit pas reconnue dans notre recherche comme double, apparemment par des circonstances atmosphériques défavorables, si peut-être le satellite n'est pas de lumière variable, ce qui a déjà été soupçonné par mon père dans les Mensurae micrometricae p. 297.

Nous espérons finir notre travail dans le courant de l'année 1842.

(Tiré du *Bulletin scientifique publié par l'Académie Imp. des Sciences de St. Pétersbourg, T. X. No. 3.*)

Mondculminationen in Altona 1842.

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Mai	16 o	9h 6′ 33″15	+14° 33′ 13″8	59′ 10″3	16′ 7″5	66″64
	u	9 34 23,69	11 45 46,1	59 14,1	16 8,5	65,95
	17 o	10 1 40,96	8 48 15,7	59 16,6	16 9,2	65,38
	u	10 28 32,34	5 43 26,9	59 17,8	16 9,5	64,96
	18 o	10 55 6,29	+ 2 34 0,8	59 17,6	16 9,4	64,69
	u	11 21 31,73	— 0 37 22,8	59 15,9	16 9,0	64,60
	19 o	11 47 57,69	3 48 4,9	59 12,8	16 8,1	64,68
	u	12 14 32,95	6 55 26,3	59 7,7	16 6,7	64,92
	20 o	12 41 25,66	9 56 46,8	59 0,7	16 4,8	65,30
	u	13 8 42,91	12 49 24,2	58 52,0	16 2,5	65,81
	21 o	13 36 30,28	15 30 37,2	58 41,2	15 59,5	66,38
	u	14 4 51,28	17 57 45,5	58 28,5	15 56,1	67,01
	22 o	14 33 46,96	20 8 17,3	58 14,0	15 52,1	67,60
	u	15 3 15,27	21 59 52,7	57 58,0	15 47,8	68,15
	23 o	15 33 11,06	23 30 32,4	57 40,8	15 43,1	68,56
	u	16 3 25,90	24 38 43,6	57 22,4	15 38,1	68,81
	24 o	16 33 48,83	25 23 28,1	57 3,2	15 32,8	68,84
	25 u	17 4 7 24	25 44 25,8	56 43,4	15 27,4	68,64
	o	17 34 8,05	25 41 56,5	56 23,8	15 22,1	68,22
	26 u	18 3 39,07	25 16 54,6	56 4,3	15 16,8	67,59
	o	18 32 30,14	24 30 46,1	55 45,4	15 11,7	66,80
	27 u	19 0 33,86	23 25 18,2	55 27,8	15 6,8	65,88
	o	19 27 45,93	22 2 29,8	55 11,3	15 2,4	64,91
	28 u	19 54 4,91	20 24 25,4	54 56,7	14 58,3	63,90
	o	20 19 32,05	18 33 6,5	54 43,6	14 54,8	62,92
	29 u	20 44 10,72	16 30 29,3	54 32,5	14 51,8	62,01
	o	21 8 5,89	14 18 20,4	54 24,0	14 49,4	61,19
	30 u	21 31 23,68	11 58 17,5	54 17,9	14 47,8	60,50
	o	21 54 11,03	9 31 48,2	54 14,4	14 46,8	59,95
	31 u	22 16 35,41	7 0 12,6	54 13,4	14 46,6	59,55
	o	22 38 44,62	4 24 44,1	54 15,3	14 47,0	59,31
Juni	1 u	23 0 46,76	— 1 46 32,7	54 20,0	14 48,4	59,26
	o	23 22 50,09	+ 0 53 13,0	54 27,2	14 50,3	59,36

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Juni	1 o	23h 22′ 50″09	+ 0° 53′ 13″0	54′ 27″2	14′ 50″3	59″36
	2 u	23 45 2,98	3 33 23,7	54 37,0	14 53,0	59,65
	o	0 7 34,01	6 12 45,7	54 49,5	14 56,4	60,11
	3 u	0 30 31 66	8 49 58,5	55 4,3	15 0,4	60,75
	o	0 54 4,51	11 23 31,9	55 21,2	15 5,0	61,55
	4 u	1 18 20,82	13 51 43,0	55 40,1	15 10,2	62,50
	o	1 43 28,36	16 12 35,2	56 0,3	15 15,7	63,57
	5 u	2 9 33,87	18 23 56,0	56 21,8	15 21,6	64,75
	o	2 36 42,61	20 23 16,8	56 44,0	15 27,6	65,97
	6 u	3 4 57,45	22 7 57,0	57 6,6	15 33,7	67,20
	o	3 34 18,16	23 35 7,4	57 29,2	15 39,9	68,37
	7 u	4 4 40,58	24 42 1,0	57 51,1	15 45,8	69,40
	o	4 35 56,21	25 26 2,8	58 11,8	15 51,5	70,24
	8 u	5 7 52,35	25 45 5,2	58 31,1	15 56,7	70,81
	9 o	5 40 12,95	25 37 41,1	58 48,5	16 1,5	71,10
	u	6 12 40,08	25 3 15,7	59 3,4	16 5,6	71,06
	10 o	6 44 56,06	24 2 9,8	59 16,1	16 9,0	70,73
	u	7 16 45,23	22 35 39,1	59 25,8	16 11,6	70,16
	11 o	7 47 55,63	20 45 46,2	59 32,7	16 13,5	69,41
	u	8 18 19,74	18 35 8,3	59 36,8	16 14,7	68,56
	12 o	8 47 54,43	16 6 44,8	59 38,5	16 15,1	67,66
	u	9 16 40,54	13 23 44,2	59 37,7	16 14,9	66,81
	13 o	9 44 42,09	10 29 17,9	59 34,7	16 14,1	66,04
	u	10 12 5,55	7 26 31,4	59 29,7	16 12,7	65,40
	14 o	10 38 58,83	4 18 22,5	59 23,2	16 11,0	64,92
	u	11 5 30,82	+ 1 7 40,1	59 15,2	16 8,8	64,60
	15 o	11 31 50,85	— 2 2 55,6	59 6,0	16 6,3	64,46
	u	11 58 8,24	5 10 50,9	58 55,8	16 3,5	64,50
	16 o	12 24 31,94	8 13 37,0	58 44,6	16 0,5	64,70
	u	12 51 10,21	11 8 49,1	58 32,8	15 57,2	65,04
	17 o	13 18 10,19	13 54 4,5	58 20,1	15 53,7	65,50
	u	13 45 37,54	16 27 2,3	58 6,7	15 50,1	66,04
	18 o	14 13 35,99	18 45 26,1	57 52,9	15 46,4	66,63
	u	14 42 6,83	—20 47 5,1	57 38,4	15 42,5	67,21

Digitized by Google

	Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Juni 18 u	14h 42′ 6″83	−20° 47′ 5″1	57′ 38″4	15′ 42″5	67″21
19 o	15 11 8,62	22 29 59,1	57 23,3	15 38,3	67,71
u	15 40 36,79	23 52 24,3	57 7,7	15 34,1	68,10
20 o	16 10 23,87	24 52 59,5	56 51,9	15 29,7	68,32
u	16 40 19,87	25 30 52,6	56 36,0	15 25,4	68,36
21 o	17 10 13,15	25 45 44,3	56 19,7	15 20,9	68,17
u	17 39 51,51	25 37 51,0	56 3,7	15 16,6	67,78
22 o	18 9 3,28	25 8 1,6	55 47,9	15 12,3	67,18
23 u	18 37 38,55	24 17 34,8	55 32,5	15 8,1	66,42
o	19 5 29,93	23 8 9,9	55 18,0	15 4,2	65,55
24 u	19 32 32,63	21 41 42,9	55 4,2	15 0,4	64,60
o	19 58 44,85	20 0 14,1	54 51,8	14 57,0	63,64
25 u	20 24 7,18	18 5 45,8	54 40,4	14 53,9	62,69
o	20 48 42,39	16 0 15,5	54 30,4	14 51,2	61,81
26 u	21 12 34,86	13 45 33,7	54 22,4	14 49,0	61,02
o	21 35 50,20	−11 23 21,5	54 16,0	14 47,3	60,34

	Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Juni 26 o	21h 35′ 50″20	−11° 23′ 21″5	54′ 16′0	14′ 47″3	60″34
27 u	21 58 34,92	8 55 11,8	54 11,6	14 46,1	59,80
o	22 20 56,07	6 22 28,6	54 9,5	14 45,5	59,40
28 u	22 43 1,14	3 46 30,1	54 9,8	14 45,6	59,17
o	23 4 57,99	− 1 8 27,8	54 12,3	14 46,2	59,09
29 u	23 26 54,59	+ 1 30 28,1	54 17,5	14 47,7	59,20
o	23 48 59,21	4 9 8,9	54 25,4	14 49,8	59,48
30 u	0 11 20,21	6 46 22,8	54 35,8	14 52,6	59,93
o	0 34 6,08	9 20 54,1	54 48,9	14 56,2	60,55
Juli 1 u	0 57 25,37	11 51 18,9	55 4,6	15 0,5	61,34
o	1 21 26,60	14 16 3,3	55 22,8	15 5,5	62,29
2 u	1 46 17,78	16 33 19,1	55 43,3	15 11,0	63,36
o	2 12 6,23	18 41 4,0	56 5,9	15 17,2	64,55
3 u	2 38 57,96	20 37 0,3	56 30,4	15 23,9	65,81
o	3 6 56,98	22 18 34,9	56 56,1	15 30,9	67,08
4 u	3 36 4,44	23 43 3,9	57 22,9	15 38,2	68,32
o	4 6 17,76	+24 47 39,8	57 49,9	15 45,6	69,44

		Culmination.			Grade Aufsteigung.			Abweichung.			Parallaxe.	
1842.		Log a	Log b	Log c	Log a′	Log b′	Log c′	Log a″	Log b″	Log c″	Log a‴	Log b‴
Mai	16	2,592233	0,02405n	8,0135	2,575578	9,97437n	7,9245	3,334240n	1,28537n	9,4870	9,98618	8,4256n
	17	2,574832	9,84264n	8,2204	2,558817	9,79209n	8,1404	3,385808n	1,04380n	9,4912	9,62583	8,5048n
	18	2,565417	9,35844n	8,2728	2,549736	9,30301n	8,2035	3,407702n	0,47224n	9,4818	9,34592n	8,5718n
	19	2,565691	9,39882	8,2481	2,550002	9,35539	8,1784	3,404534n	0,70296	9,4851	9,95191n	8,6297n
	20	2,575078	9,82017	8,1256	2,559049	9,77031	8,0566	3,375684n	1,11957	9,4837	0,23558n	8,5718n
	21	2,590804	9,95737	7,6974	2,574199	9,90783	7,6183	3,315318n	1,32604	9,4594	0,41932n	8,7044n
	22	2,608197	9,94507	7,8690n	2,590926	9,89285	7,7909n	3,209717n	1,45125	9,3841	0,53025n	8,6017n
	23	2,621465	9,71266	8,3110n	2,603679	9,66022	8,2688n	3,025991n	1,52398	9,1320	0,59737n	8,4670n
	24	2,625268	9,07928n	8,4347n	2,607322	9,03366n	8,3627n	2,641245n	1,54765	7,6675n	0,63832n	8,2707n
	25	2,616838	9,90455n	8,3727n	2,599228	9,85195n	8,3074n	2,270059	1,52520	9,1234n	0,63851n	7,4256
	26	2,597098	0,10570n	8,0835n	2,580252	0,05590n	8,0169n	2,874932	1,45995	9,2959n	0,60893n	8,4670
	27	2,570135	0,15481n	4,7133n	2,554283	0,10777n	5,5214	3,084828	1,36094	9,3494n	0,53950n	8,6561
	28	2,541243	0,11464n	7,9479	2,526398	0,07038n	7,8618	3,197024	1,23398	9,3045n	0,43200n	8,6809
	29	2,515389	0,00146n	8,1354	2,501395	9,95828n	8,0399	3,263340	1,08047	9,2348n	0,21371n	8,7874
	30	2,496324	9,78973n	8,1999	2,482917	9,74827n	8,1352	3,303186	0,89357	9,1746n	9,70043n	8,8236
	31	2,486506	9,27804n	8,2295	2,473389	9,24851n	8,1897	3,325514	0,61413	9,1169n	9,87542	8,8728
Juni	1	2,487287	9,40755	8,2448	2,474146	9,36727	8,1980	3,334092	9,80016	9,1245n	0,27746	8,7874
	2	2,498985	9,85305	8,2477	2,485499	9,81274	8,1794	3,329268	0,52556n	9,2160n	0,49198	8,8236
	3	2,520833	0,06649	8,2241	2,506663	0,02401	8,1578	3,307976	0,91872n	9,3186n	0,61090	8,8058
	4	2,550767	0,19210	8,1057	2,535603	0,14607	8,0113	3,262637	1,16148n	9,4212n	0,66944	8,5396
	5	2,585028	0,24991	7,4951	2,568642	0,20014	7,2922	3,177316	1,34426n	9,4794n	0,70028	8,1246
	6	2,618003	0,22089	8,1144n	2,600347	0,16792	8,0629n	3,014229	1,48083n	9,4518n	0,69914	7,4256n
	7	2,642886	0,03856	8,4817n	2,624204	9,98141	8,3964n	2,626986	1,56751n	9,2966n	0,65014	8,4670n
	9	2,653859	9,24158	8,5777n	2,634717	9,18551	8,5045n	2,443529n	1,60110n	7,9363n	0,55988	8,6809n
	10	2,648928	9,86129n	8,4650n	2,629995	9,80661n	8,3865n	2,993471n	1,57510n	9,2464	0,39504	8,8570n
	11	2,631250	0,09695n	8,0368n	2,613053	0,04393n	7,9446n	3,206310n	1,48999n	9,4870	0,08240	8,8570n
	12	2,607547	0,11682n	7,7337	2,590298	0,06550n	7,6706	3,319201n	1,34112n	9,5417	8,98604	8,7874n
	13	2,584960	0,01018n	8,1832	2,568577	9,96289n	8,1169	3,379409n	1,10168n	9,5308	9,95525n	8,7267n
	14	2,568935	9,75699n	8,2808	2,553134	9,71219n	8,2071	3,405367n	0,59466n	9,4972	0,20985n	8,5718n
	15	2,562396	8,84464n	8,2801	2,546831	8,81155n	8,2071	3,405128n	0,60290	9,4614	0,33809n	8,4670n
	16	2,565829	9,59414	8,2075	2,550132	9,54600	8,1497	3,380776n	1,05686	9,4420	0,40890n	8,2707n
	17	2,577467	9,86781	7,9980	2,561360	9,81638	7,9262	3,329321n	1,26762	9,4134	0,46584n	8,3287n
	18	2,593595	9,94149	5,3154	2,576893	9,89058	6,3384n	3,241167n	1,39905	9,3708	0,49558n	8,0277n
	19	2,609040	9,85321	8,1004n	2,591741	9,80341	8,0592n	3,093483n	1,48488	9,2255	0,53751n	8,2038n
	20	2,618188	9,38513	8,3592n	2,600525	9,32178	8,2885n	2,818164n	1,52789	8,8001	0,55056n	7,9027n
	21	2,616847	9,60294n	8,4026n	2,599241	9,55095n	8,3455n	1,655190n	1,52914	8,8245n	0,56714n	8,1246n
	22	2,603810	9,99279n	8,2577n	2,586714	9,94135n	8,2017n	2,731851	1,48776	9,2264n	0,54388n	7,4256

Digitized by Google

1842.		Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
Juni	23	2,581364	0,11758*n*	7,8299*n*	2,565109	0,06944*n*	7,7885*n*	3,019977	1,40666	9,3309*n*	0,49955*n*	8,2038
	24	2,554001	0,12758*n*	7,5652	2,538720	0,08235*n*	7,4945	3,162062	1,29298	9,3455*n*	0,42648*n*	8,3799
	25	2,526780	0,05985*n*	8,0217	2,512415	0,01824*n*	7,9446	3,243552	1,14545	9,2855*n*	0,30362*n*	8,6809
	26	2,504047	9,91465*n*	8,1503	2,490401	9,87148*n*	8,0801	3,291656	0,96011	9,2107*n*	0,07999*n*	8,6809
	27	2,488964	9,63510*n*	8,2027	2,475770	9,59835*n*	8,1628	3,318542	0,69546	9,1363*n*	9,28777*n*	8,8058
	28	2,483564	7,86734*n*	8,2251	2,470539	7,78470*n*	8,1628	3,330131	0,12212	9,0860*n*	9,94036	8,8236
	29	2,488826	9,64205	8,2412	2,475633	9,60113	8,2008	3,328557	0,35059*n*	9,1352*n*	0,30967	8,7874
	30	2,504757	9,95201	8,2501	2,491093	9,91017	8,1832	3,312865	0,80370*n*	9,2203*n*	0,50831	8,8058
Juli	1	2,530329	0,12706	8,2055	2,515848	0,08228	8,1320	3,278393	1,05962*n*	9,3343*n*	0,63532	8,7478
	2	2,562962	0,23044	8,0318	2,547379	0,18430	7,8831	3,214295	1,25355*n*	9,4050*n*	0,72384	8,7267
	3	2,598357	0,26528	7,0122*n*	2,581466	0,21335	7,1124*n*	3,096554	1,40880*n*	9,4703*n*	0,76929	8,5048

Th. Clausen.

Ueber die täglichen Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansteen*,
Director der Sternwarte in Christiania. (Hiebei zwei Steindrücke.)

Seit dem 1sten April 1837 wurde der Barometer- und Thermometerstand ununterbrochen zu vier verschiedenen Tageszeiten in der hiesigen Sternwarte notirt, nemlich um 9 Uhr Vormittags, und um 2, 4 und 10 Uhr Nachmittags, vom Anfang März 1838 an ist diesen Zeiten noch eine Beobachtung um 7 Uhr Vormittags hinzugefügt worden. Die Wahl dieser Tagesstunden ist durch die allgemeine Annahme veranlafst, dafs das Maximum der Barometerhöhe ungefähr um 9 Uhr Vormittags, und das Minimum ungefähr um 4 Uhr Nachmittags eintrifft, wohingegen die höchste Temperatur im Allgemeinen um 2 Uhr Nachmittags Statt findet. Diese in Mittl. Zeit angegebenen Beobachtungsstunden werden in Christiania durchgehends mit einer Genauigkeit von ein Paar Minuten gehalten. Die Höhe der Quecksilber-Oberfläche im offenen Schenkel der Röhre ist 76½ Norweg. Fufs über der Meeresfläche, den Fufs zu 139,08 Paris. Linien gerechnet. Im Jahre 1837 sind die Beobachtungen an einem Gefäfsbarometer von *Fortin* mit metrischer Theilung gemacht, und seit dem 1sten Januar 1838 an einem Heberbarometer von *Pistor* und *Schieck* in Berlin, welches letztere mit Microscopen und einer Theilung in Pariser Linien versehen war. Vermittelst eines dazu gehörigen Etalons von 28 Pariser Zoll kann die Entfernung zwischen den optischen Axen der Microscope berichtigt werden, wenn der Nonius des beweglichen Microscops auf $28^z\ 0^l$ gestellt wird. Zu den Reductionen auf den Gefrierpunkt sind die in *Schumachers* Astron. Jahrbuch mitgetheilten Tabellen benutzt worden. Aus zwanzig Vergleichungen, die bei sehr verschiedenem Barometerstande gemacht waren, ergab sich, wenn P das Pistorsche, F das Fortinsche Barometer bezeichnet, und wenn man die Angaben des letztern in Pariser Linien verwandelt:

$$P = F - 0^l011.$$

Diese kleine Correction ist an den Beobachtungen mit dem Barometer F im Jahre 1837 angebracht, nachdem die metrischen Ablesungen in Pariser Linien verwandelt worden sind:

Januar.

	2h	4h	10h	19h	21h
	l	l	l	l	l
1838	341,837	348,857	341,977	341,—	341,952
1839	329,914	329,990	330,256	329,935	330,069
1840	331,505	331,438	331,375	331,403	331,620
1841	334,771	334,859	334,900	334,896	334,665
Mittel	334,507	334,536	334,627	334,370	334,577

Februar.

	2h	4h	10h	19h	21h
1838	334,642	334,512	334,945	334,—	334,906
1839	333,274	333,374	333,932	333,414	333,401
1840	338,516	338,438	338,607	338,541	338,684
1841	337 621	337,536	337,686	337,864	337,908
Mittel	336,013	335,965	336,292	336,167	336,225

März.

	2h	4h	10h	19h	21h
1838	335,418	335,343	335,551	335,429	335,458
1839	337,011	336,988	337,349	337,531	337,555
1840	337,372	337,257	337,479	337,692	337,722
1841	335,140	335,056	335,503	335,330	335,338
Mittel	336,235	336,160	336,470	336,496	336,578

April.

		2h	4h	10h	19h	21h
1837		336,893	336,768	336,869	337,—	337,129
1838		332,561	332,509	332,769	332,727	332,754
1839		338,563	338,374	338,616	338,816	338,837
1840		336,686	336,494	336,743	336,808	336,895
1841		335,140	335,480	335,590	335,692	335,723
Mittel	a	336,176	336,036	336,249	336,359	336,404
	b	336,065	335,925	336,117	336,226	336,268

Digitized by Google

Mai.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
	L	L	L	L	L
1837	334,936	334,844	334,988	335,—	335,173
1838	336,501	336,363	336,787	337,030	336,952
1839	335,970	335,831	336,075	336 260	336,288
1840	334,656	334,536	334,742	334,980	335,020
1841	335,418	335,238	335,408	335,609	335,610
Mittel a	335,516	335 394	335,648	335,864	335,861
Mittel b	335,496	335,362	335,600	335,811	335,808

Juni.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	335,371	335,240	335,431	335,—	335,625
1838	334,703	334,571	334,845	334,915	334,899
1839	334,211	334,132	334,355	334,571	334,535
1840	333,294	333,177	333,393	333,667	333,667
1841	334,163	334,038	334,232	334,352	334,350
Mittel a	334,395	334,280	334,506	334,699	334,682
Mittel b	334,348	334,232	334,451	334,629	334,615

Juli.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	334,819	334,708	334,987	335,—	335,163
1838	333,664	333,540	333,796	333,967	333,988
1839	334,816	334,684	334,795	335,083	335,087
1840	332,537	332,493	332,571	332,692	332,138
Mittel	333,959	333,856	334,037	334,205	334,229

August.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	335,678	335,461	335,696	335,—	335,938
1838	332,243	332,161	332,335	332,427	332,512
1839	334,666	334,532	334,730	334,797	334,821
1840	335,360	335,278	335,345	335,497	335,522
Mittel	334,487	334,358	334,577	334,653	334,698

September.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	335,976	335,850	336,042	336,—	336,227
1838	336,584	336,509	336,739	336,640	336,731
1839	333,703	333,590	333,823	333,845	333,939
1840	333 298	333,246	333,403	335,380	333,413
Mittel	334,890	334,799	335,002	335,025	335,019

October.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	334,335	334,241	334,153	334,—	334,671
1838	333,342	333,211	333,082	333,266	333,435
1839	339,554	339,502	339,731	339,591	339,735
1840	335,248	335,221	335,487	335,314	335,411
Mittel	335,620	335,544	335,613	335,676	335,813

November.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
1837	332,304	332,319	332,446	332,—	332,196
1838	332,927	332,897	332,994	332,955	333,121
1839	336,582	336,578	336,670	336,553	336,717
1840	333,352	333,399	333,403	333,295	333,390
Mittel	333,791	333,798	333,878	333,715	333,856

December.

	2^h	4^h	10^h	19^h	21^h
	L	L	L	L	L
1837	336,715	336,777	336,952	336,—	336,673
1838	336,157	336,079	336,205	336,047	336,196
1839	337,272	337,289	337,425	337,217	337,379
1840	339,430	339,385	339,356	339,425	339,570
Mittel	337,394	337,383	337,485	337,303	337,455

Im April, Mai und Juni bezeichnet a das Minimum der vier ersten, b aber das von allen fünf Jahren. Das erste ist allein bei den folgenden Berechnungen angewandt worden.

Will man diese Barometerstände durch die periodische Reihe ausdrücken:

$$\beta = \mu + \alpha_1 \sin(a+t) + \alpha_2 \sin(a_2+2t) + \ldots + \alpha_n(an+nt) \ldots . (1)$$

worin β den veränderlichen Barometerstand, t den Stundenwinkel der Sonne, und μ, α_1, $\alpha_2 \ldots \alpha_n$; a_1, a_2, a_n Constanten bezeichnen, so sind zur Bestimmung dieser $2n+1$ Constanten wenigstens $2n+1$ tägliche Beobachtungen erforderlich. Bei fünf Beobachtungen wird demnach $n = 2$, und alle Glieder der Reihe, welche ein höheres Multiplum von t enthalten als das doppelte, müssen aufser Acht gelassen werden. Für die zwölf Monate des Jahrs wird man auf diese Weise folgende Constanten finden, welche sich genau den Beobachtungen anschliefsen:

Monat.	μ	α_1	α_2	a_1	a_2
	L	L	L		
Januar	333,4572	0,2440	0,1874	28° 56′	178° 10′
Februar	336,1444	0,0758	0,1122	237 27	149 44
März	336,3918	0,1409	0,0917	204 35	147 16
April	336,2535	0,1634	0,0896	181 38	115 3
Mai	335,6704	0,2274	0,0698	186 42	135 22
Juni	334,5328	0,2187	0,0564	190 20	116 12
Juli	334,0576	0,1608	0,0669	177 21	141 42
August	334,5627	0,1197	0,0777	180 23	131 13
September	334,9516	0,0739	0,0938	175 42	138 11
October	335,6050	0,1217	0,1211	92 59	166 3
November	333,7649	0,1489	0,1275	31 2	174 47
December	337,3641	0,1420	0,1288	30 54	167 2

In diesen Constanten zeigt sich ziemlich deutlich eine regelmäfsige jährliche Periode; α_1 scheint am gröfsten bei den beiden Solstizen zu seyn und am kleinsten zur Zeit der beiden Aequinoctien. α_2 ist am gröfsten beim Wintersolstiz und am kleinsten beim Sommersolstiz. Der Winkel a_1 liegt fast unveränderlich im Anfange des 4ten Quadranten, wenn die Sonne eine nördliche Declination hat und geht bei zunehmender südlicher Declination in den ersten Quadranten über; bei der Annäherung an das Frühlings-Aequinoctium aber fällt er plötzlich in den 3ten Quadranten. Der Winkel a_2 scheint beim Wintersolstiz am gröfsten, und beim Sommersolstiz am kleinsten zu seyn. Ich habe zuerst diese Constanten aus dem Mittel der ersten 5 Jahre berechnet und für 5 Monate aus dem Mittel

Digitized by Google

von 4 Jahren; sie sind in dem hieselbst erschienenen Magazin for Naturvidenskaberne 3t Bd., 1st Heft enthalten. Die Constanten aus den übrigen 7 Monaten des vierjährigen Mediums sind von Herrn Observator *E. Münster* berechnet. Durch die Hinzufügung der Beobachtungen des 4ten Jahres haben diese Constanten keine bedeutende Veränderung erlitten, so dafs sie ziemlich von zufälligen Anomalien befreit zu seyn scheinen.

Setzt man

$$\alpha_1 \cos(a_1+t) + 2\alpha_2 \cos(a_2+2t) = 0$$
$$\alpha_1 \sin(a_1+t) + \alpha_2 \sin(a_2+2t) = 0,$$

oder

$$(2)\ldots\ldots \frac{\alpha_1}{2\alpha_2} = -\frac{\cos(a_2+2t)}{\cos(a_1+t)}, \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = -\frac{\sin(a_2+2t)}{\sin(a_1+t)},$$

so giebt die erste Gleichung die Werthe von t, mit welchen β ein Maximum oder ein Minimum wird, die letzte giebt die Werthe, mit welchen β gleich dem Medium μ wird. Beide Gleichungen haben vier Wurzeln, wovon jedoch zwei imaginair werden, besonders wenn α_2 sehr klein in Verhältnifs zu α_1 ist.

Die Stunden, in welchen die Maxima und Minima eintreffen, sind in der folgenden Tabelle I enthalten und die Gröfse desselben in Tab. III. Sie sind nach der Ordnung numerirt, in welcher sie von Mittag an auf einander folgen, so dafs IV das Morgen-Maximum ist. Tab. II enthält die Stunden, in welchen das Medium eintrifft, und Tab. III zugleich die Gröfse der Variation in jedem Monate. Unter Variation am Tage ist der Unterschied zu verstehen zwischen dem Maximum II des Morgens und dem Minimum I des Nachmittags und unter totaler Variation der Unterschied zwischen dem höchsten Maximum und dem niedrigsten Minimum.

Tab. I.

Stunden, in welchen die Maxima und Minima eintreffen.

Monat.	Max. IV.	Minim. I	Max. II	Min. III
Januar	22h 24'5	2h 35,1	7h 56'6	15h 8'5
Februar	21 23,0	3 45,0	10 32,5	16 21,6
März	20 38,0	4 8,7	11 38,7	15 55,4
April	21 33,3	5 23,9	13 6,0	16 33,7
Mai	19 58,8	4 58,0		
Juni	19 0,7	5 13,0		
Juli	20 41,7	4 59,6		
August	21 23,7	6 0,0	t2 19,3	15 48,8
September	21 47,2	4 41,9	11 7,8	15 53,6
October	21 56,3	4 23,0	8 45,8	14 46,5
November	22 13,7	2 52,0	8 13,8	15 21,9
December	22 32,0	3 t4,4	8 24,9	15 32,5

Tab. II.

Stunden, in welchen das Medium eintrifft.

Monat.	Max. IV.	Minim. I	Max. II	Min. III
Januar			11h 15'8	19 43,4
Februar	23h 51'7	7h 18'6	14 28,2	18 24,7
März	23 51,9	8 35,1		
April	1 3,3	10 4,6		
Mai	0 15,5	10 26,8		
Juni	0 9,3	10 24,6		
Juli	0 39,8	10 32,0		
August	0 53,7	9 41,7		
September	1 4,9	8 43,7	t4 6,9	17 38,0
October	2 25,0	7 9,9	10 11,1	18 14,6
November			11 19,9	19 36,5
December			11 31,6	19 42,5

Tab. III.

Gröfse der Maxima und Minima, so wie der Variation.

Monat.	Max. IV.	Min. I.	Max. II.	Min. III.	Variation. am Tage.	Variation. Total.
	L	L	L	L	L	L
Januar	μ + 0,1641	μ — 0,0442	μ + 0,1852	μ — 0,4241	0,1199	0,7093
Februar	μ + 0,0825	μ — 0,1806	μ + 0,1520	μ — 0,0466	0,2631	0,3326
März	μ + 0,1278	μ — 0,2323	μ + 0,1094	μ + 0,0486	0,3601	0,3601
April	μ + 0,1534	μ — 0,2510	μ + 0,0983	μ + 0,0784	0,4045	0,4045
Mai	μ + 0,2009	μ — 0,2923			0,4932	0,4932
Juni	μ + 0,1662	μ — 0,2749			0,4411	0,4411
Juli	μ + 0,1724	μ — 0,2155			0,3879	0,3879
August	μ + 0,1369	μ — 0,1921	μ + 0,0599	μ + 0,0303	0,3290	0,3290
September	μ + 0,1340	μ — 0,1602	μ + 0,0649	μ — 0,0308	0,2942	0,2942
October	μ + 0,2063	μ — 0,0818	μ + 0,0092	μ — 0,2185	0,2881	0,4248
November	μ + 0,1205	μ — 0,0113	μ + 0,1764	μ — 0,2742	0,1092	0,4506
December	μ + 0,1299	μ — 0,0115	μ + 0,1661	μ — 0,2698	0,1184	0,4359

Aus Tab. I ersieht man, dafs das Morgen-Maximum IV, welches zur Zeit des Wintersolstiz bei 22½ Uhr liegt, bis zum Sommersolstiz nach und nach um 3½ Stunden bis zu 19 Uhr zurück weicht; ferner dafs das Nachmittags-Maximum I, welches im Anfange des Jahrs bei 2½ Uhr fällt, bis zum Sommersolstiz nach und nach 3 Stunden bis 5½ Uhr vorwärts rückt.

Digitized by Google

und hierauf gegen das Wintersolstiz eben so successiv zurückgeht. Hiedurch wird das Zeitintervall zwischen IV und I, welches im Anfange des Jahrs 4 Stunden war, zur Zeit des Sommersolstiz bis zu 10 Stunden vergrößert; ferner ist aus Tabelle I ersichtlich, daſs das Zeitintervall zwischen dem Nachmittags-Maximum II und dem Vormittags-Maximum IV, welches im Anfange des Jahrs 14 Stunden ist, sich zu 8½ Stunden verkleinert und in den drei folgenden Monaten beim Sommersolstiz ganz verschwindet, so daſs das nächtliche Minimum III wegfällt.

Aus Tabelle III ergiebt sich: daſs das Minimum I in den drei Monaten zunächst dem Wintersolstiz höher, in den übrigen 6 Monaten aber niedriger als das Medium ist, daſs dahingegen das Minimum III des Nachts in fünf Wintermonaten niedriger, und in drei Sommermonaten höher als das Medium ausfällt; ferner daſs die Variation am Tage, während die Sonne sich über dem Horizonte befindet, oder der Unterschied zwischen IV und I am größten im Mai und am kleinsten im November ist, so wie ebenfalls die tägliche Temperaturveränderung hier in Christiania im Mai am größten ist; endlich daſs die totale Variation, oder der Unterschied zwischen dem höchsten Maximum und dem niedrigsten Minimum im Januar zu der für so hohe Breiten merklichen Größe von 0ˡ·609 steigt und in keinem Monate unter ½ Par. Linie ist. Die Tabelle II zeigt, daſs das Medium viermal in 24 Stunden in den Monaten eintrifft in welchen beide Minima niedriger als das Medium sind, in allen andern aber nur zweimal; ferner daſs in den Monaten, wo die Sonne eine nördliche Declination hat, das eine Medium ziemlich nahe um Mittag, und das andere gegen 10 Uhr Nachmittags eintrifft; in den andern Monaten trifft das Medium zweimal nach Mitternacht, und in drei Monaten beim Aequinoctium noch zweimal während des Tages ein.

Der Herr Inspector *Lohrmann* in Dresden hat in den „Beiträgen zur Meteorologie Sachsens von 1828 bis 1837“ die Resultate aus 10jährigen Barometer- und Thermometer-Beobachtungen im mathematischen Salon zu Dresden gegeben. Da die Ablesungen sechsmal täglich während aller 12 Monate des Jahres gemacht worden sind, so können durch Hülfe dieser Beobachtungen die ersten drei Glieder der oben angeführten periodischen Reihe bestimmt werden, und es wird interessant seyn zu sehen, wie weit die vier Constanten α_1, α_2, a_1, a_2 für Dresden in den 12 Monaten von den entsprechenden Werthen für Christiania abweichen. Das Dresdner Barometer war nicht mit Microscopen versehen, sondern die Visirfläche wurde durch zwei Filamente bestimmt; der Nonius gab unmittelbar nur 0ˡ·05 an, wohingegen am *Pistor*schen Barometer 0ˡ·01 abzulesen sind, wovon mit einer starken Loupe noch die Hälfte zu erkennen ist. Indeſs wird die geringere Schärfe bei jeder einzelnen Beobachtung theils durch den längern Zeitraum von 10 Jahren ersetzt, und theils durch die regelmäſsigere Bewegung des Barometers auf dem Parallel von Dresden. Die folgenden Mittelwerthe weichen mitunter 0ˡ·01 oder etwas mehr von denen des Herrn Inspectors *Lohrmann* ab, welche am angeführten Orte pag. 32—38 gegeben sind, wo selbiger jedoch in den Mittelzahlen die Tausendtheile der Linie ausgelassen hat.

Mittlerer Barometerstand in Dresden in den Jahren 1828 bis 1837 bei 0° Temperatur.

Monat.	0ʰ	3ʰ	6ʰ	9ʰ	18ʰ	21ʰ
	ˡ	ˡ	ˡ	ˡ	ˡ	ˡ
Januar	333,874	333,790	333,885	333,987	333,737	333,959
Februar	333,512	333,304	333,451	333,556	333,458	333,564
März	332,753	332,550	332,591	332,762	332,656	332,802
April	331,982	331,785	331,768	331,989	331,959	332,079
Mai	333,028	332,807	332,748	332,987	333,035	333,137
Juni	332,991	332,779	332,674	332,920	333,037	333,087
Juli	332,998	332,801	332,696	332,929	333,037	333,092
August	332,791	332,593	332,506	332,745	332,830	332,904
September	333,110	332,921	332,944	333,157	333,068	333,215
October	334,125	333,908	334,000	334,123	334,027	334,224
November	333,289	333,184	333,293	333,372	333,154	333,357
December	333,593	333,501	333,574	333,602	333,428	333,671

Wenn man hieraus dieselben fünf Constanten bestimmen will, welche oben für Christiania gesucht worden sind, so müssen ihre wahrscheinlichsten Werthe nach der Methode der kleinsten Quadrate entwickelt werden, indem 6 Beobachtungen in 24 Stunden gegeben sind; wären täglich noch zwei Beobachtungen mehr gemacht, nemlich um 12ʰ und 15ʰ, so würden sie symmetrisch vertheilt seyn, und die Bestimmung der Constanten viel leichter werden. Gewöhnlich führt man in solchen Fällen für die fehlende Stunde willkührliche Werthe für die veränderliche Größe ein, und nachdem die Constanten gefunden und aus diesen die Werthe der Barometerhöhen für die interpolirten Stunden berechnet sind, setzt man diese für die willkührlich angenommenen Werthe ein, um daraus neue Constanten zu berechnen; dieses Verfahren wird so lange wiederholt, bis die Differenzen zwischen den interpolirten Werthen aus zwei aufeinander folgenden Operationen unbedeutend werden. Vergleicht man indeſs die Zeit, welche diese wiederholten Operationen erfordern mit der, welche zu einer directen Bestimmung nach der Methode der kleinsten Quadrate gebraucht wird, so zeigt es sich, daſs die indirecte Methode weitläuftiger ist. Sie hat anſserdem noch den Mangel, daſs man nicht recht weiſs, wann man aufhalten soll, und daſs man sich den wahrscheinlichsten Werthen der Constanten mit abnehmender Geschwindigkeit nähert, ohne sie auf diese Weise eigentlich je zu erreichen. Auf die Größe der Oscillationen hat dieser Mangel weniger Einfluſs, aber desto bedeutender auf die Zeiten, wo die Maxima und Minima eintreffen. Als Beispiel will

Digitized by Google

ich die Constanten für Juni anführen, welche durch vier successive Interpolationen und durch die Methode der kleinsten Quadrate gefunden worden sind:

	a_1	a	α_1	α_2
			t	t
I	182°33′	132°10′	0,1565	0,0931
II	184 18	128 32	0,1614	0,0879
III	185 59	127 1	0,1609	0,0930
IV	187 20	125 22	0,1621	0,0950
Meth. d. kleinst. Quadr.	199 55	106 5	0,1898	0,1079

Berechnet man die beiden Barometerhöhen für die Stunden 12 und 15 aus den wahrscheinlichsten Werthen der Constanten, die man nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt hat, und leitet aus diesen acht symmetrisch vertheilten Barometerhöhen, wovon doch nur sechs beobachtet sind, die wahrscheinlichsten Werthe der Constanten ab, so werden diese etwas verschieden von denjenigen wahrscheinlichsten Werthen ausfallen, welche aus den sechs wirklich beobachteten Barometerhöhen abgeleitet sind. Hat man also bei der Interpolation der fehlenden Beobachtungen eine glückliche Wahl getroffen, so kann es sich ereignen, dafs man sich bei dieser Verfahrungsart von der Wahrheit entfernt, anstatt sich derselben zu nähern. Sie verdient demnach kaum den Namen einer Approximations-Methode. Ein Theil der folgenden Resultate ist von Herrn Observator *Münster* berechnet.

Monat.	μ	α_1	α_2	a_1	a_2
	t	t	t		
Januar	333,8258	0,0933	0,1409	34°41′	176°39′
Februar	333,4573	0,0111	0,1198	154 1	171 7
März	332,6847	0,0342	0,1199	186 6	147 17
April	331,9466	0,0991	0,1135	199 21	136 30
Mai	333,9854	0,1460	0,1128	195 15	126 38
Juni	332,9664	0,1898	0,1079	199 55	106 5
Juli	332,9727	0,1736	0,1024	198 59	106 55
August	332,7729	0,1684	0,1060	200 6	116 0
September	333,0759	0,0640	0,1242	199°56′	148°21′
October	334,0326	0,0609	0,1477	104 41	170 40
November	333,2272	0,0923	0,1369	40 23	178 45
December	333,4931	0,1422	0,1396	58 17	185 3

Rücksichtlich der Veränderungen dieser Constanten im Laufe des Jahrs gelten dieselben Bemerkungen, welche über die Constanten von Christiania gemacht worden sind, weshalb sie hier nicht wiederholt zu werden brauchen.

I. Zeiten, wo die Maxima und Minima eintreffen.

	Max. IV	Min. I	Max. II	Min. III
Januar	21h45′3	2h59,9	8h30′0	15h11′7
Februar	21 15,7	3 14,6	9 19,9	15 46,0
März	21 50,7	4 11,3	10 20,9	15 59,7
April	21 37,5	4 31,4	11 18,1	16 22,5
Mai	21 32,7	4 51,1	12 3,6	16 40,9
Juni	21 33,1	5 13,3	13 0,2	18 4,7
Juli	21 37,5	5 13,6	12 56,6	17 56,9
August	21 29,5	5 0,0	12 35,7	17 26,6
September	21 34,7	4 7,5	10 33,0	15 57,9
October	21 28,0	3 40,9	9 7,4	14 58,3
November	21 41,7	2 59,6	8 24,4	15 0,2
December	21 44,9	3 4,4	7 51,7	14 41,2

II. Zeiten, wo das Medium eintrifft.

	Max. IV	Min. I	Max. II	Min. III
Januar	1h11′6	4h45′6	11h30′4	19h 8,8
Februar	0 21,7	6 28,7	12 13,9	18 8,2
März	0 54,2	7 34,8	13 4,5	18 32,1
April	0 36,4	8 27,0	15 21,9	17 23,9
Mai	0 39,8	9 0,1		
Juni	0 32,1	9 31,9		
Juli	0 38,1	9 30,7		
August	0 31,7	9 17,6		
September	0 34,7	7 45,1	13 47,4	18 6,0
October	1 0,7	6 34,8	11 29,0	18 6,0
November	1 15,4	4 42,4	11 21,3	18 50,7
December	2 57,0	3 4,1	10 32,8	18 36,8

III. Gröfse der Maxima und Minima, so wie der Variation.

Monat	Maxim. IV	Minim. I	Maxim. II	Minim. III	Variation tägliche.	Variation totale.
	t	t	t	t	t	t
Januar	$\mu + 0{,}1347$	$\mu - 0{,}0489$	$\mu + 0{,}1623$	$\mu - 0{,}2333$	0,1836	0,3956
Februar	$\mu + 0{,}1300$	$\mu - 0{,}1240$	$\mu + 0{,}1097$	$\mu - 0{,}1155$	0,2540	0,2540
März	$\mu + 0{,}1340$	$\mu - 0{,}1516$	$\mu + 0{,}1078$	$\mu - 0{,}0885$	0,2856	0,2856
April	$\mu + 0{,}1309$	$\mu - 0{,}2125$	$\mu + 0{,}1177$	$\mu - 0{,}0148$	0,3434	0,3434
Mai	$\mu + 0{,}1438$	$\mu - 0{,}2587$	$\mu + 0{,}1290$	$\mu - 0{,}0329$	0,4025	0,4025
Juni	$\mu + 0{,}1122$	$\mu - 0{,}2949$	$\mu + 0{,}1835$	$\mu - 0{,}0748$	0,4071	0,4784
Juli	$\mu + 0{,}1069$	$\mu - 0{,}2739$	$\mu + 0{,}1670$	$\mu - 0{,}0662$	0,3808	0,4409
August	$\mu + 0{,}1199$	$\mu - 0{,}2735$	$\mu + 0{,}1581$	$\mu - 0{,}0603$	0,3934	0,4316
September	$\mu + 0{,}1384$	$\mu - 0{,}1875$	$\mu + 0{,}1181$	$\mu - 0{,}0612$	0,3259	0,3259
October	$\mu + 0{,}2031$	$\mu - 0{,}1240$	$\mu + 0{,}0935$	$\mu - 0{,}1765$	0,3271	0,3796
November	$\mu + 0{,}1385$	$\mu - 0{,}0450$	$\mu + 0{,}1510$	$\mu - 0{,}2289$	0,1835	0,3674
December	$\mu + 0{,}1829$	$\mu - 0{,}0008$	$\mu + 0{,}1315$	$\mu - 0{,}2799$	0,1837	0,4628

Digitized by Google

Vergleicht man die Resultate dieser drei Tabellen mit den entsprechenden für Christiania, so sieht man aus Tab. I, dafs das Vormittagsmaximum IV in Dresden beinahe unbeweglich ist, da es beim Sommersolstiz nur 20 Minuten früher als beim Wintersolstiz eintrifft, wohingegen es in Christiania 3½ Stunden früher kömmt. Die Zeit für das Nachmittagsminimum fällt dahingegen in allen 12 Monaten an beiden Stellen fast genau zusammen. Das Nachmittagsmaximum II kömmt in Dresden zur Zeit des Sommersolstiz 5 Stunden später als beim Wintersolstiz, so dafs die Zeit zwischen diesem und dem vorhergehenden Maximum beim Sommersolstiz nur 8½ Stunden, beim Wintersolstiz aber gegen 14 Stunden ist, jedoch fallen diese beiden Maxima in den Sommermonaten nicht zusammen, wie in Christiania, sondern das Barometer zeigt in Dresden das ganze Jahr hindurch zwei Oscillationen oder zwei Maxima und zwei Minima. Es ist klar, dafs die Lage dieser beiden Maxima durch den Auf- und Untergang der Sonne, oder durch die Tageslänge bestimmt wird, und da diese in Christiania zwischen 5 Stunden 47 Minuten und 18 Stunden 43 Minuten variirt, so müssen diese Maxima hier bedeutend mehr als in Dresden verschoben werden. Von den beiden täglichen Minima des Barometers mufs wenigstens das eine niedriger als die Mittelhöhe seyn. Stellt man die Barometeroscillationen durch eine Curve dar, deren positive Ordinaten der Ueberschufs der Barometerhöhe über die Mittelhöhe sind, so mufs die Curve diese Axe viermal schneiden, wenn beide Minima niedriger als die Mittelhöhe sind, im entgegengesetzten Falle aber nur zweimal; in ersterm Falle trifft der Mittelstand täglich viermal ein, in letzterem nur zweimal. Aus der Tab. III ist ersichtlich, dafs das Minimum I in Dresden in allen 12 Monaten unter dem Mittelstande liegt, in Christiania dahingegen befindet es sich in drei Monaten beim Wintersolstiz unter selbigem. Das Minimum III ist in Dresden 8 Monate unter dem Mittelstande, in Christiania nur 6 Monate. Hieraus folgt, dafs der Mittelstand in 8 Monaten des Jahres viermal in 24 Stunden eintrifft, in Christiania ist dies nur in den 3 Monaten bei der Tag- und Nachtgleiche der Fall.

Diese Oscillationen sind durch beifolgende zwei Zeichnungen anschaulich gemacht worden, in welchen die Einheit der Theilung auf dem verticalen Rande 0,1 Pariser Linien bedeutet, und die Seiten eines jeden Quadrats 0,05 Par. Lin. grofs sind. Die punctirten horizontalen Linien bezeichnen die mittlere Höhe μ eines jeden Monats und die Maxima und Minima sind in jeder Curve durch einen kleinen Kreis, die Medien dahingegen durch einen Strich angegeben.

In Dresden ist schon in den Nächten der drei Monate Mai, Juni und Juli das Minimum nur sehr wenig niedriger als das darauf folgende Maximum am Tage. In Christiania, wo es in diesen Monaten verschwindet, wird es indefs noch durch eine geringe Inflexion in der Curve zwischen den Stunden 14 und 16 angedeutet.

Dafs die Gröfse des Nachtminimums weniger scharf bestimmt ist, als wenn noch um die Stunde 15 eine Beobachtung gemacht worden wäre, ist eine Selbstfolge; inzwischen wird das Stattfinden dieses Minimums durch den Umstand bedingt, ob von den drei beobachteten Barometerhöhen der Stunden 10. 19. 21. in Christiania und 9. 18. 21. in Dresden, die letzte gröfser oder kleiner ist, als die zweite und die erste.

Man sieht ferner, dafs in Christiania die Oscillationen am Tage im December geringer sind als in Dresden. Es ist wahrscheinlich, dafs näher am Polarkreise die beiden Maxima IV und II im Wintersolstiz des Nachmittags zusammenfallen, und dafs also das Nachmittagsminimum verschwindet.

Unter dem Polarkreise wird demnach bei beiden Solstizien nur ein Maximum und ein Minimum Statt finden, so dafs beim Wintersolstiz das Maximum in den Nachmittags- und das Minimum in den Vormittagsstunden eintrifft; beim Sommersolstiz verhält es sich umgekehrt, nemlich die Curve für das Wintersolstiz wird ungefähr wie die Curve für das Sommersolstiz aussehen, wenn man diese im Spiegel sieht, oder wenn man das Supplement jeder Stunde zu 24 nimmt.

Da in Dresden sechs tägliche Beobachtungen gemacht und nur fünf Constanten bestimmt sind, so können diese den Beobachtungen nicht genau Genüge leisten. Die folgende Tabelle enthält den Ueberschufs der beobachteten Barometerhöhe über die berechnete. Da diese Differenz für eine und dieselbe Stunde fast in allen zwölf Monaten dasselbe Zeichen behält, so scheint daraus hervorzugehen, dafs dasjenige Glied in der periodischen Reihe, welches von dem dreidoppelten Stundenwinkel abhängt, nicht ganz unbedeutend seyn kann. Aus diesem Grunde habe ich in Christiania vom October 1840 an noch zwei Beobachtungen um 0^h und 7^h hinzugefügt, damit in Zukunft auch dieses Glied der Reihe bestimmt werden kann.

	0^h	3^h	6^h	9^h	18^h	21^h
	L	L	L	L	L	L
Januar	+ 0,0131	— 0,0131	+ 0,0093	— 0,0038	+ 0,0038	— 0,0093
Februar	— 0,0314	+ 0,0314	— 0,0221	+ 0,0092	— 0,0093	+ 0,0220
März	— 0,0071	+ 0,0071	— 0,0051	+ 0,0021	— 0,0021	+ 0,0051
April	+ 0,0100	— 0,0100	+ 0,0069	— 0,0030	+ 0,0029	— 0,0072
Mai	— 0,0095	+ 0,0137	— 0,0061	+ 0,0054	— 0,0067	+ 0,0056
Juni	+ 0,0145	— 0,0144	+ 0,0102	— 0,0042	+ 0,0042	— 0,0102

Digitized by Google

	0^h	3^h	6^h	9^h	18^h	21^h
	L	L	L	L	L	L
Juli	— 0,0158	+ 0,0145	— 0,0142	+ 0,0030	— 0,0014	+ 0,0138
August	— 0,0193	+ 0,0193	— 0,0135	+ 0,0055	— 0,0057	+ 0,0137
September	— 0,0091	+ 0,0091	— 0,0063	+ 0,0026	— 0,0027	+ 0,0064
October	+ 0,0096	— 0,0097	+ 0,0067	— 0,0029	+ 0,0023	— 0,0069
November	— 0,0011	+ 0,0018	— 0,0014	+ 0,0005	+ 0,0002	+ 0,0003
December	— 0,0088	+ 0,0087	— 0,0061	+ 0,0025	— 0,0027	+ 0,0061

Nimmt man die Summe aller 12 Werthe der mittleren Barometerhöhe μ für Christiania, nachdem man jede mit der Anzahl der Tage der dazu gehörenden Monate multiplicirt hat, und dividirt diese Summe durch 365, so erhält man

$335^L2260.$

Da die Höhe des Barometers über der Meeresfläche $76\frac{1}{2}$ Norw. Fufs, und die mittlere Temperatur in Christiania $+4°2^R$ beträgt, so erhält man die Reduction auf die Meeresfläche $= +0^L9993$, und die mittlere Barometerhöhe an der Meeresfläche bei der Temperatur von 0^h ergiebt sich für Christiania

$336^L2253.$

Für Paris wird die mittlere Barometerhöhe an der Meeresfläche bei der Temperatur von $0° = 761,t$ Millimeter angegeben.

Bezeichnet man durch p, g, h und φ den mittlern Luftdruck, die Intensität der Schwere, die mittlere Barometerhöhe und die Polhöhe von Paris, durch p', g', h' und φ' dieselben Gröfsen für Christiania und durch m die Dichtigkeit des Quecksilbers, so ist $p = mgh$, $p' = mg'h'$, und wenn $p = p'$ wäre

$$gh = g'h',$$

folglich

$$h(1-0{,}0025911\cos 2\varphi) = h'(1-0{,}0025911\cos 2\varphi').$$

Für Paris ist $\varphi = 48°50'$; für Christiania $\varphi' = 59°54'7$; also sollte, wenn $p = p'$ wäre, in Christiania seyn

$h' = 761^{mm}1 \times 0{,}9990585 = 760^{mm}393 = 337^L079$

welches 0^L854 höher ist, als die vorher gefundene mittlere Barometerhöhe. Früher habe ich durch vierjährige Beobachtungen hier in Christiania, ebenfalls Professor *Esmarch* durch 10jährige Beobachtungen, Probst *Hertzberg* durch 25jährige Beobachtungen in Hardanger und *Bohr* durch mehrjährige Beobachtungen in Bergen die mittlere Barometerhöhe an der Meeresfläche bei 0° Temperatur sehr nahe $= 336^L0$ gefunden. Freilich waren die Instrumente, womit diese Beobachtungen gemacht wurden, weniger vollkommen, als das *Pistor*sche Barometer, aber ein grofser constanter Fehler konnte bei ihnen nicht angenommen werden, da sie alle mit meinem Barometer verglichen waren.

Wenn die mittlere Barometerhöhe in Paris durch ein Mittel aus drei Beobachtungen des Morgens, Mittags und Abends bestimmt worden ist, so mufs sie nothwendig etwas zu hoch seyn. Jedenfalls scheint hieraus zu folgen, dafs der mittlere Luftdruck an der Meeresfläche nicht unter allen Breiten derselbe ist und dafs er gegen die Pole zu geringer wird, welches nicht der Fall seyn könnte, wenn die Atmosphäre im Zustande des Gleichgewichts wäre.

Das Beobachtungssystem der Stunden 2, 4, 10, 19, 21 fällt bequem, da die Beobachtungsstunden zu einer Zeit treffen, wo man gewöhnlich zu Hause ist. Zur Erleichterung für diejenigen, die sie vielleicht anwenden wollen, führe ich hier die Formeln an, nach welcher die Constanten in der Reihe I dieses Systems bestimmt werden können.

Bezeichnet β_n die beobachtete Barometerhöhe für die Stunde n, vom Mittag an gerechnet, und setzt man

$\beta_8-\beta_2 = m$, $\beta_{10}-\beta_2 = m'$, $\beta_{19}-\beta_2 = m''$, $\beta_{21}-\beta_2 = m'''$

und berechnet folgende Gröfsen:

$$m'1 = m' - (0{,}67504)\,m; \quad m''1 = m'' - (0{,}21982)\,m; \quad m'''1 = m''' - (9{,}63766)\,m;$$
$$m''2 = m''1 - (0{,}07807)\,m'1; \quad m'''2 = m'''1 - (9{,}89689)\,m'1;$$
$$m'''3 = m'''2 - (9{,}84947)\,m''2;$$

und setzt man $\quad a_1\cos a_1 = x_1, \quad a_1\sin a_1 = y_1, \quad a_2\cos a_2 = x_2, \quad a_2\sin a_2 = y_2,$

so ist:

$$m = -(9{,}56352)\,y_1 + (9{,}56352)\,x_1 - y_2;$$
$$m'1 = -(0{,}23856)\,x_1 + (0{,}67504)\,y_2 - (0{,}23856)\,x_2;$$
$$m''2 = -(0{,}73005)\,y_2 + (9{,}84949)\,x_2;$$
$$m'''3 = -x_2;$$

Hier sind die in Parenthesen eingeschlossenen Zahlen Logarithmen, und wo kein Coefficient angeführt steht, ist dieser $= 1$, also dessen Logarithmus $= 0$. Wenn hiernach die Constanten a_1a_2, a_1a_2 bestimmt sind, findet man leicht μ, indem man die bekannten Gröfsen in die Reihe (1) einsetzt.

Hansteen.

Anzeige.

Die ganze Auflage des Werkes über grofse Sonnenfinsternisse von Dr. *Lehmann*, ist mit dem Lager der Herren *Perthes*, *Besser* und *Mauke* bei dem unglücklichen Brande in Hamburg zerstört.

Altona 1842. Juni 2. (Hiebei zwei Steindrücke.)

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 450.

Schreiben des Herrn Professors *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber.

Berlin 1842. Mai 12.

Der *Ponsche* *) Comet ist in Berlin so eifrig und lange wie möglich verfolgt worden, da bei diesem Durchgange zum erstenmale die Möglichkeit vorhanden war, gute Beobachtungen vor und nach dem Perihele zu erhalten. In den ersten Beobachtungstagen war er so schwach (Febr. 8 — Febr. 12) dafs keine Art von Beleuchtung angewandt werden konnte. Anstatt Kreismikrometer anzuwenden, die unzweckmäfsig schienen, weil der sehr schwache Comet nur in der Mitte des Gesichtsfeldes zu erkennen war, wurde das Instrument als Aequatoreal gebraucht, und bei der Einstellung des Cometen und benachbarter Sterne in die Mitte des dunkeln Gesichtsfeldes, an den Kreisen der Ort abgelesen. Auf ähnliche Art wurde auch noch am 3ten März verfahren. Doch konnten hier schon helle Fäden im dunkeln Felde angewandt werden. Von März 5 bis April 7 wurde der Comet mit benachbarten Sternen unmittelbar durch Beobachtung der Durchgangszeiten an dem Stundenfaden, und Messung des Declinationsunterschiedes mit dem Mikrometer verglichen. Die Zahl der Beobachtungen wurde so viel als möglich vervielfältigt, und ich beobachtete abwechselnd mit meinem Gehülfen Hrn. *Galle* um eine etwanige fehlerhafte Schätzung des wahren Centrums unschädlich zu machen. Die verglichenen Sterne am 5ten und 7ten März waren in keinem Verzeichnisse aufzufinden. Die Beobachtungen waren folgende:

1842.	Mittl. Berl. Zt.	Beob. AR.	Beob. Decl.
Febr. 8	7h 30′ 4′3	356° 40′ 58″0	+6° 46′ 58″7
9	7 6 38,2	357 6 46,2	6 57 38,1
11	7 5 37,4	357 59 23,4	7 18 53,0
12	7 30 39,1	358 26 56,1	7 29 40,3
März 3	7 45 55,6	8 25 46,5	11 21 45,3
11	7 27 34,1	13 36 34,2	13 12 31,8
20	7 47 33,2	20 23 49,8	15 18 55,0
23	7 34 6,9	22 53 24,8	15 57 43,3
24	7 44 7,9	23 45 32,0	16 9 46,3
April 6	7 49 6,8	35 4 6,6	16 57 16,4
7	8 2 36,9	35 45 26,4	16 43 10,3.

Die Vergleichung mit der Ephemeride gab folgende Fehler:

	Rechnung — Beobachtung. AR.	Decl.
Febr. 8	+17″1	+52″2
9	— 1,6	+16,5
11	+17,5	— 3,4
12	+16,1	+ 2,1
März 3	—16,3	—10,7
11	—12,2	— 3,5
20	—18,8	— 9,9
23	—15,0	—11,9
24	—24,6	+ 0,t
April 6	+11,2	+30,9
7	+13,9	+45,4

Die ersten fünf Beobachtungen sind der Natur der Sache nach unsicher. Die letzten sechs aber, besonders die zwei letzten, in welchen der Comet zum grofsen Theil noch während der Dämmerung beobachtet ward, so dafs keine Erleuchtung der Fäden nothwendig war, sind so gut wie wir sie hier machen können. Der Stand des Cometen hat keinen Einfluſs geäufsert.

In den Comptes rendus 1842 Nr. 11 wird eine Pariser Beobachtung angeführt, welche ebenfalls sehr nahe mit der Ephemeride stimmt:

März 12 7h 48′ 40″6 Paris. Zt. 14° 20′ 10″8
+13 27 34,7

oder Differenz der Rechnung und Beobachtung

+7″6 — 16″7.

Auch in Greenwich hat man wenigstens eine sehr gute Position erhalten, wie Prof. *Airy* mir gleich nach der ersten Wahrnehmung schrieb. Wenn vom Vorgebirge der guten Hoffnung Wahrnehmungen vom Mai und Juni eingehen, wie die liberale Unterstützung der Bekanntmachung in England hoffen läfst, so können die Beobachtungen 5 Monate umfassen.

Encke.

*) Herr Professor *Encke* nennt den Cometen, der in diesen Blättern immer, und auch sonst allgemein der *Enckesche* Comet genannt wird, bekanntlich den *Ponsschen* Cometen.

S.

Digitized by Google

Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen.

Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *Struve*.

(Gelesen den 10 December 1841.)

Einleitung.

Der nachstehende Bericht wurde durch die Anordnung der Bibliothek der Hauptsternwarte hervorgerufen, ein Geschäft, das zwar mühsam aber eben so lohnen ward, indem es mir Gelegenheit gab, mancherlei literar-historische und bibliographische Kenntnisse zu gewinnen. Solche Notizen verschwinden leicht dem Gedächtnisse, und ich hielt es für rathsam sie sogleich niederzuschreiben. Aus diesem Material, nebst dem geschichtlichen über Anschaffung und Anordnung der Bibliothek, entstand der Aufsatz, in welchem vielleicht manches unwichtige, manches bekannte, nur mir neue, enthalten sein mag, manches zu berichtigende, aber hoffentlich auch einiges sich findet, das mehreren willkommen seyn wird.

Struve.

Die Wichtigkeit einer zweckmäfsig vollständigen Büchersammlung für eine wissenschaftliche Anstalt wie die Hauptsternwarte bedarf keines Beweises. Sie ist ja ein wesentliches Erfordernifs zum Gedeihen der auf der Sternwarte unternommenen wissenschaftlichen Arbeiten und ein wichtiges Mittel, den Sinn für gründliche Studien bei den Astronomen derselben zu erhalten und zu mehren. Bei der bedeutenden Entfernung konnte für Pulkova auf eine erfolgreiche Benutzung der Bibliotheken der Hauptstadt und also auch der bei der Akademie der Wissenschaften selbst, zu welcher die Sternwarte gehört, befindlichen nicht gerechnet werden; und es war also nicht nur eine Handbibliothek für den laufenden Gebrauch nöthig, sondern eine so weit als möglich für die besondern Bedürfnisse der Sternwarte vollständige, welche folgende Fächer zu umfassen hatte:

1. die Mathematik,
2. die Astronomie,
3. die mathematisch-physicalischen Doctrinen,
4. die auf diese angegebenen Wissenschaften bezüglichen periodischen Schriften,
5. die Abhandlungen der gelehrten Associationen,
6. die Literargeschichte mit besonderer Berücksichtigung der Mathesis und der Astronomie.

Zur ersten Anlegung einer solchen Bibliothek war eine eigne Summe in dem Fonds zur Gründung der Sternwarte bestimmt, und zur Erweiterung derselben die jährliche Summe von 1000 Rubel B. A. = 300 Preufs. Thalern festgesetzt, an deren Zulänglichkeit nicht zu zweifeln ist, wenn man bedenkt, dafs die Zahl der jährlich in den angegebenen Fächern erscheinenden Werke im Verhältnifs zu andern Fächern eine geringe ist, und dafs aufserdem unter den Sternwarten und Astronomen die löbliche Sitte herrscht, die herausgegebenen Werke sich gegenseitig zuzusenden. Ueberdies ist es dem Director der Sternwarte gestattet, erforderlichen Falls die Ersparnisse der wissenschaftlichen Summe der Sternwarte auch für die Bibliothek zu verwenden.

Das dringendste Bedürfnifs für die nächste Thätigkeit der Sternwarte im Auge haltend, hatte ich für die Anschaffung der wichtigsten neuen Werke gesorgt, aber auch ältere Werke gesammelt, wozu mir der bei einer Reise nach Deutschland möglich gewordene Besuch der Niederlagen mehrerer Antiquare in Berlin, Leipzig, Hamburg, so wie die von ihnen und einigen Französischen und Englischen Buchhandlungen bekannt gemachten Verzeichnisse älterer käuflicher Bücher, Gelegenheit gegeben hatten. Aufserdem waren der Sternwarte mehrere wichtige Geschenke geworden, so namentlich von Seiten der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften die vollständige Sammlung der Acta und Memoiren und übrigen bei ihr erschienenen, der Sternwarte wichtigen Werke und von Seiten der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin die neueren Gedenkschriften derselben seit 1822, in der mathematischen und physicalischen Classe. Auch waren wiederholt willkommene Ankäufe aus Privatsammlungen gemacht worden.

Auf diese Weise war bis zum Sommer 1841 eine zwar nicht bändereiche, aber gewählte Bibliothek zusammengebracht, die aus 1) einer Sammlung Himmelscharten, 8 Nummern, 2) 562 Werken = 1566 Bänden und zwar 79 in Fol., 839 in Quart und 648 in Octav, nebst einer Sammlung von 321 Abhandlungen bestand. Sie konnte schon mehrere wichtige Serien aufweisen, wie z. B. die Memoiren der Pariser Akademie bis auf die neueste Zeit, die Acta Eruditorum, die Commentarien und Memoiren der St.-Petersburger Akademie, alle ganz vollständig, und manche Werke, die als grofse Seltenheiten angesehen werden, so die vollständige Machina coelestis des *Hevelius*, die erste lateinische Ausgabe des *Euclid* von 1482, viele der Schriften des *Tycho*, *Keppler* u. s. w.

Vielen Astronomen war es längst bekannt, dafs unter den astronomischen Privatbibliotheken Deutschlands die des hochverdienten *Olbers* in Bremen eine der vorzüglichsten sei, vielleicht von mehreren an Zahl der Bände übertroffen, gewifs aber nicht an Schätzen der seltensten Art, die der wohlhabende Besitzer in einer Reihe von mehr als 50 Jahren mit Mühe und

Digitized by Google

Umsicht zusammengebracht hatte, namentlich in Bezug auf sein Lieblingsfach die Cometographie und in Bezug auf mehrere in der Geschichte der Astronomie noch nicht vollständig aufgehellte Punkte. Ich selbst hatte diese Büchersammlung wiederholt bei meinen Reisen gesehen, ohne indefs eine genaue Uebersicht von dem, was sie enthielt, gewonnen zu haben, da die astronomischen und mathematischen Werke in den Bücherzimmern mit den medicinischen scheinbar ohne alle Ordnung aufgestellt waren, wahrscheinlich wie sie der Zeitfolge nach angeschafft wurden. Der verstorbene *Olbers* wufste aber in seiner Bibliothek auf eine merkwürdige Weise Bescheid, und gewifs ist, dafs selten der Inhaber einer Büchersammlung diese so durchstudirt hatte, wie *Olbers* die seinige.

Bei meiner letzten Reise nach Deutschland hielt ich mich, da das Abscheiden des hochverehrten jetzt mehr als 80jährigen, und bei voller Geisteskraft doch körperlich sehr geschwächten, Veteranen sich als ein binnen Kurzem zu erwartendes Ereignifs darstellte, für berechtigt, mich gegen den vieljährigen Freund *Olbers*, Herrn Conferenzrath *Schumacher* in Altona, dahin auszusprechen, dafs, wenn die Olberssche Bibliothek einst zum Verkauf gestellt werden sollte, die Pulkovaer Sternwarte sogleich als muthmaafslicher Käufer angesehen werden könne, und ersuchte ihn zugleich in dieser Hinsicht bei eintretendem Falle die Interessen der Sternwarte wahrzunehmen. Der Erfolg hat die Richtigkeit dieser Maafsregel bewiesen. Die Sternwarte zu Pulkova ist jetzt im Besitz der Olberssehen Büchersammlung, durch deren Zutritt der Bibliothek der reichste Zuwachs wichtiger und seltener Werke geworden ist.

Der von den Olberssehen Erben mitgetheilte schriftliche Catalog enthält 2703 Nummern, in dem jeder Band, jede einzelne nicht einem Bande einverleibte Abhandlung gezählt ist, wogegen auch eine bedeutende Anzahl sehr starker Sammelbände nur als einzelne Nummern vorkommen. Als die Bücher hier angelangt waren, sah ich ein, dafs es nothwendig war, alle Sammelbände wieder zu trennen, und nun den ganzen Vorrath der Abhandlungen, mit Zuziehung der vielen einzelnen, von Neuem zu ordnen. Nachdem dies geschehen war, stellte sich das Material der Olberssehen Bibliothek folgendermaafsen dar:

Sammlung der Himmelscharten	39 Nummern,
Bücher	1607 Bände,
Sammlung der Abhandlungen	2715 Stück.

Zuerst war es nothwendig von diesem Material diejenigen Werke zu trennen, welche schon in Pulkova vorhanden waren, oder auch in der Olberssehen Sammlung selbst doppelt vorkamen. Dies waren:

Himmelskarten	15 Nummern,
Bücher	629 Bände,
Abhandlungen	466 Stück.

Ziehen wir diese Zahlen von den ebenvorhergehenden ab, so ergiebt sich der Zuwachs, den die Pulkovaer Bibliothek durch den Ankauf der Olberssehen Sammlung erhalten hat, folgendermaafsen:

Himmelscharten	24 Nummern,
Bücher, 632 Werke, in	978 Bänden,
Abhandlungen	2249 Stück.

Von den Büchern sind 113 Bände in Folio, 301 in Quarto und 564 in Octavo.

Was die Doubletten betrifft, so bestehen sie gröfstentheils aus den werthvollsten neueren Werken nebst mehreren älteren zum Theil seltnen, d. h. es sind solche, die gleich anfangs für die Sternwarte angeschafft waren. Von ihnen sind 49 Bände, meist ältere Werke, von Herrn Prof. Dr. *Mädler* in Dorpat zur Vervollständigung der Bibliothek der dasigen Sternwarte angekauft worden, worunter sich ein zweites vollständiges Exemplar der Machina coelestis des *Hevelius* befindet, und zwar dasjenige das, wie *Hevelius* eigne Handschrift bezeugt, von diesem dem *Lubinietzky*, Verfasser des Theatrum Cometicum, als Geschenk gesandt war.

Aus andern 520 Bänden ist eine sehr werthvolle besondere Sammlung gebildet worden, zu deren Vervollständigung noch 200 Bände früher in Pulkova vorhandener schätzbarer Doubletten, die ich bisher nicht erwähnt habe, hinzugefügt sind; so dafs sie aus 720 Bänden nebst 231 Abhandlungen besteht. Diese ist von Sr. Excellenz dem Herrn Minister wirklichen Gehelmenrath *v. Ouvaroff* für die Sternwarte der St. Wladimir-Universität in Kiew bestimmt, die dadurch eine ausgezeichnete Büchersammlung gewinnt, während deren Verkauf der Pulkovaer Sternwarte ein willkommenes Ereignifs ist. Endlich sind noch 50 Bände und 235 Abhandlungen, als doppelt und dreifach vorhanden, aus der Bibliothek ausgeschlossen, hieselbst verblieben.

Fügen wir jetzt den durch die Olberssche Sammlung gewonnenen Zuwachs zu dem früheren Vorrath hinzu, so erhalten wir den jetzigen Bestand der Bibliothek in Pulkova, frei von Doubletten, wie folgt:

Sammlung von Himmelscharten	32 Nummern,
Bücher, 1194 Werke	2544 Bände,
Sammlung von Abhandlungen	2570 Stück,

für deren Anschaffung im ganzen, nach Abzug der verkauften Doubletten, gegen 6000 Preufsische Thaler verausgabt sind.

Von den 2544 Bänden sind 192 Folianten, 1140 Quartanten und 1212 in Octavformat, die wenigen kleineren Formate mit als Octav gerechnet. Die Zahl der Bände in Folio und Quarto = 1332 ist die überwiegende. Nicht erwähnt ist hiebei eine Sammlung geographischer Charten, namentlich vaterländischer, zu der aber erst ein geringer Anfang gemacht ist.

Digitized by Google

Zur Aufstellung dieser Bibliothek dient ein eigenes heizbares Bibliothekzimmer, in der Mitte der Sternwarte neben dem Empfangsaale gelegen. Es wird durch 3 Fenster nach Osten beleuchtet; an den andern 3 Wänden befinden sich 8 Glasschränke für die Bücher. Die Chartensammlungen werden in einem grofsen Schranktisch verwahrt. Der fertige Catalog der Bibliothek zerfällt in 9 Hauptfächer, nämlich:

A. Mathesis,
B. Astronomia,
C. Geodaesia,
D. Physice,
E. Opera auctorum collecta,
F. Miscellanea varia,
G. Libri periodici,
H. Acta Academiarum et societatum literariarum,
I. Historia literaria.

Von diesen Hauptfächern sind 5 in Nebenfächer getheilt.

A. Mathesis.

1. Scriptores classici, 2. Lexica, 3. Compendia, 4. Analysis finitorum, 5. Geometria, 6. Trigonometria, 7. Analysis infinitorum, 8. Analysis combinatoria, 9. Calculus probabilitatis et Mathesis forensis, 10. Mechanica, 11. Miscellanea mathematica, 12. Tabulae mathematicae.

B. Astronomia.

1. Scriptores classici, 2. Astronomia generalis, 3. Compendia recentiora, 4. Astronomia theorica, 5. Astronomia physica, 6. Astronomia practica, 7. Miscellanea astronomica, 8. Cosmologia et Geologia, 9. Astronomia popularis, 10. Astrognosis, 11. Astrologia, 12. Scripta de superficiebus Solis, Lunae et Planetarum, 13. Cometographia, 14. Observationes astronomicae, 15. Catalogi fixarum, 16. Tabulae astronomicae, 17. Ephemerides astronomicae, 18. Mappae coelestes. (Die astronomischen Zeitschriften, die nicht Ephemeriden sind, befinden sich unter den übrigen Zeitschriften.)

C. Geodaesia.

1. Geodaesia in genere, 2. Operationes geodaeticae, 3. Ars navigandi, 4. Metrologia.

D. Physice.

1. Lexica et Compendia, 2. Physica in genere, 3. Meteorologia, 4. Optice.

I. Historia literaria.

1. Historia Matheseos et Astronomiae, 2. Bibliographia, 3. Biographia, 4. Commercium epistolicum.

Im Ganzen enthält also der Catalog 46 verschiedene Fächer, in deren jedem die Werke chronologisch nach dem Druckjahre geordnet sind. Um diese Ordnung immer erhalten zu können, ist dieser systematische Catalog nicht in einen Band geschrieben, sondern er besteht aus 46 kleinen Kapseln, mit einzelnen durch eine Schnur zusammengehefteten Blättern, so dafs jedes neu hinzukommende Werk mit Leichtigkeit an seinem Platz durch ein neues Blatt nachgetragen wird. Ein eigner Catalog der Anschaffungen wird aufserdem regelmäfsig fortgeführt. (Die Fortzetsung folgt)

Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen.

Von Herrn *H. Petersen*.

Das wesentliche Resultat der *Gauss*ischen allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus (s. Resultate aus den Beobachtungen des magnet. Vereins Bd. III), besteht, so weit es hierher gehört, in folgendem analytischen Ausdrucke dreier auf einander senkrechter Componenten der magnetischen Kraft der Erde für einen Ort, an deren kugelförmig vorausgesetzten Oberfläche, in Functionen der Länge und Breite dieses Ortes:

$$(1)\ldots Z = 2\cos u\,.\,g^{1,0} + 2\sin u\,(g^{1,1}\cos\lambda + h^{1,1}\sin\lambda) + 3\,(\cos u^2 - \tfrac{1}{3})\,.\,g^{2,0} + 3\cos u\sin u\,(g^{2,1}\cos\lambda + h^{2,1}\sin\lambda)$$
$$+ 3\sin u^2\,(g^{2,2}\cos 2\lambda + h^{2,2}\sin 2\lambda)$$
$$+ 4g^{3,0}(\cos u^3 - \tfrac{3}{5}\cos u) + 4\,(\cos u^2 - \tfrac{1}{5})\sin u\,(g^{3,1}\cos\lambda + h^{3,1}\sin\lambda) + 4\cos u\sin u^2\,(g^{3,2}\cos 2\lambda + h^{3,2}\sin 2\lambda)$$
$$+ 4\sin u^3\,(g^{3,3}\cos 3\lambda + h^{3,3}\sin 3\lambda)$$
$$+ 5(\cos u^4 - \tfrac{6}{7}\cos u^2 + \tfrac{3}{35})\,.\,g^{4,0} + 5(\cos u^3 - \tfrac{3}{7}\cos u)\sin u\,(g^{4,1}\cos\lambda + h^{4,1}\sin\lambda) + 5(\cos u^2 - \tfrac{1}{7})\sin u^2\,(g^{4,2}\cos 2\lambda + h^{4,2}\sin 2\lambda)$$
$$+ 5\cos u\sin u^3\,(g^{4,3}\cos 3\lambda + h^{4,3}\sin 3\lambda) + 5\sin u^4\,(g^{4,4}\cos 4\lambda + h^{4,4}\sin 4\lambda).$$

$$(2)\ldots Y = g^{1,1}\sin\lambda - h^{1,1}\cos\lambda + \cos u\,(g^{2,1}\sin\lambda - h^{2,1}\cos\lambda) + 2\sin u\,(g^{2,2}\sin 2\lambda - h^{2,2}\cos 2\lambda) + 2\cos u\sin u\,(g^{3,2} - h^{3,2}\cos 2\lambda)$$
$$+ 3\sin u^2\,(g^{3,3}\sin 3\lambda - h^{3,3}\cos 3\lambda) + (\cos u^3 - \tfrac{3}{5}\cos u)\,(g^{4,1}\sin\lambda - h^{4,1}\cos\lambda) + 2\,(\cos u^2 - \tfrac{1}{7})\sin u\,(g^{4,2}\sin 2\lambda - h^{4,2}\cos 2\lambda)$$
$$+ 3\cos u\sin u^2\,(g^{4,3}\sin 3\lambda - h^{4,3}\cos 3\lambda) + 4\sin u^3\,(g^{4,4}\sin 4\lambda - h^{4,4}\cos 4\lambda)$$

$$(3)\ldots X = g^{1,0}\sin u - \cos u\,(g^{1,1}\cos\lambda + h^{1,1}\sin\lambda) + 2\cos u\sin u\,.\,g^{2,0} - \cos 2u\,(g^{2,1}\cos\lambda + h^{2,1}\sin\lambda) - \sin 2u\,(g^{2,2}\cos 2\lambda + h^{2,2}\sin 2\lambda)$$
$$+ 3g^{3,0}(\cos u^2 - \tfrac{1}{5})\sin u - (3\cos u^3 - 2\tfrac{1}{5}\cos u)\,(g^{3,1}\cos\lambda + h^{3,1}\sin\lambda) - (3\cos u^2 - 1)\,(g^{3,2}\cos 2\lambda + h^{3,2}\sin 2\lambda)$$
$$- 3\cos u\sin u^2\,(g^{3,3}\cos 3\lambda + h^{3,3}\sin 3\lambda) + 4\,(\cos u^3 - 3\cos u)\sin u\,.\,g^{4,0} - (4\cos u^4 - 3\tfrac{9}{7}\cos u^2 + \tfrac{3}{35})\,(g^{4,1}\cos\lambda + h^{4,1}\sin\lambda)$$
$$- 2\,(2\cos u^3 - 1\tfrac{1}{7}\cos u)\sin u\,(g^{4,2}\cos 2\lambda + h^{4,2}\sin 2\lambda) - (4\cos u^2 - 1)\sin u^2\,(g^{4,3}\cos 3\lambda + h^{4,3}\sin 3\lambda)$$
$$- 4\cos u\sin u^3\,(g^{4,4}\cos 4\lambda + h^{4,4}\sin 4\lambda)$$

Digitized by Google

Hierin bezeichnen für einen in Bogen um λ östlich von Greenwich und um u vom Nordpole gelegenen Punkt, Z die nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtete Componente des Erdmagnetismus, also Y und X die beiden Horizontal-Componenten desselben, und zwar X in der durch den genannten Ort, und die Erdaxe gelegten Ebene nach Norden, und Y senkrecht auf diese Ebene nach Westen, dagegen sind $g^{1,0}$, $g^{1,1}$, $h^{1,1}$, $g^{2,0}$ etc. 24 Constanten, und deren von Herrn Hofrath *Gauss* berechneten Werthe die folgenden:

$$\begin{array}{lllll} g^{1,0} = +925{,}782; & g^{2,0} = -22{,}059; & g^{3,0} = -18{,}868; & g^{4,0} = -108{,}855; & g^{1,1} = +88{,}024; \\ g^{2,1} = -144{,}913; & g^{3,1} = +122{,}936; & g^{4,1} = -152{,}589; & h^{1,1} = -178{,}744; & h^{2,1} = -6{,}030; \\ h^{3,1} = +47{,}794; & h^{4,1} = +64{,}112; & g^{2,2} = +0{,}493; & g^{3,2} = -73{,}193; & g^{4,2} = -45{,}791; \\ h^{2,2} = -39{,}010; & h^{3,2} = -22{,}766; & h^{4,2} = +42{,}573; & g^{3,3} = +1{,}395; & g^{4,3} = +19{,}714; \\ h^{3,3} = -18{,}750; & h^{4,3} = -0{,}178; & g^{4,4} = +4{,}127; & h^{4,4} = +3{,}175. & \end{array}$$

wobei noch zu bemerken ist, dafs für die magnetische Kraft diejenige Einheit zum Grunde gelegt ist, welche für die ganze Intensität in London das 1000fache der daselbst nach der *Hansteen*schen Einheit gefundenen Zahl oder $1{,}372 \times 1000 = 1372$ gibt.

Die Data, worauf die Berechnung der Werthe dieser Constanten basirt ist, sind entnommen aus den Karten, welche *Sabine*, *Barlow* und *Horner* respective für die ganze Intensität, für die Declinationen und für die Inclinationen nach allen bis zu ihrer Zeit bekannt gewordenen Beobachtungen gezeichnet hatten, und es sind namentlich aus diesen graphischen Darstellungen die Angabe für je zwölf, auf sieben verschiedenen Parallelkreisen gelegene Punkte angewendet worden. Die jetzt vollendete Herausgabe aller von Herrn Professor *A. Erman* in den Jahren 1828, 1829 und 1830 gemachten magnetischen Beobachtungen in dessen „Reise um die Erde: Physikalische Beobachtungen Bd. I u. II. Berlin 1835 u. 1841 hat den Gedanken hervorgerufen, aus einer so grofsen und vorzüglichen Reihe von Beobachtungen an sehr verschiedenen Orten der Erde, eine der Anzahl dieser Beobachtungen gleiche Reihe von Bedingungs-Gleichungen für diejenigen Veränderungen abzuleiten, welche nach ihnen und für die Beobachtungszeit an die 24 Constanten der Theorie des Erdmagnetismus anzubringen wären. Vereinigt mit ähnlichen aus nahe genug gleichzeitigen Beobachtungen für andere Orte zu erhaltenden, werden dann solche Gleichungen dazu dienen, jene genannten Veränderungen wirklich zu bestimmen.

Für diejenigen Orte, wo alle 3 Elemente, Declination, Inclination und Intensität beobachtet sind, ist die Form der Gleichungen schon angegeben ((1), (2) und (3)); man brauchte nur noch in die einzelnen Glieder ein Δ einzuführen, wie folgt:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta Z = 2\cos u\,\Delta g^{1,0} + 2\sin u\,(\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} + \sin\lambda\,\Delta h^{1,1}) + 3\,(\cos u^2 - \tfrac{1}{3})\,\Delta g^{2,0} + \ldots \\ \Delta Y = \sin\lambda\,\Delta g^{1,1} - \cos\lambda\,\Delta h^{1,1} + \cos u\,(\sin\lambda\,\Delta g^{2,1} - \cos\lambda\,\Delta h^{2,1}) + \ldots \\ \Delta Z = +\sin u\,\Delta g^{1,0} - \cos u\,(\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} + \sin\lambda\,\Delta h^{1,1}) + \ldots \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

indem man mit ΔZ, ΔY und ΔX die Differenz der aus den unmittelbaren Beobachtungen abgeleiteten Grösen, und der mittelst der oben erwähnten Werthe der Constanten durch Rechnung gefundenen bezeichnet, und mit $\Delta g^{1,0}$, $\Delta g^{1,1}$ etc. die zu suchenden Variationen der Constanten. Für die andern Orte, wo nur 1 oder 2 Elemente beobachtet worden sind diese Gleichungen (4) nach folgenden Schema's abgeändert:

$$\begin{array}{lll} w\Delta\delta = \cos\delta\,.\,\Delta g - \sin\delta\,.\,\Delta x = & \left\{\begin{array}{l} -\sin\delta\,[+\sin u\,.\,\Delta g^{1,0} - \cos u\,.\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} - \ldots.] \\ +\cos\delta\,[\qquad\qquad + \qquad\quad \sin\lambda\,\Delta g^{1,1} - \ldots.] \end{array}\right. \\ \Delta w = \cos\delta\,.\,\Delta x + \sin\delta\,.\,\Delta y = & \left\{\begin{array}{l} +\cos\delta\,[+\sin u\,.\,\Delta g^{1,0} - \cos u\,.\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} - \ldots.] \\ +\sin\delta\,[\qquad\qquad + \qquad\quad \sin\lambda\,\Delta g^{1,1} - \ldots.] \end{array}\right. \\ \Psi\Delta i = \cos i\,.\,\Delta z - \sin i\,(\cos\delta\,.\,\Delta x + \sin\delta\,.\,\Delta y) = & \begin{array}{l} +\cos i\,(2\cos u\,.\,\Delta g^{1,0} + 2\sin u\,\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} \ldots.) \\ -\sin i\,\cos\delta\,(\sin u\,\Delta g^{1,0} - \cos u\,\cos\lambda\,\Delta g^{1,1} \ldots.) \\ -\sin i\,\sin\delta\,(\qquad\quad + \qquad\quad \sin\lambda\,\Delta g^{1,1} \ldots.) \end{array} \end{array}$$

wobei ich bemerke, dafs die Grösen auf der linken Seite des Gleichheitszeichens ohne Ausnahme in der vorhin erwähnten Einheit (ganze Intensität für London $= 1372$) ausgedrückt sind. Es bleibt nun nur noch übrig zu sagen, dafs überall, wo dieses anging, die Rechnung zweimal und auf verschiedene Weise ausgeführt, für die übrigen Theile aber durch von einander unabhängige Wiederholung gesichert worden ist, und zwar theils mit Logarithmen von 5, theils wo die Gröfse der Zahlen es erforderte, auch von 6 Decimalstellen. Ich habe namentlich z, y und x einmal nach den Gleichungen (1), (2) und (3) berechnet und zwar jedesmal in derjenigen Form, welche nöthig ist, um daraus die Coefficienten der $\Delta g^{1,0}$, $\Delta g^{1,1}$, $\Delta h^{1,1}$ etc. der Gleichungen (4) zu entnehmen, sodann aber zum zweitenmale entweder nach den Formeln (Resultate Bd. III. S. 34.)

Digitized by Google

$$X = a^0 + a^{\mathrm{I}} \cos(\lambda + A^{\mathrm{I}}) + a^{\mathrm{II}} \cos(2\lambda + A^{\mathrm{II}}) + a^{\mathrm{III}} \cos(3\lambda + A^{\mathrm{III}}) + a^{\mathrm{IV}}) + \cos(4\lambda + A^{\mathrm{IV}})$$
$$Y = b^{\mathrm{I}} \cos(\lambda + B^{\mathrm{I}}) + b^{\mathrm{II}} \cos(2\lambda + B^{\mathrm{II}}) + b^{\mathrm{III}} \cos(3\lambda + B^{\mathrm{III}}) + b^{\mathrm{IV}}) + \cos(4\lambda + B^{\mathrm{IV}})$$
$$Z = c^{\mathrm{I}} \cos(\lambda + C^{\mathrm{I}}) + c^{\mathrm{II}} \cos(2\lambda + C^{\mathrm{II}}) + c^{\mathrm{III}} \cos(3\lambda + C^{\mathrm{III}}) + c^{\mathrm{IV}}) + \cos(4\lambda + C^{\mathrm{IV}})$$

wo die Werthe von a^0, a', A' ....etc. aus den a. a. O. abgedruckten Tafeln zu entlehnen sind, oder und noch öfter, nach den Formeln von der Form

$$\left.\begin{matrix} Z \\ Y \\ Z \end{matrix}\right\} A + A' \cos\lambda + A_{,} \sin\lambda + A'' \cos 2\lambda + A_{,,} \sin 2\lambda + \ldots,$$

welche man aus den obigen Gleichungen (1), (2) und (3) erhält, wenn man für die Constanten $g^{1,0}$, $g^{1,1}$, $h^{1,1}$ etc. ihre numerischen Werthe setzt und zusammenzieht.

Es folgen nun hier zuerst 76 solcher Bedingungsgleichungen, die sich auf Beobachtungen an 39 Orten beziehen, und zwar in derselben Ordnung, in welcher diese Beobachtungen in: *Erman's* Reise u. s. w. Physikal. Beobachtungen Bd. II. S. 529 ff. aufgeführt sind. Die der Rechnung zu Grunde gelegten Declinationen sind demnach sogenannte mittlere d. h. nach der a. a. O. pag. 489 ff. genannten Weise, dem arithmetischen Mittel aller im Laufe des Beobachtungsjahres an dem jedesmaligen Orte vorgekommenen Declinationswerthe, gleich gemacht.

Sodann habe ich auch für dieselben 39 Beobachtungsorte die nach der Theorie berechneten Werthe der Declination, der Inclination und der Horizontalintensität, so wie die Differenz zwischen einem jeden dieser Elemente und dem dafür beobachteten Werthe hierher gesetzt.

Die ähnlichen Resultate, welche die Fortsetzung der Rechnung mit den übrigen Erman'schen Beobachtungen ergeben wird, hoffe ich gleichfalls in den Astr. Nachrichten bekannt zu machen.

Potsdam (Länge O. von Greenwich $= \lambda = 13^\circ 5' 24''$; Breite $= \varphi = 52^\circ 23' 14''$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\varphi\,\Delta\delta =$	$-1{,}04333 =$	$-9{,}09123\,\Delta g^{4,0}$	$-8{,}98400\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}24468\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}44472\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}68800\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}82632\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}72831\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}91547\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}53536\,\Delta h^{4,4}$	$-9{,}39971\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}11923\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}61562\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}74748\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}87257\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}94928\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}80602\,\Delta h^{3,3}$	$-9{,}49148\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}39723\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}85267\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}89673\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}95462\,\Delta h^{2,2}$	$-9{,}29164\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}66460\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}93705\,\Delta h^{1,1}$
$\psi\,\Delta i =$	$-1{,}63858 =$	$-9{,}65327\,\Delta g^{4,0}$	$-9{,}25222\,\Delta g^{4,1}$	$+7{,}78533\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}51558\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}55066\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}68952\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}86739\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}52895\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}94300\,\Delta h^{4,4}$	$-9{,}81081\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}20385\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}22138\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}85329\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}82485\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}82350\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}98669\,\Delta h^{3,3}$	$-9{,}69265\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}85815\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}60994\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}99676\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}94876\,\Delta h^{2,2}$	$+8{,}97658\,\Delta g^{1,0}$	$+0{,}03114\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}74215\,\Delta h^{1,1}$

Berlin (λ 13° 24′ 28″; $\varphi = 52^\circ 32' 5''$)

$\Delta\,\omega =$	$-1{,}66304 =$	$+9{,}56685\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}59494\,\Delta g^{4,1}$	$+8{,}61906\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}03326\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33520\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}35500\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}74667\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}23435\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}85440\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}87160\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}41270\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}89625\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}50483\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}70354\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}61299\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}90778\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96170\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}25850\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}48059\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}80793\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}87961\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}76101\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}81854\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}68438\,\Delta h^{1,1}$

Königsberg ($\lambda = 20^\circ 30' 6''$; $\varphi = 54^\circ 42' 59''$)

$\omega\,\Delta\delta =$	$-0{,}93176 =$	$-9{,}04283\,\Delta g^{4,0}$	$-8{,}26609\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}31740\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}62097\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}61641\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}88156\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}41097\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}88172\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}69464\,\Delta h^{4,4}$	$-9{,}29868\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}08075\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}64097\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}84935\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77567\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}97712\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}45654\,\Delta h^{3,3}$	$-9{,}36577\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}54874\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}85271\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}95898\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}84058\,\Delta h^{2,2}$	$-9{,}15290\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}72237\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}92297\,\Delta h^{1,1}$

Petersburg ($\lambda = 30^\circ 17' 52''$; $\varphi = 59^\circ 56' 29''$)

$\Delta X =$	$-1{,}50215 =$	$+9{,}74494\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}27112\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}03775\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}17975\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}42879\,\Delta h^{4,2}$	$+7{,}89258\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}69968\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}35279\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}57074\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91651\,\Delta g^{3,0}$	$-8{,}54835\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}31498\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}48677\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}73581\,\Delta h^{3,2}$	$+8{,}00672\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}81382\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}93804\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}63364\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}40027\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}62910\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}87814\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}69974\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}87349\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}64012\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y =$	$-1{,}14998 =$	$+9{,}14599\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}37936\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}72352\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}47448\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}81382\,\Delta g^{4,3}$	$+8{,}00672\,\Delta h^{4,3}$
		$+9{,}63347\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}41552\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}44250\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}67587\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}87814\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}62910\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}87655\,\Delta g^{3,3}$	$+8{,}06945\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}64012\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}87349\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}94087\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}69183\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}70285\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}93622\,\Delta h^{1,1}$				

Digitized by Google

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta Z = -1{,}62408 =$	$+8{,}37912\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}77807\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}54470\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}57216\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}82120\,\Delta h^{4,2}$	$-7{,}92831\,\Delta g^{4,3}$
	$+9{,}73541\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}21217\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}43012\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}71286\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}97767\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}74430\,\Delta h^{3,1}$
	$+9{,}62987\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}87891\,\Delta h^{3,2}$	$-7{,}89413\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}70123\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}09599\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}05035\,\Delta g^{2,1}$
	$+9{,}81698\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}56766\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}81670\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}23830\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}93699\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}70362\,\Delta h^{1,1}$

Petersburg ($\lambda = 30^\circ 21' 22''$ $\varphi = 59^\circ 58' 31''$)

$\Delta X = -1{,}54580 -$	$+9{,}74535\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}26864\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}03629\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}17915\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}43027\,\Delta h^{4,2}$	$+7{,}96985\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}69922\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}35453\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}56850\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91649\,\Delta g^{3,0}$	$-8{,}56233\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}32996\,\Delta h^{3,1}$
	$-9{,}48529\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}73641\,\Delta h^{3,2}$	$+8{,}08369\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}81306\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}93775\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}63428\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}40193\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}62723\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}87835\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}69929\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}87338\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}64103\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y = -1{,}13402 =$	$+9{,}14760\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}37995\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}72395\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}47283\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}81306\,\Delta g^{4,3}$	$+8{,}08369\,\Delta h^{4,3}$
	$+9{,}63108\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}41711\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}44368\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}67603\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}87835\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}62723\,\Delta h^{3,2}$
	$+9{,}87564\,\Delta g^{3,3}$	$+8{,}14627\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}64103\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}87338\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}94093\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}68981\,\Delta h^{2,2}$
	$+9{,}70361\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}93596\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z = -1{,}68789 =$	$+8{,}40815\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}77822\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}54587\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}57007\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}82119\,\Delta h^{4,2}$	$-8{,}00484\,\Delta g^{4,3}$
	$+9{,}73421\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}21332\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}42729\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}71450\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}97739\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}74504\,\Delta h^{3,1}$
	$+9{,}62756\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}87868\,\Delta h^{3,2}$	$-7{,}97051\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}69968\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}09652\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}04979\,\Delta g^{2,1}$
	$+9{,}81745\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}56520\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}81632\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}23845\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}93629\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}70394\,\Delta h^{1,1}$

Tosna ($\lambda = 30^\circ 43' 24''$ $\varphi = 59^\circ 31'$)

$\Delta w = -1{,}64316 =$	$+9{,}73575\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}33131\,\Delta g^{4,1}$	$+8{,}92859\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}84180\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}47706\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}03742\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}69784\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}47926\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}52637\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91289\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}22997\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}87698\,\Delta h^{3,1}$
	$-9{,}28122\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77720\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}11180\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}81608\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}93767\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}54874\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}53897\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}46758\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}91728\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}70124\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}82273\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74238\,\Delta h^{1,1}$

Pomorania ($\lambda = 31^\circ 16' 24''$ $\varphi = 59^\circ 20'$)

$\Delta w = -1{,}59988 =$	$+9{,}73369\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}33796\,\Delta g^{4,1}$	$+8{,}96133\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}81133\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}47219\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}08227\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}69763\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}50072\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}51934\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91330\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}34663\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}83713\,\Delta h^{3,1}$
	$-9{,}26243\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77812\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}16347\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}81778\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}93950\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}54208\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}53477\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}45217\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}92076\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}70390\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}82043\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74349\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Z = -1{,}42955 =$	$-7{,}72428\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}76612\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}54958\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}55388\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}83827\,\Delta h^{4,2}$	$-8{,}57988\,\Delta g^{4,3}$
	$+9{,}75540\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}28899\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}44226\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}68232\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}97376\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}75721\,\Delta h^{3,1}$
	$+9{,}61558\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}89997\,\Delta h^{3,2}$	$-8{,}54850\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}72392\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}08621\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}05111\,\Delta g^{2,1}$
	$+9{,}83457\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}55606\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}84045\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}23560\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}94045\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}72390\,\Delta h^{1,1}$

Nowgorod ($\lambda = 31^\circ 19' 2''$ $\varphi = 38^\circ 31' 4''$)

$\Delta X = -1{,}63175 =$	$+9{,}72600\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}34813\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}13233\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}10590\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}39191\,\Delta h^{4,2}$	$+8{,}55486\,\Delta g^{4,3}$
	$-9{,}71552\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}44798\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}59843\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91702\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}12229\,\Delta g^{3,1}$	$+7{,}90650\,\Delta h^{3,1}$
	$-9{,}45285\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}73886\,\Delta h^{3,2}$	$+8{,}68201\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}84267\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}94974\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}58919\,\Delta g^{2,1}$
	$-9{,}37339\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}61218\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}89819\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}71786\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}86246\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}64666\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y = -1{,}19003 =$	$+9{,}12190\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}33769\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}73406\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}44805\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}84267\,\Delta g^{4,3}$	$+8{,}68201\,\Delta h^{4,3}$
	$+9{,}66758\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}51713\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}43785\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}65364\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}89819\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}61218\,\Delta h^{3,2}$
	$+9{,}91182\,\Delta g^{3,3}$	$+8{,}75116\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}64666\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}86246\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}96734\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}68133\,\Delta h^{2,2}$
	$+9{,}71582\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}93161\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z = -1{,}55157 =$	$-8{,}64038\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}75453\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}53873\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}56386\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}84987\,\Delta h^{4,2}$	$-8{,}62169\,\Delta g^{4,3}$
	$+9{,}78238\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}33191\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}48236\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}63763\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}97357\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}75777\,\Delta h^{3,1}$
	$+9{,}63108\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}91709\,\Delta h^{3,2}$	$-8{,}59396\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}75462\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}07257\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}05744\,\Delta g^{2,1}$
	$+9{,}84165\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}57529\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}86130\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}23189\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}95051\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}73471\,\Delta h^{1,1}$

Digitized by Google

Saizowa ($\lambda = 32^\circ 5' 24''$ $\varphi = 58^\circ 21'$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
Δw	$= -1{,}77004$	$+9{,}72012\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}38064\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}05602\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}70081\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}44329\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}15616\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}70426\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}55524\,\Delta h^{4,4}$	$-9{,}52937\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91357\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}72560\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}63757\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}22160\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77704\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}25031\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}83404\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}94767\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}50745\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}51353\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}42980\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}93178\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}71657\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}81279\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74331\,\Delta h^{1,1}$

Waldai ($\lambda = 33^\circ 15' 24''$ $\varphi'' = 57^\circ 56'$)

Δw	$= -1{,}63256$	$+9{,}71412\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}39207\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}10879\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}61280\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}42845\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}22810\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}70156\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}59495\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}50798\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91377\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}80837\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}44862\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}17343\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77754\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}33311\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}83593\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95134\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}49103\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}50254\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}39066\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}93849\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}72221\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}80744\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74552\,\Delta h^{1,1}$
ΔZ	$= -1{,}38328$	$-8{,}84850\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}73616\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}55293\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}50935\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}87132\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}03179\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}79578\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}43304\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}46298\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}60256\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}96384\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}78061\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}58067\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}94264\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}00678\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}77077\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}06236\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}05256\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}86933\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}52762\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}88959\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22913\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}94837\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}76514\,\Delta h^{1,1}$

Wuischnji Wolotschok ($\lambda = 34^\circ 40' 24''$ $\varphi = 57^\circ 37'$)

Δw	$= -1{,}66969$	$+9{,}70947\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}39662\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}15547\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}51241\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}41556\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}29870\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}69483\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}63207\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}46900\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91398\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}85229\,\Delta g^{3,1}$	$-8{,}12926\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}11094\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77830\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}41338\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}83284\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95424\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}47793\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}49287\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}33591\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}94454\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}72661\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}80197\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74867\,\Delta h^{1,1}$
ΔZ	$= -1{,}29203$	$-8{,}92873\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}72368\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}56362\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}46014\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}88387\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}19632\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}79890\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}49002\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}43388\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}58231\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}95622\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}79616\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}53372\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}95745\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}17283\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}77539\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}05670\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}04762\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}88757\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}48219\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}90592\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22762\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}94494\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}78489\,\Delta h^{1,1}$

Torjok ($\lambda = 35^\circ 2' 39''$ $\varphi = 57^\circ 2' 9''$)

Δw	$= -1{,}62221$	$+9{,}69933\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}41684\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}19150\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}40829\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}39240\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}32290\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}69662\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}65682\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}47118\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91308\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}94800\,\Delta g^{3,1}$	$+7{,}24111\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}08164\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77567\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}44379\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}84079\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95838\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}45479\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}47794\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}32001\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}94974\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}73358\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}79738\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74809\,\Delta h^{1,1}$

Twer ($\lambda = 35^\circ 56' 45''$ $\varphi = 56^\circ 51' 44''$)

Δw	$= -1{,}56289$	$+9{,}69643\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}41752\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}21543\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}32700\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}38377\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}35974\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}69069\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}67619\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}43845\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91305\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}96223\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}02785\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}03459\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77574\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}48564\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}83692\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95988\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}44729\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}47178\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}27809\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}95291\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}73594\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}79395\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}75018\,\Delta h^{1,1}$
ΔZ	$= -1{,}58331$	$-9{,}07282\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}70337\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}56377\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}41378\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}89922\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}32119\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}81362\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}55660\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}42129\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}53091\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}94801\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}80841\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}49290\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}97834\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}30137\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}79380\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}04277\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}04600\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}90640\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}44505\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}93049\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22394\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}94700\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}80740\,\Delta h^{1,1}$

(Die Fortsetzung folgt.)

Inhalt.

(zu Nr. 448.) Versuch einer Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen. Von Herrn Prof. Dr. *Grunert* in Greifswalde. p. 265.
(zu Nr. 449.) Avant-propos. p. 281. — Notice sur une révision de l'hémisphère céleste boréal, par rapport aux étoiles fixes jusqu'à la septième grandeur etc. Par *M. O. Struve*. p. 283. — Mondaculminationen in Altona 1842. Von Herrn *Th. Clausen*. p. 287 — Ueber die täglichen Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden. Von Herrn Prof. und Ritter *Hansteen*, Director der Sternwarte in Christiania. p. 291. — Anzeige. p. 303.
(zu Nr. 450.) Schreiben des Herrn Prof. *Encke*, Directors der Sternwarte in Berlin, an den Herausgeber. p. 305. — Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen; von *W. Struve*. p. 307. — Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnet. Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen*. p. 311.

Altona 1842. Juni 16.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 451.

Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen.

Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *v. Struve.*

(Gelesen den 10 December 1841.)

(Beschluss.)

Die Aufstellung der Bibliothek stimmt genau mit der Anordnung des Catalogs überein. Jedes Werk ist daher leicht auffindbar und das ganze gibt jungen Gelehrten Gelegenheit zu bequemen bibliographischen Studien.

Die 2570 Abhandlungen zerfallen in drei verschiedene Sammlungen.

I. Sammlung der Abhandlungen nach Auctoren. 273 Stück.

Sie enthält 16 Auctoren: *Tycho, Keppler, Tobias Mayer, Euler, Kästner, W. Herschel, N. Fuss, Legendre, Poisson, Gauss, Bessel, Schumacher, J. Herschel, Airy, Bowditch, Struve.*

II. Sammlung der Abhandlungen nach Fächern. 1911 Stück.

1.	Mathesis	mit 12	Unterabtheilungen,	enthält	286	St.
2.	Astronomia	: 46	:	:	1030	:
3.	Mechanica	: 3	:	:	99	:
4.	Physice	: 10	:	:	153	:
5.	Meteorologia	: 6	:	:	87	:
6.	Optice	: 10	:	:	105	:
7.	Varia literaria	: 5	:	:	151	:
7 Fächer		mit 92	Unterabtheil.,	zusammen	1911	St.

III. Sammlung der Cometenabhandlungen. 382 Stück.

Diese von *Olbers* mit besonderer Liebhaberei und Fürsorge angelegte Sammlung ist ohnstreitig die interessanteste. Sie enthält:

zwischen den Jahren	1500	und 1600	28	Schriften,
	1600	: 1700	202	:
	1700	: 1800	87	:
	nach	1800	65	:
	zusammen		382	Schriften.

Auffallend ist hier gleich der Reichthum des 17ten Jahrhunderts, an dem die beiden Cometen von 1664 und 1665 mit 40 und der Comet von 1680 mit 65 Schriften den grössten Antheil haben. Die Literatur des Cometen von 1680 ist auf jeden Fall die reichste, die ein Comet bisher hervorgebracht hat. In *Lalande's* Bibliographie habe ich nur 27 verschiedene Schriften, die sich speciell auf diesen Cometen beziehen, aufgefunden. Wir haben 38 Schriften mehr. Eine zweite Uebersicht der Cometenabhandlungen gewährt folgende Eintheilung:

1.	Allgemeine Cometenabhandlungen: Ueber die Natur der Cometen und deren Bahnbestimmung	93	Schriften.
2.	Abhandlungen über die periodischen Cometen:		
	a) über den Halleyschen	42	:
	b) : : Enckeschen	5	:
	c) : : Bielaschen	7	:
3.	Abhandlungen über mehrere Cometen	18	:
4.	Abhandlungen über einzelne Cometen	217	:
	zusammen	382	Schriften.

Hierzu kommen nun noch die besondern Cometenschriften, welche sich in den gesammelten Werken einzelner Auctoren finden, namentlich in denen *Tycho's, Hevelius* u. s. w. Wird nun noch hinzugezogen was in der Büchersammlung an grössern Cometenwerken enthalten ist (19 Werke in 22 Bänden), was ferner in den Memoiren, Zeitschriften, Ephemeriden, den astronomischen Beobachtungen und den Miscellaneis sich an Cometennachrichten vorfindet *), so übersieht man leicht, dafs unsere Bibliothek jetzt ein Material zur Bibliographie der Cometen besitzt, wie es sich vielleicht an keinem andern Orte befindet. Ich glaube daher, dafs die Mittheilung den Astro-

*) In *Petri Apiani astronomicon caesareum* sind auch dessen Beobachtungen von 5 Cometen enthalten, nämlich des Halleyschen 1531 und der von 1532, 1533, 1538, 1539. *Lalande* in seiner *Bibliographie* p. 60 sagt von diesem seltnen Werke: „C'est dans cet ouvrage d'Apian que l'on trouve les observations de la Comète de 1531 revenue en 1607 etc. Halley en chercha longtems un exemplaire. J'en ai un qui m'a été donné par M. de Chaligny." Die übrigen Cometenbeobachtungen erwähnt er nicht.

Digitized by Google

nomen willkommen sein wird, dafs eine Bearbeitung des hiesigen Materials zu einer Bibliographie der Cometen schon einem jungen Astronomen, Herrn *Schweitzer*, aufgetragen und von ihm begonnen ist, eine Arbeit, die hoffentlich bald bekannt gemacht werden wird.

Bibliographische Notizen.

A. Alte Druckschriften vor 1550.

Ich füge jetzt noch einige Nachrichten bei über mehrere Seltenheiten unserer Büchersammlung. Wir haben 50 Druckschriften, die älter als 1550 sind, unter ihnen 8 vor 1500 gedruckte. Von 13 dieser alten Drucke habe ich in den mir zu Gebote stehenden bibliographischen Werken keine Notiz gefunden, und sie sind daher entweder bisher unbekannt gewesen oder für sehr selten zu halten. Möglich indefs, dafs sich in andern Werken noch Nachricht von ihnen findet, die ich nicht eingesehen habe. Im nachfolgenden Verzeichnifs dieser 50 Schriften habe ich die 13 mit einem Astericus bezeichnet, und beschreibe sie näher. In Bezug auf die übrigen gebe ich, wenn nicht Veranlassung zu einer nähern Erörterung da ist, nur den kurzen Titel, mit Nachweisung wo das Werk erwähnt ist, in den Werken von *Vossius*, *Heilbronner*, *Weidler*, *Lalande's* Bibliographie, *Kästner's* Geschichte u. s. w.

1) 1482. Venetiis. Fol. *Opus elementorum Euclidis Megarensis in geometriam artem. In id quoque Campani perspicacissimi commentatiores.*

Kästner hat diese editio princeps des lateinischen Euclid, die durch Schönheit des Drucks, der Figuren und des Papiers gleich ausgezeichnet ist, in einer besondern Dissertation, Leipsig 1750, und nachher in seiner Geschichte I. p. 289 — 302, ausführlich beschrieben. Das merkwürdigste an der Ausgabe ist auf jeden Fall, dafs in derselben die vielen geometrischen Figuren mit beweglichen Typen gedruckt sind. Der kunstreiche Buchdrucker *Erhardus Ratdolt* sagt in dem das Werk beginnenden Schreiben an *Joannes Mocenicus*, Dogen von Venedig, ausdrücklich: „mea industria, non sine maximo labore effeci, ut, qua facilitate litterarum elementa imprimuntur, ea etiam geometricae figurae conficerentur.“ *Kästner* gesteht, dafs er diese Stelle nicht erklären kann; und doch ist bei genauer Ansicht der Figuren gar kein Zweifel daran, dafs sie aus einzelnen geraden Linien und Bogen zusammengesetzt sind. Man kann an mehreren Stellen die Uebergänge erkennen, und ersieht die Zusammensetzung sowohl bei den Durchschnitten mehrerer Linien, als dadurch, dafs mitunter in der Mitte einer Linie der Raum für einen Buchstaben ausgespart ist. Auch zeigt der Durchdruck deutlich, dafs die Figuren von erhabenen Formen, wie die Typen, abgedruckt sind. Merkwürdig ist es auf jeden Fall, dafs die von *Ratdolt* in so ausgezeichneter Vollkommenheit geübte Kunst des Typendrucks geometrischer Figuren späterhin gänzlich vergessen zu sein scheint.

2*) 1482. Ulmae. Fol. *Cl. Ptolomaei Cosmographiae libri VIII et opus Nicolai Germani secundum Ptolomaeum.*

Diese lateinische Geographie des *Ptolemaeus* ist weder bei *Heilbronner* und *Weidler* noch bei *Lalande* und *Scheibel*, noch im *Vossius*, *Montucla* und *Bailly* erwähnt. *Lalande* setzt die erste gedruckte Schrift des *Ptolemaeus* auf 1484, und erwähnt die Geographie zuerst gedruckt 1514, die Ausgabe des Nürnberger Astronomen *Joh. Werner*, die *Kästner* II. p. 498 ausführlich beschreibt.

Das Format ist grofs Folio, Blätter 17½ Zoll hoch und 11½ Zoll breit. Im Ganzen 129 Blätter. Kein Titel. Den Anfang macht das Dedicationsschreiben an den Pabst: Beatissimo Patri Paulo Secundo Pontifici Maximo. Donis Nicolaus Germanus, 4½ Columnen, deren 2 auf jeder Seite, wie immer nachher im Text. Zu Anfang jedes Buchs des *Ptolemaeus* ein kurzer Inhalt vom Herausgeber. Bücher und Capitel, letztere nicht mit Zahlen angegeben, beginnen mit grofsen verzierten Buchstaben. So bis zu Ende des Blattes 69, das mit den Worten: „Hinc sequntur tabulae“ schliefst.

Nun folgen die 26 Ptolemaeischen Tabulae (10 zu Europa, 4 zu Africa und 12 zu Asien), jede auf den beiden innern Seiten eines Bogens, auf dessen erster äufseren Seite die Explicatio sich befindet; die letzte äufsere ist dagegen leer. Aufserdem sind aber noch 4 Tafeln vom Herausgeber hinzugefügt, welche 1. Hispania, 2. Nord-Europa, 3. Francia, der damals neuesten Geographie nach darstellen, und 4. Judaea, nach dem alten Testamente. Sie sind eingebunden zu den entsprechenden Ptolemaeischen Charten, aber ohne alle weitere Erklärung. Diese 4 Charten nebst den Inhalten der Bücher bilden auch das eigentliche Opus sec. Ptolomaeum. Am interessantesten ist mir die Charte von Nord-Europa gewesen, da sie die Küsten der Ostsee nach den Kenntnissen von 1482 darstellt. Der nördliche Theil der Ostsee heifst Gotticum Mare, der südliche Sabuiosus Pontus. Der Name Pontus Balteatus kommt hier dem Theil der Nordsee zu, der zwischen der Nordküste von Jütland, Schweden und Norwegen liegt, also dem Eingang des Cattegats. Am Ende liest man in grossen Buchstaben:

Clandii Ptolomei viri Alexandrini Cosmographie octavus et ultimus liber explicit.

Opus Donni Nicolai Germani secundum Ptolomeum finit.

Anno MCCCCLXXXII. Augusti vero Kalendas. XVII. impressum Ulme per ingeniosum virum Leonardum Hol prefati oppidi civis.

Digitized by Google

3) 1485. Venetiis. Fol. *Liber completus in judiciis stellarum, quem composuit Albohazen, emendatus per B. de Alten de Nusia.* Lalande p. 15. Beschrieben von Scheibel p. 19.

4) 1485. Venetiis. 4°. *Joannis de Monte regio opus calendarium.* Scheibel p. 18. Lalande p. 16. Beschrieben von Kästner II. p. 539.

5) 1488. Venetiis. 4°. *J. de Sacro Busto sphaera. J. de Monte regio disputationes etc. G. Purbachii theoricae.* Scheibel p. 22. Lalande p. 17.

6) 1496. Venetiis. Fol. *Epytoma Joannis de Monte regio in Almagestum Ptolomei.*

Lalande p. 22. Ausführlicher Scheibel p. 38—40, der dies Buch für sehr selten und für das erste wichtige astronomische gedruckte Werk erklärt.

7) 1499. Lipsiae. 4°. *Computus novus totius fere astronomie fundamentum continens.* Scheibel p. 50. Lalande p. 26.

8) 1499. (Venetiis). Fol. *M. Manilii astronomicon ad Caes. Aug. libri V. Fragmentum Arati per Germanicum in lat. conversi etc. Fragmentum Arati Ciceronе interprete.*

Ohne Druckort und Jahr. Ohne Zweifel die Ausgabe des Aldus 1499. Vide Lalande p. 25.

9) 1502. Lipsiae. 4°. *Marsilii Ficini libellus de Sole.* Scheibel p. 57. Lalande p. 30.

10) 1505. Venetiis. Fol. *Euclidis elementorum libri XIV cum expositione Theonis etc. B. Zamberto interprete.*

Kästner I. p. 312. sagt bei Gelegenheit einer Ausgabe (wahrscheinlich von 1516) in der *Campani's* und *Zamberti's* Uebersetzungen zusammen sind: „Eine Ausgabe von *Zamberti's* Uebersetzung erwähnt *Scheibel* nicht. Es mufs doch dergleichen vorhanden gewesen sein.“ Dies ist die Ausgabe. Sie findet sich auch angegeben in *Murhard's* Bibl. math. II. p. 2.

11*) 1511. Venetiis. Fol. *Claudii Ptholemaei Alexandrini liber geographiae cum tabulis et universali figura et cum additione locorum, quae a recentioribus reperta sunt diligenti cura emendatus et impressus.*

Auch diese Ausgabe fehlt so wie die von 1482 in den hier befindlichen bibliographischen Werken.

Auf dem rothgedruckten Titel weder Druckort noch Jahr. Titel, Dedication, Adnotationes 4 Blätter. Dann 58 Blätter Text, dann die Tafeln 30 Blätter. Zusammen 92 Blätter, jedes 17¼ engl. Zoll hoch und 11½ breit, also genau das Format der Ausgabe von 1482. Aber Druck und Papier nicht so schön.

Das 2te Blatt beginnt mit der Dedication des Herausgebers Bernardus Sylvanus Eboliensis ad Illustrissimum Andream Matheum, Aquaevivum, Adriae Ducem. Dann folgen die Adnotationes Sylvani bis zum Ende des 4ten Blattes. Am Ende des Textes steht:

Venetiis per Jacobum Pentium de leucho Anno domini MDXI Die XX Mensis Martii.

Nun folgen die 28 Tafeln: erstlich eine allgemeine Welttafel nach *Ptolemaeus*, dann die 26 Tafeln der 3 Welttheile, und hierauf eine Welttafel nach den neuesten Entdeckungen. Zu bemerken ist, dafs die Chartenblätter auf beiden Seiten bedruckt sind, so dafs jeder volle Bogen zu 3 Charten gehört. So hat z. B. derselbe Bogen auf der innern Hälfte die ganze Tabula II = Britannia (aber in der Mitte durch ein Spatium getrennt für den Einband) und auf der vorangehenden äufsern Seite die Hälfte der Welttafel, auf der nachfolgenden die Hälfte von Hispania. Dafs die Charten nicht in halben Bogen gedruckt sind, zeigt der Zusammenhang der Bogen. Auf der Weltcharte nach den neuesten Entdeckungen findet man auf der Ostgrenze Zampagu Ins. (Japan), südlich davon Java major. An der Nordostgrenze des Continents über Regio Catal, liegt Gruenlant (Grönland), im Zusammenhange mit dem übrigen Nordasien, aber ohne dafs die östliche Begrenzung angegeben sei. Auf der Westseite finden sich angegeben im Norden terra laboratorum und regalis domus in der Mitte terra Cube und Ispanialis insu., und im Süden terra sanctae crucis als grofser Continent bis gegen 40° südlicher Breite sich erstreckend. Mit dem 40sten südlichen Breitengrade hört die Charte auf.

12*) 1512. Augsburg. 4°. Kalendarius teutsch Maister Joannis Küngspergers.

Der Titel zeigt sogleich wie der berühmte *Joannes Müllerus*, der sich auf seinen Schriften de Monte regio nannte (nicht Regiomontanus, wenigstens in der Regel), Deutsch genannt wurde, nämlich *Küngsperger*. Der Calender ist für 1513, nebst Anhang der Finsternisse von 1513 bis 1530, diese, so wie die Darstellung dreier Mefsinstrumente aus dem Opus Calendarium von 1485 entnommen; zusammen 27 Blätter. Dann folgt ein kleiner Himmelsatlas mit 45 Holzschnitten im Text, nebst Erklärung nach *Hygin* und astrologischer Bedeutung auf 18 Blättern. Zuletzt noch 29 Blätter, mit kleinen Holzschnitten verziert, Astrologisches und Meteorologisches enthaltend. Zusammen also 74 Blätter. Am Schlufs „Enndet sich diser. Kalendarius Maister. Joannis Künigspergers. Und auch Hyginus. Von den 12. zaychen. und. 36. pildern des himels... Getruckt... Augspurg... Der jarzal Christi. fünfzehen hundert und im. zwelften.“

13) 1514. Venetiis. Fol. *G. Peurbachii tabulae eclypsium. J. de Monte regio tabula primi mobilis.* Lalande p. 36. Weidler p. 337. Scheibel p. 37.

Digitized by Google

14) 1520. Viennae. 4°. *Compilatio Leupoldi ducatus Austrie filii de astrorum scientia.* Scheibel p. 91. Lalande p. 41.

15*) 1522. Leipzig. 4°. Prognoſticatio und Erclerung der groſſen Weſſerung: Auch anderer erſchrockenlichen würchungen, ſo ſich begeben nach Chriſti unſres lieben hern geburt funfftzehenhundert und XXIIII. jar Durch mich Magiſtrum Johannem Carion von Bunetikaym u. ſ. w. Leyppzyk 1522.

Astrologische Schrift, Weissagung von der durch eine Conjunction Jupiters und Saturns und Cometen zu befürchtenden Ueberschwemmung, von der Geburt des Endchrists und Erklärungen enthaltend, auf 8 Blättern. *Joh. Carion* ist von *Weidler* p. 357 als Professor zu Frankfurt a. d. O. aufgeführt, starb 1538. Er gab 1536 Ephemerides von 1536 bis 1550 heraus, siehe *Lalande* p. 55, das war also 12 Jahre nachdem seine Weissagung nicht in Erfüllung gegangen.

16*) 1523. Venetiis. 4°. *Algorismus Domini Joannis de Sacro Busco noviter impressum.*

Am Ende: Impressum Venetiis per Melchiorem Sessam et Petrum de Ravanis Socios. Anno domini MDXXIII. Ich kann keine Nachweisung dieses Werkchens von 8 Quartblättern finden. Es enthält eine sehr klar geschriebene Anweisung zur Numerirung nach dem Decimalsystem, zu den vier Species, dem Potenziren und Wurzelausziehen.

17) 1529. Viennae. 4°. *Theodosii de sphaericis libri III a Joanne Vogelin etc.* Scheibel p. 106. Lalande p. 47.

18*) 1531. Nürnberg. 4°. Conjectur odder abnemliche auſzlegung Joannis Schöners uber den Cometen ſo im Augſtmonat des MDXXXI. jars erſchinen iſt.

Die lateinische Schrift: Schoneri descriptio Cometae torqueto observati. Norimbergae 1531, ist von *Weidler*, *Scheibel* und *Lalande* angegeben, diese kleine deutsche Schrift populären Inhalts aber nicht.

19) 1531. Norimbergae. 4°. *J. de Monteregio de Cometae magnitudine longitudineque ac de loco ejus vero problemata XVI.*

Scheibel p. 111. *Lalande* p. 48. Bei letzterm ist diese Schrift mit der lateinischen von *Schoner* (18) verbunden unter einem Titel. Hier ist sie besonders wie bei *Scheibel*.

20*) 1532. Strasburg. 4°. Was ein Comet ſey: woher er komme, und ſeinen urſprung habe u. ſ. w. und ſonderlich von dem Cometen erſchinnen im Weynmonat des XXXII. jars. Durch Nicolaum Pruckner um beſchriben.

Kleine populäre Schrift von 6 Blättern, vornehmlich astrologischen Inhalts.

21) 1533. Basileae. 4°. *S. Munsteri horologiographia.*

Die erste Ausgabe dieses Werks bei *Lalande* p. 49 von 1531 unter dem Titel: Compositio horologiorum in plano, hat nur 198 Seiten. Diese neue vollständigere Ausgabe hat 334 Seiten. *Lalande* setzt sie unter 1532. Zwei hier befindliche Exemplare haben beide 1533.

22) 1534. Parisiis. Fol. *Orontii Finei quadrans astrolabicus.* Scheibel p. 119. Lalande p. 53.

23) 1535. Basileae. Fol. *Hygini fabulae et astronomica. Palaephatus de fabulosis narrationibus. Placiadis mythologia. Arati phaenomena a Germanico tradita. Proclus de sphaera.* Scheibel p. 120. Lalande p. 53.

24) 1536. Norimbergae. 8°. *J. Schoneri tabulae astronomicae etc. cum praefatione Ph. Melanchthonis commendatoria.* Scheibel p. 125. Lalande p. 55.

25) 1536. Venetiis. 4°. *J. B. Amici de motibus corporum coelestium juxta principia peripatetica.* Lalande p. 55.

26) 1538. Basileae. Fol. *Claudii Ptolemaei μεγάλης συντάξεως βιβλ. ιγ'.*

Bis auf Halma, die einzige sehr seltne und schöne griechische Ausgabe des Ptolemaeus. *Scheibel* p. 129 bezeugt ihre Seltenheit. *Lalande* p. 57.

27) 1538. Parisiis. 4°. *Orontii Finei Canones.* Lalande p. 57.

28) 1539. Norimbergae. 4°. *J. Schoneri opusculum astrologicum.* Lalande p. 58.

29) 1540. Ingolstadii. Fol. maj. *Astronomicum Caesareum (Petri Apiani).*

Dieses Prachtwerk, auch in unserm Exemplar mit illuminirten Kupfern, ist ausführlich von *Weidler* p. 349—350 und noch umständlicher von *Kästner* II. p. 543—566 beschrieben. Siehe auch *Scheibel* p. 134 und *Lalande* p. 60. Es enthält Beobachtungen von 5 Cometen, siehe oben Seite 56. Nota. Merkwürdig ist das Aequatoreal, Torquetum genannt, wovon gegen das Ende auf einer Folioseite eine schöne Illuminirte Abbildung gegeben ist, und dessen Gebrauch in 12 Enunctiatis auseinandergesetzt ist. Das Enunctiatum decimum hat zur Ueberschrift: *Expedita facilitate longitudinem regionum invenire*, durch Beobachtung des Mondsortes am Aequatoreal und Vergleichung mit den Mondstafeln. Auf dem drittletzten Blatte stehen nach Finis noch 4 Zeilen mit verkehrt geschnittenen Buchstaben von der rechten zur linken Hand. Am bequemsten liest man sie in einem Spiegel, und da heiſsen sie

factum et actum Ingolstadii in edibus nostris. Anno a Christo nato Sesquimillessimo quadragesimo. Mense Majo.

Also kein sonderbarer Druckfehler, wie *Koll* nach *Scheibel* vermuthet, sondern eine typographische Spiegelschrift zu der es aber eigner Typen bedurfte, wenn diese Zeilen nicht besonders in Holz geschnitten gewesen sind.

Digitized by Google

30) 1541. Basileae. Fol. *Claudii Ptolemaei omnia quae extant opera, geographia excepta, latine.* Lalande p. 61. Scheibel p. 135.

31) 1542. Olyssippone. 4°. *Petri Nonii de crepusculis, item Allacen Arabis de causis crepusculorum etc.* Lalande p. 61. Scheibel p. 136.

32) 1542. Parisiis. Fol. *Orontii Finei Arithmetica practica.* Murhard I. p. 165.

Nach *Heilbronner* p. 782 ist die erste Ausgabe von 1525.

33) 1542. Vittembergae. 4°. *Nicolaus Copernicus de lateribus et angulis.* Kästner I. p. 576.

34*) 1543. Marburg. 4°. Sonnawern allerhandt künſtlich zu machen u. ſ. w. Durch D. Joan. Dryander Medicum Marpurgensem.

12 Blätter mit 10 Holzschnitten. *Lalande* hat die lateinische Ausgabe: de horologiorum solarium varia compositione Marpurgi 1543. 4°. angeführt. Diese Deutsche kennt er nicht. *Weidler* kennt nur eine Schrift desselben von 1537: annuli tres astronomici, die sich auch im *Lalande* findet.

35) 1543. Vuittembergae. 8°. *Euchiridion piarum precationum etc. quibus accessit novum Calendarium Vuittembergae. D. Mart. Luth.* Anno MDXLIII.

Ueber dieses Werk *Luthers* und den davor befindlichen Calender, den *Erasmus Reinholdus* verfaſst hat, siehe *Kästner* II. p. 342.

36) 1543. Norimbergae. Fol. *Nicolai Copernici Torinensis de revolutionibus orbium coelestium* libri VI. Scheibel p. 138. Lalande p. 62 und bei vielen.

37) 1543. Basileae. Fol. *J. de Monte regio et G. Purbachii epitome in Ptolemaeum.* Scheibel p. 138. Lalande p. 62.

38) 1543. Norimbergae. 4°. *H. Cardani libelli duo, unus de supplemento Almanach etc. item Genitarae LXVII.* Lalande p. 63.

39*) 1544. Mediolani. *Georgii Pilandri Zuiccaviensis anulus sphericus.*

Eine hübsch gedruckte Schrift, enthaltend Nachricht, Beschreibung, Testimonia über einen anulus astronomicus, den *Pylander* dem Alponso Davalo, Istorii Marchioni etc. Exercitus Caesarei Duci übergeben hat. *Pylander* kommt weder bei *Weidler* noch *Lalande* vor.

40*) 1544. Parisiis. Fol. *Orontii Finaei Delphinatis:* 1. Quadratura circuli. 2. De circuli mensura. 3. De multangularum omnium et regularium figurarum descriptione, liber hactenus desideratus. 4. De invenienda longitudinis locorum differentia, aliter quam per Lunares eclipses, liber admodum singularis. 5. Planisphaerium geographicum.

Diese Ausgabe von 5 Abhandlungen des *Orontius*, auf 120 Folioseiten, finde ich nirgends angegeben. Merkwürdig, daſs diese Schrift eines berühmten Pariser Gelehrten sich nicht bei *Lalande* findet, der doch so viele andere Schriften des *Orontius* angiht, aber grade die 4te der obigen nicht, auch in keiner andern Ausgabe, obgleich sie astronomisch die merkwürdigste Arbeit des Verfassers ist. Sie handelt nemlich umständlich von der Längenbestimmung durch Meridianbeobachtungen des Mondes und zwar bestimmt durch die Beobachtung der geraden Aufsteigung desselben in der Culmination, beschreibt Instrument, Beobachtungsort und Berechnung. *Olbers* hatte in seinen Weidler an den Rand geschrieben: de invenienda longitudine apud Lalandum (Astronomie) T. III. §. 4169. Da findet sich ganz kurz ein solcher Titel ohne Druckort und Jahreszahl, aber in der Bibliographie habe ich ihn vergeblich gesucht. Wahrscheinlich hat *Lalande* dies Werk nur aus einer Citation beim Gemma Frisius gekannt.

41) 1544. Norimbergae. 4°. *Arithmetica integra. Authore M. Stifelio.* Heilbronner p. 786, ausführlich Kästner I. p. 112 — 128.

42) 1544. Norimbergae. 4°. *Scripta Joannis Regiomontani de torqueto etc. et observationibus cometarum, aucta Schoneri additionibus, item: Observationes motuum Solis, ac Stellarum tam fixarum, quam erraticarum, item: Libellus G. Purbachii de quadrato geometrico.*

Lalande p. 63. Sein Titel scheint nicht genau zu sein. Dies Werk enthält an Beobachtungen:

1. p. 21 — 34. Sonnenbeobachtungen des *Regiomontanus* und *Walthers* von 1462 bis 1504.
2. *Regiomontani, Purbachii, Waltheri* Beobachtungen der Finsternisse, Cometen, Planeten und Fixsterne von 1457 bis 1504.

Den Beschluſs machen des *Regiomontanus* Problemata XVI de Cometae magnit. etc. (Siehe Nr. 19.)

43) 1545. Antverpiae et Lovanii. *Gemmae Frisii de Radio Astronomico et Geometrico liber.* Lalande p. 65. Scheibel p. 140.

Das Buch giht auf 59 schön gedruckten Blättern in XXIII Capiteln Vorschriften über die Construction des Radius astronomicus und seinen Gebrauch in der Astronomie und in der Geographie. Das interessanteste Capitel ist XXII, überschrieben: de longitudine locorum per Lunae locum, und enthält auf 7 Seiten eine vollständige und klare Auseinandersetzung der Längenbestimmung durch Abstände des Mondes von Sternen, belegt durch ein Beispiel einer am 12ten Juni 1540 in Loewen gemessenen Distanz zwischen dem Monde und β Scorpii, woraus Gemma durch Vergleichung mit den Tafeln des *Copernicus* findet, daſs Loewen um 1 St. 15′ westlich von Cracau liegt.

Digitized by Google

(Der wirkliche Längenunterschied nach neuen Bestimmungen ist 1 St. 1′ 2″.) Hieraus leitet er nun die Länge von Loewen gegen Alexandria ab, indem er zwischen Cracau und Alexandria nach *Copernicus* den Längenunterschied 1 St. setzt, sich aber dabei versieht und Alexandria westlicher als Cracau nimmt, statt östlicher (wie doch *Copernicus*, de revolutionibus fol. 79, ausdrücklich angibt). So kommt er freilich durch dieses Versehen zu dem sonderbaren Resultate, dafs Loewen nur 3‡ Längengrade westlich von Alexandria liegt, statt dafs er 33‡ hätte finden müssen, was mit der jetzigen Bestimmung 35° 10′ genau genug stimmt.

Anmerkung. Die Hauptmomente der Geschichte der Längenbestimmungen durch die Beobachtung des Mondsorts stellen sich hiernach folgendermafsen dar:

1. Vor 1500 ist vom Gebrauch des Mondsortes zur Längenbestimmung auf der Erde nicht die Rede. *Purbach* und *Regiomontanus* wenigstens, in ihren Schriften über practische Astronomie, erwähnen diese Methode gar nicht.
2. Der erste, der die Methode im Allgemeinen angedeutet hat, ist der Nürnberger Astronom *Johann Werner* gewesen, in seinem Commentar zur Geographie des *Ptolemaeus* von 1514.
3. *Peter Apianus* zu Ingolstadt gibt 1523 in seiner Cosmographia die Methode der Längenbestimmung durch Abstände des Mondes von Sternen an. Die erste bekannte Ausgabe der Cosmographie ist zwar von 1530, aber die Dedicationsschrift an den Erzbischof von Salzburg ist vom Januar 1523 unterschrieben, und deutet dadurch auch eine frühere Ausgabe dieses zum Unterricht bestimmten Werkes an. Das von ihm gebrauchte Instrument ist der baculus astronomicus, wie ihn auch *Regiomontanus* nannte, bald nachher radius astronomicus geheifsen. In Cap. X ist ein Beobachter, wie er die Distanz zwischen dem Monde und einem Fixstern mit dem baculo mifst, abgebildet. In seinem Astronomicon caesareum von 1540 zeigte *Apianus*, wie der Ort des Mondes am Aequatoreal beobachtet zur Längenbestimmung zu benutzen ist.
4. *Orontius Finaeus* zu Paris erfindet 1544 die Längenbestimmung aus der im Meridiane beobachteten geraden Aufsteigung des Mondes.
5. *Gemma Frisius* zu Loewen, in seinem Werke: de radio, vervollkommnet die Methode der Monddistanzen 1545, indem er die erforderliche Beachtung der Mondparallaxe gehörig erörtert. Wenn er dem *Orontius* die Vernachlässigung der Parallaxe vorwirft, so hat er Unrecht, da diese bei der geraden Aufsteigung des culminirenden Mondes = 0 ist. *Orontius* scheint gerade um die Einwirkung der Parallaxe zu vermeiden, die Meridianbeobachtung in Aufsteigung gewählt zu haben.

44) 1545. Parisiis. Fol. *Divi Alphonsi tabulae, opera Hamelii.* Lalande p. 64.

45) 1546. Basileae. 4°. *Sphaera mundi auctore Abrahamo Hispano etc.* Scheibel p. 142. Lalande p. 65.

46*) 1548. Antverpiae. 8°. *Cosmographica in astronomiam et geographiam isagoge per Rembertum Dodonaeum Malinatem.*

Lalande kennt nur ein anderes Werk des *Dodonaeus*: de sphaera 1584. 8°. *Weidler* führt ihn gar nicht unter den Astronomen auf. Sollte vielleicht der Titel bei *Lalande* ungenau und das Buch in das Jahr 1584 statt 1548 gesetzt sein. Ein gleicher Fall läfst sich nachweisen. Das Werk des *Gallucio* de fabrica et usu hemispherii uranici. 1596. Venetiis. Fol. ist von *Lalande* auf 1569 gesetzt, obgleich der Zusatz bei der Ausgabe von 1596 „nunc primum editus“ und die Dedication von 1596 über das Jahr der ersten Erscheinung keinen Zweifel übrig lassen.

47) 1548. Lovanii. 4°. *Cl. Ptolemaei operis quadripartiti traductio. A. Gogava interprete. Cum praef. Gemmae Frisii.* Scheibel p. 144. Lalande p. 67.

48*) 1549. Francofurti. 8°. *Quaestiones novae in libellum de sphaera Joannis de Sacro Busto collectae ab Hartmanno Beyer.*

Lalande kennt diese Ausgabe nicht, obgleich er 1549 zwei andere Commentare zum Sacro Busto angibt. Erst 1573 hat er die Quaestiones von *Beyer*, also 24 Jahre später d. h. in einer 2ten Ausgabe. Auch *Weidler* scheint nur die 2te Ausgabe gekannt zu haben, da er *Beyer* ums Jahr 1573 setzt.

49*) 1549. Nürnberg. 4°. Practica Teutsch, auff das 1550. lauffenden Jare, durch Anthonium Bielochssen. Astrologische Schrift von 8 Blättern.

50) 1549. Tiguri. 8°. *J. Honteri rudimenta cosmographica.* Lalande p. 69.

B. Andere merkwürdige Schriften.

1. Werke Tycho's und Schriften über den neuen Stern von 1572.

Wir besitzen die Werke *Tycho's* vollständig, unter ihnen auch die erste Schrift *Tycho's* über den neuen Stern von 1573. Diese Schrift mufs zu den gröfsten Seltenheiten gehören, da es scheint, dafs keiner der vielen Geschichtschreiber und Bibliographen sie gesehen hat, sondern alle sie nur nach der Citation in den Progymnasmata des *Tycho* erwähnen, wodurch zum Theil ein ganz entstellter Titel angegeben ist, so von *Lalande* p. 98. Diese Seltenheit ist auch sehr natürlich, da *Tycho* selbst von ihr sagt: „*Pauca enim edita sunt exemplaria et multo pauciora ad exteros allata*“ und sie deswegen zum Theil wieder abdrucken läfst. (Progymn. 1602 p. 585). Der vollständige Titel ist:

Tychonis Brahe, Dani, de *nova et nullius aevi memoria prius visa stella*, jam pridem anno a nato Christo 1572. mense Novembri primum conspecta, *contemplatio mathematica.* Cui, praeter exactam *Eclipsis Lunaris* hujus Anni pragmatian, et elegantem in *Uraniam* Elegiam, *epistola* quoque *Dedicatoria* accessit: in qua nova et erudita conscribendi *Diaria Metheorologica* Methodus utriusque astrologiae studiosis, eodem autore, proponitur: Cujus, ad hunc labentem annum, Exemplar, singulari industria elaboratum

Digitized by Google

conscripsit, quod tamen, multiplicium schematum exprimendorum, quo totum ferme constat, difficultate, edi, hac vice, temporis angustia non patiebatur. Hafniae. 1573. 4°.

Das ganze Werk ist 106 Seiten stark, von denen nur 27 Seiten in den Progymn. wiedergegeben sind, also nur der vierte Theil, freilich der wichtigere, indem das übrige zum gröfsten Theil astrologisch ist. Unter *Diaria metheorologica* auf dem Titel sind Diaria observationum astronomicarum zu verstehen. Im Jahre 1573 schon existirte also eine Reinschrift der Beobachtungen *Tycho's* vor 1573. Die in der Historia coelestis publicirten Beobachtungen fangen bekanntlich mit 1582 an.

Kästners Nachrichten über *Tycho's* Schriften Bd. II. S. 613 bis 661 sind bibliographisch nicht genau; richtiger ist was *Lalande* namentlich in Bezug auf die Ausgaben der Progymnasmata von 1602 und 1603, von 1610 und 1648 beibringt. *Lalande* sagt p. 154 von der Ausgabe von 1610: c'est un nouveau frontispice à des ouvrages imprimés en 1596. Dies ist dahin zu berichtigen, dafs alles, was Pars I bis Seite 15 des Textes geht, ein neuer Satz ist, in welchem die Druckfehler der Ausgabe von 1602 bis dahin verbessert sind. Das Druckfehlerverzeichnifs am Ende ist aber dasselbe geblieben. In Pars II sind Titel und 7 Blätter bis zum Text und das letzte Blatt des Textes, Seite 465 und 466, neu gedruckt. Die dem Pars II angebundenen, von dem Progymnasm getrennten epistolae hätten aber von *Lalande*, wie *Kästner* dies gethan hat, als ein ganz neues Werk angegeben werden müssen, dessen Druck indefs schon 1596 in Uraniborg vollendet worden war. *Lalande* führt auch die Briefe schon als besonderes Werk unter dem Jahre 1596 an. Offenbar ist unsere Ausgabe dieselbe, nur mit neuem Titel.

Eine kleine merkwürdige Schrift *Tycho's* ist seine *Oratio de disciplinis mathematicis*, quam in regia Academia Hafniae publice habuit in concessu professorum et studiosorum, antequam susciperet praelectiones mathematicas in fine anni 1574. *Tycho* war, obgleich er nicht zur Universität gehörte, von seinem Könige *Friedrich II.* aufgefordert worden Vorträge zu halten, und kündigt in dieser öffentlichen Rede an, dafs er den 2ten Theil der Astronomie, welche die Bewegung der zweiten Sphäre enthält, erläutern werde, namentlich die Berechnung der Bewegung der Planeten nach den Prutenischen Tafeln. Die Rede gibt eine sehr lichtvolle Uebersicht der Verbindung zwischen Mathematik, in ihren beiden Theilen Arithmetik und Geometrie, mit der Astronomie und der Astrologie, die er in Schutz nimmt *), verbunden mit historischen Nachrichten, alles natürlich vom damaligen Standpunkte aus. Beachtenswerth ist die hohe Verehrung, die er für den *Copernicus* ausspricht, obgleich er sich schon als dessen Gegner ankündigt: „quem alterum *Ptolemaeum* non immerito dixeris, — qui admiranda ingenii solertia hypothesibus aliter constitutis motuum scientiam ita restauravit, ut nemo ante ipsum exactius de siderum motibus sit philosophatus" u. s. w.

Von den Schriften, die bei Gelegenheit des Sterns von 1572 erschienen sind, besitzen wir aufser den beiden Tychonischen Hauptwerken folgende, die *Olbers* selbst als zum Theil zu den seltensten Schriften gehörig bezeichnet:

1573. Francofurti ad M. 4°. *Th. Hagecii ab Hayk Dialexis de novae et prius incognitae stellae... apparitione.* 176 S.

1573. 4°. *De nova stella judicia Cypriani Leovitii a Leonicia et Cornelia Gemmae. Addita sunt de eadem epigrammata quaedam lectu dignissima.* (Ohne Druckort.) 16 Seiten.

1573. 4°. *De peregrina stella quae superiore anno primum apparere coepit, Corn. Gemmae et G. Postelli Barentani judicia.* (Ohne Druckort u. Jahrzahl.) 14 Seiten.

1573. Lavingae. 4°. *De nova stella. Judicium Cypriani Leovitii a Leonicia.* 7 Seiten.

1573. Francofurti ad V. 4°. *Eliae Camerarii observatio et descriptio novi sideris etc.* 31 Seiten.

Camerarius sagt ausdrücklich an 2 Stellen, dafs er den Stern schon principio Octobris gesehen habe, während von den andern Astronomen keiner ihn vor dem 7ten Nov. erblickt hat.

1573. Erffurdt. 4°. *Observatio* und Beschreibung des Newen Cometen u. s. w. Durch *Andream Nolthium mathematicum.* 20 Seiten.

1573. Erffurdt. 4°. *Von dem Cometen, welcher in diesem 1572. Jar in dem Monat Novembris erschienen. Beschrieben durch Georgium Busch.* 25 Seiten.

1573. Erffurdt. 4°. Beschreibung des Cometen u. s. w. *Autore M. Aegidio.* 19 Seiten.

1577. Pragae. 4°. *Th. Hagecii ab Hayck Spongia contra rimosas et fatuas cucurbitulas Hannibalis Raymundi.* 18 Seiten.

Der Anhang S. 13—18 bezieht sich auf den neuen Stern.

Aufserdem befinden sich in der Olbersschen Sammlung noch folgende auf den neuen Stern bezügliche Handschriften:

1. Schreiben des Philippus Appianus an den Landgrafen Wilhelm von Hessen, vom 26sten Dec. 1572, deutsch ist also der Originaltext des Briefes, den *Tycho* Progymn. I. p. 643 in lateinischer Uebersetzung gegeben hat.

*) Es ist wohl keinem Zweifel unterworfen, dafs *Tychos* Ansichten sich in Bezug auf Astrologie mit spätern Jahren wesentlich änderten. So verwirft er in den Progymn. p. 592 den astrologischen Theil seiner frühern Schrift de nova stella gänzlich, und bricht ab mit der Erklärung: „Cetera, quae praedictionem astrologicam continebant, volens relinquo."

Digitized by Google

2. Lateinischer Brief des Casparus Peucerus zu Wittenberg an den Churfürsten von Sachsen, vom 9ten Dec. 1572. Dieser Brief ist nicht im Tycho abgedruckt, der nur erwähnt, dafs durch diesen Brief der Churfürst, und in Folge dessen der Landgraf von Hessen durch den Churfürsten von der Erscheinung des Sterns zuerst benachrichtigt sei.
3. Schreiben des Caspar Peucerus zu Wittenberg an den Landgrafen von Hessen in lateinischer Sprache, vom 1sten Jan. 1573. Abgedruckt bei Tycho p. 605.
4. Schreiben des Landgrafen von Hessen an *Peucer*, vom 14ten Januar 1573, Antwort auf das vorhergehende. In deutscher Sprache, also Originaltext des bei Tycho p. 612 übersetzten Briefes.
5. Lateinische Schrift, überschrieben: de Cometa qui proximo mense Novembri et Decembri conspectus est, et de lectione Cap. XXXII Deuter. D. Davidis Chytraei Intimo. Unterschrieben: Rostochii d. XIX Dec. MDLXXII.

Die Abschriften 1. 3. 4. 5. sind alle von derselben Hand und scheinen sehr alt. 2. ist von neuerer Handschrift. Wie *Olbers* zu ihrem Besitz gelangt ist, finde ich nirgends angegeben.

2. Werke *Keppler's* und Schriften über den neuen Stern vom Jahre 1604.

Die gröfsern Werke *Kepplers* besitzen wir alle, nämlich: 1) Paralipomena 1604, 2) Stella nova 1606, 3) Stella Martis 1609, 4) Dioptrice 1611, 5) Ephemerides a 1617—1636, 6) Epitome 1618, 7) Harmonice mundi 1619, 8 et 9) Chilias Logar. et Supplementum 1624 und 1625, 10) Tabulae Rudolphinae 1627, 11) Somnium 1634, 12) Epistolae 1718. Von den kleinern finden sich 11 vor, von dem Prodromus dissertationum cosmographicarum von 1596, der ersten unter seinem Namen herausgegebenen *), bis zu der sehr seltnen Schrift: Terrentii epistolium ex regno Sinarum 1630, der letzten bei seinem Leben erschienenen. Bei dieser Gelegenheit erlaube ich mir eine Bemerkung über die Rechtschreibung des Namens *Keppler*. In den früheren Schriften schreibt er sich gewöhnlich mit einem p, aber doch schon 1605 auf einer deutschen Schrift Kheppler und 1608 auch Keppler. Seit 1619 ist aber der Name mit einem doppelten p geschrieben und dies hat auch der Sohn als Herausgeber des Somnium beibehalten. Es ist also hiernach durch *Keppler* selbst für die Schreibung mit pp entschieden. *Breitschwerdt* im „Leben des grofsen Astronomen" hat auch pp, sagt aber fälschlich, dafs er sich in den lateinischen Werken immer mit einem einfachen p unterschrieb, da er in späterer Zeit immer pp hat.

Ueber den neuen Stern von 1604 hat bekanntlich *Keppler* eine Hauptschrift herausgegeben, 1606. Pragae 4°. De stella nova in pede serpentarii. Sehr selten ist seine kleinere erste Schrift über diesen Stern, die *Kästner* nicht einmal erwähnt, deren Titel auch sonst nirgends angegeben zu sein scheint. Er ist:

Gründlicher Bericht und Bedencken von einem ungewöhnlichen newen Stern, welcher im October deß 1604. Jahrs erstmals observirt und gesehen worden. Gestellt durch Johann Kheppl: lern, Röm. Kay. May. Mathematicum und Heliseum Roeselinum, der Artzney Doct. und der Stadt Hagenaw bestellten Physicum. Nachgedruckt zu Amberg, bey Michel Forstern. 1605. 15 Seiten. 4°.

Aufser dieser Schrift finden sich in der Olbersschen Sammlung noch folgende unmittelbar auf diesen Stern sich beziehende:

1604. Erffordt. 4°. 21 Seiten. *Cometa*, So Anno 1604 den 3. Tag Octobris am Himmel erschienen. Durch Johannem Krabben von Münden.

1604 Stettin. 4°. 41 Seiten. Astronomische und historische Erklerung des newen Sterns u. s. w. Durch D. Davidem Herlicium.

1605. Eisleben. 4°. 14 Seiten. Gründlicher und warer Bericht von dem newem Cometenstern u. s. w. Durch M. Albinum Mollerum.

1605. Eisleben. 4°. 90 Seiten. Cometen Stundbüchlein u. s. w. Durch M. Balthasarum Büttnerum

1606. Bernae. 4°. *De sydere novo etc. enarratio apodeictica autore Elia Molerio.*

Ueber beide neuen Sterne so wie über andere veränderliche Sterne, namentlich Mira Ceti, handeln aufserdem noch 13 Abhandlungen unserer Sammlung.

*) Nach *Kästner* IV. p. 216 ist ein Calender für 1594 von ihm, alsovor dem Prodromus gedruckt.

3. Werke des Hevelius.

Ich habe unsere Sammlung dieser Werke, die schon früher angefangen und durch die Olbersche Bibliothek vervollständigt ist, mit dem Verzeichnifs in *Westphals* Leben des *Hevelius* verglichen, und gefunden, dafs wir alle Schriften des *Hevelius* haben und zwar in ausgezeichnet schönen Exemplaren. Hierunter befindet sich denn auch die so seltne *Epistola ad amicum de cometa anno* 1677 *Gedani observato*, von der bisher nur 3 Exemplare bekannt sind.

(Tiré du *Bulletin scientifique publié par l'Académie Imp. des Sciences de St. Pétersbourg, T. X. No. 4.*)

Vermischtes.

Herr Geheimer-Rath *Bessel* äussert sich in einem Briefe an den Herausgeber vom 20. März folgendermaafsen, über Herrn *Clausens* Preisschrift:

„Welche herrliche, oder richtiger, meisterhafte Arbeit ist die von *Clausen* über den Cometen von 1770! sie ist eine Leistung unserer Zeit, welche unsere Nachkommen ihr anzurechnen nicht vergessen werden."

S.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 452.

Mondculminationen in Altona 1842.

(S. Nr. 447.)

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Juli	4 o	4h 6′ 17″76	+24° 47′ 39″8	57′ 49″9	15′ 45″6	69″44
	5 u	4 37 30,10	25 29 41,5	58 16,7	15 52,8	70,37
	o	5 9 30,14	25 46 48,8	58 42,5	15 59,9	71,07
	6 u	5 42 2,66	25 37 16,9	59 6,8	16 6,5	71,46
	o	6 14 49,94	25 0 11,2	59 28 9	16 12,6	71,54
	7 u	6 47 33,60	23 55 34,3	59 47,2	16 17,8	71,31
	8 o	7 19 56,85	22 24 29,5	60 4,2	16 22,2	70,83
	u	7 51 46,03	20 28 55,2	60 16,3	16 25,4	70,13
	9 o	8 22 51,93	18 11 33,7	60 24,5	16 27,7	69,31
	u	8 53 9,79	15 35 38,3	60 28,5	16 28,7	68,43
	10 o	9 22 39,18	12 44 39,9	60 28,5	16 28,7	67,58
	u	9 51 23,12	9 42 16,2	60 24,4	16 27,7	66,80
	11 o	10 19 27 41	6 31 59,5	60 17,0	16 25,6	66,14
	u	10 46 59,44	3 17 14,9	60 6,3	16 22,8	65,63
	12 o	11 14 7,77	+ 0 1 14,2	59 53,0	16 19,1	65,27
	u	11 41 1,38	— 3 13 1,5	59 37,3	16 14,8	65,09
	13 o	12 7 49,22	6 22 46,2	59 20,1	16 10,1	65,08
	u	12 34 39,85	9 25 24,4	59 1,6	16 5,1	65,22
	14 o	13 1 41,01	12 18 30,0	58 42,4	15 59,8	65,49
	u	13 28 59,26	14 59 46,1	58 22,7	15 54,5	65,88
	15 o	13 56 39,61	17 27 3,4	58 2,9	15 49,1	66,33
	u	14 24 45,13	19 38 21,4	57 43,2	15 43,7	66,80
	16 o	14 53 16,56	21 31 50,2	57 23,9	15 38,4	67,25
	u	15 22 12,02	23 5 52,6	57 5,0	15 33,3	67,64
	17 o	15 51 27,02	24 19 8,9	56 46,8	15 28,3	67,91
	u	16 20 54,56	25 10 40,9	56 29,4	15 23,6	68,04
	18 o	16 50 25,58	25 39 56,8	56 12,4	15 19,0	67,98
	u	17 19 49,85	25 46 52,7	55 56,1	15 14,6	67,71
	19 o	17 48 56,84	25 31 53,5	55 40,8	15 10,4	67,26
	u	18 17 36,73	24 55 53,7	55 26,3	15 6,4	66,64
	20 o	18 45 41,18	24 0 9,2	55 12,7	15 2,7	65,88
	u	19 13 4,01	22 46 15,4	54 59,9	14 59,2	65,01
	21 o	19 39 41,47	21 15 59,7	54 48,1	14 56,0	64,10
	22 u	20 5 32,15	19 31 16,9	54 37,6	14 53,1	63,17
	o	20 30 36,81	17 34 1,2	54 28,1	14 50,5	62,27
	23 u	20 54 58,03	15 26 6,5	54 20,1	14 48,4	61,44
	o	21 18 39,77	13 9 19,3	54 13,4	14 46,5	60,69
	24 u	21 41 47,16	10 45 21,6	54 7,8	14 45,0	60,05
	o	22 4 26,13	8 15 47,3	54 4,0	14 44,0	59,55
	25 u	22 26 43,11	5 42 4,2	54 1,7	14 43,4	59,19
	o	22 48 45,04	3 5 32,5	54 1,5	14 43,3	58,97
	26 u	23 10 39,08	— 0 27 29,5	54 3,1	14 43,7	58,91
	o	23 32 32,62	+ 2 10 51,3	54 6,6	14 44,7	59,02
	27 u	23 54 33,25	4 48 17,3	54 12,3	14 46,2	59,29
	o	0 16 48,73	7 23 36,0	54 20,4	14 48,4	59,72
	28 u	0 39 26,93	9 55 30,3	54 30,8	14 51,3	60,32
	o	1 2 35,80	+12 22 38,2	54 43,5	14 54,8	61,07
Juli	28 o	1h 2′ 35″80	+12° 22′ 38″2	54′ 43″5	14′ 54″8	61″07
	29 u	1 26 23,10	14 43 30,6	54 58,7	14 58,9	61,96
	o	1 50 56,38	16 56 27,0	55 16,5	15 3,7	62,98
	30 u	2 16 22,48	18 59 36,4	55 36 7	15 9,2	64,10
	o	2 42 47,25	20 50 54,2	55 59,2	15 15,4	65,30
	31 u	3 10 14,80	22 28 3,2	56 23,9	15 22,1	66,52
	o	3 38 46,88	23 48 36,8	56 50,5	15 29,4	67,72
Aug.	1 u	4 8 22,26	24 50 3,1	57 18,5	15 37,0	68,83
	o	4 38 55,97	25 29 52,4	57 47,8	15 45,0	69,80
	2 u	5 10 19,17	25 45 50,1	58 17,5	15 53,0	70,54
	o	5 42 19,52	25 36 7,5	58 47,1	16 1,1	71,05
	3 u	6 14 41,97	24 59 35,4	59 15,7	16 8,9	71,27
	o	6 47 10,40	23 55 53,8	59 42,5	16 16,3	71,21
	4 u	7 19 29,25	22 25 37,2	60 6,9	16 22,9	70,89
	o	7 51 25,29	20 30 14,7	60 28,0	16 28,6	70,36
	5 u	8 22 48,65	18 12 5,4	60 45,1	16 33,3	69,71
	o	8 53 33,61	15 34 6,2	60 57,9	16 36,7	68,98
	6 u	9 23 38,12	12 39 43,8	61 5,7	16 38,9	68,25
	7 o	9 53 3,87	9 32 40,8	61 8,6	16 39,7	67,58
	u	10 21 55,02	6 16 47,3	61 6,2	16 39,0	67,00
	8 o	10 50 17,82	+ 2 55 51,8	60 59,1	16 37,1	66,56
	u	11 18 19,60	— 0 26 24,2	60 47,2	16 33,9	66,26
	9 o	11 46 8,34	3 46 31,6	60 31,4	16 29,6	66,12
	u	12 13 51,97	7 1 13,1	60 12,2	16 24,3	66,11
	10 o	12 41 38,07	10 7 29,5	59 50,3	16 18,3	66,25
	u	13 9 33,20	13 2 34,5	59 26,5	16 11,9	66,51
	11 o	13 37 42,67	15 43 59,0	59 1,3	16 5,0	66,84
	u	14 6 10,07	18 9 28,6	58 35,2	15 57,8	67,20
	12 o	14 34 56,95	20 17 6,5	58 8,9	15 50,7	67,57
	u	15 4 2,43	22 5 13,1	57 43,2	15 43,7	67,90
	13 o	15 33 23,38	23 32 29,0	57 18,0	15 36,9	68,13
	u	16 2 54,21	24 37 57,0	56 54,0	15 30,3	68,23
	14 o	16 32 27,48	25 21 5,2	56 31,4	15 24,1	68,17
	u	17 1 54,36	25 41 48,1	56 10,4	15 18,4	67,95
	15 o	17 31 6,58	25 40 26,6	55 50,7	15 13,0	67,53
	u	17 59 52,20	25 17 45,4	55 32,6	15 8,1	66,96
	16 o	18 28 6,32	24 34 52,4	55 16,3	15 3,7	66,25
	u	18 55 41,91	23 33 12,8	55 1,7	14 59,7	65,43
	17 o	19 22 34,85	22 14 22,6	54 48,4	14 56,1	64,54
	u	19 48 43,20	20 40 6,6	54 36,7	14 52,9	63,62
	18 o	20 14 6,97	18 52 12,4	54 26,5	14 50,2	62,72
	u	20 38 47,92	16 52 28,3	54 18,0	14 47,8	61,85
	19 o	21 2 49,26	14 42 38,2	54 10,7	14 45,8	61,05
	u	21 26 15,23	12 24 23,4	54 4,9	14 44,2	60,36
	20 o	21 49 10,97	9 59 19,2	54 0,6	14 43,1	59,78
	21 u	22 11 42,12	7 28 57,7	53 57,9	14 42,3	59,33
	o	22 33 54,87	— 4 54 44,5	53 56,2	14 41,9	59,01

Digitized by Google

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Aug.	21 o	22h 33′ 54″87	— 4° 54′ 44″5	53′ 56″2	14′ 41″9	59″01
	22 u	22 55 55,63	— 2 18 2,3	53 56,1	14 41,8	58,83
	o	23 17 50,95	+ 0 19 49,1	53 57,5	14 42,2	58,81
	23 u	23 39 47,69	2 57 31,9	54 0,7	14 43,1	58,95
	o	0 1 52,70	5 33 49,2	54 5,4	14 44,4	59,24
	24 u	0 24 13,03	8 7 21,7	54 11,8	14 46,2	59,68
	o	0 46 55,57	10 36 48,4	54 20,1	14 48,4	60,26
	25 u	1 10 7,24	13 0 44,7	54 30,2	14 51,1	60,97
	o	1 33 54,79	15 17 39,1	54 42,0	14 54,3	61,81
	26 u	1 58 24,50	17 25 53,7	54 56,1	14 58,2	62,76
	o	2 23 42,01	19 23 41,9	55 12,5	15 2,7	63,80
	27 u	2 49 51,85	21 9 8,6	55 30,8	15 7,7	64,89
	o	3 16 57,00	22 40 11,7	55 51,0	15 13,1	65,97
	28 u	3 44 58,39	23 54 43,3	56 13,5	15 19,3	67,04
	o	4 13 54,52	+ 24 50 34,0	56 37,9	15 26,0	68,03
Aug.	28 o	4h 13′ 54″52	+ 24° 50′ 34″0	56′ 37″9	15′ 26″0	68″03
	29 u	4 43 40,90	25 25 39,1	57 4,1	15 33,1	68,85
	o	5 14 10,20	25 38 5,7	57 32,0	15 40,7	69,56
	30 u	5 45 12,39	25 26 23,9	58 0,7	15 48,5	70,02
	o	6 16 35,55	24 49 33,2	58 30,0	15 56,5	70,26
	31 u	6 48 7,10	23 47 10,6	58 59,2	16 4,5	70,27
	o	7 19 34,89	22 19 35,4	59 27,7	16 12,2	70,07
Sept.	1 u	7 50 48,49	20 27 50,7	59 54,6	16 19,5	69,70
	o	8 21 40,08	18 13 40,8	60 19,3	16 26,3	69,23
	2 u	8 52 4,90	15 39 27,4	60 40,7	16 32,1	68,69
	o	9 22 1,39	12 48 4,0	60 58,3	16 36,9	68,15
	3 u	9 51 30,66	9 42 47,4	61 11,3	16 40,4	67,66
	o	10 20 36,35	6 27 11,9	61 19,3	16 42,6	67,27
	4 u	10 49 23,73	+ 3 5 3,5	61 22,0	16 43,3	66,98
	5 o	11 17 59,21	— 0 19 48,1	61 19,0	16 42,5	66,83

		Culmination.			Grade Aufsteigung.			Abweichung.			Parallaxe.	
1842.		Log a	Log b	Log c	Log a′	Log b′	Log c′	Log a″	Log b″	Log c″	Log a‴	Log b‴
Juli	4	2,630360	0,20172	8,2756n	2,612196	0,14624	8,1907n	2,854807	1,52510n	9,4336n	0,77627	7,4256n
	5	2,652112	9,94242	8,5426n	2,633044	9,88456	8,4594n	1,728309	1,59505n	9,1608n	0,74667	8,4670n
	6	2,658644	9,00203n	8,5721n	2,639286	8,95181n	8,4842n	2,830423n	1,60822n	8,7388	0,66647	8,7478n
	8	2,649655	9,96507n	8,3799n	2,630691	9,90879n	8,3081n	3,139565n	1,55962n	9,3923	0,50320	8,9027n
	9	2,629875	0,11285n	7,7081n	2,611736	0,05908n	7,6517n	3,292470n	1,44308n	9,5706	0,13129	9,0167n
	10	2,606536	0,08773n	7,9820	2,589323	0,03742n	7,9245	3,374133n	1,23509n	9,5973	9,65963n	9,0054n
	11	2,586402	9,93801n	8,2250	2,569951	9,88824n	8,1746	3,411912n	0,83181n	9,5588	0,30619n	8,9170n
	12	2,573887	9,59591n	8,2728	2,557900	9,54398n	8,2168	3,418094n	0,40755	9,5130	0,51161n	8,7874n
	13	2,570766	8,88437	8,2318	2,554893	8,85438	8,1658	3,397721n	1,02692	9,4467	0,60112n	8,5396n
	14	2,576365	9,66404	8,0848	2,560292	9,61666	8,0183	3,350720n	1,25029	9,3775	0,63873n	8,1246n
	15	2,587910	9,83215	7,6142	2,571413	9,78398	7,5425	3,271086n	1,37937	9,3193	0,64436n	
	16	2,601048	9,81272	7,8205n	2,584053	9,75885	7,7309n	3,142706n	1,46287	9,1813	0,63014n	7,9027
	17	2,610678	9,53215	8,2291n	2,593305	9,47948	8,1415n	2,921376n	1,50954	8,9016	0,59663n	8,2707
	18	2,612344	9,25570n	8,3413n	2,594906	9,20295n	8,2617n	2,382103n	1,52055	8,3474n	0,57013n	8,1246
	19	2,603810	9,86289n	8,2820n	2,586720	9,81072n	8,2481n	2,535067	1,49528	9,0691n	0,52102n	8,3287
	20	2,585792	0,04939n	8,0133n	2,569377	0,00007n	7,9701n	2,939876	1,43428	9,2703n	0,46778n	8,3287
	21	2,561553	0,09973n	6,7304n	2,546013	0,05191n	6,9193n	3,117501	1,33767	9,3228n	0,39424n	8,4670
	22	2,535477	0,06704n	7,8404	2,520821	0,02212n	7,7569	3,217540	1,20889	9,2995n	0,30599n	8,3799
	23	2,511770	9,96481n	8,0647	2,497884	9,92187n	8,0071	3,276901	1,03891	9,2546n	0,13809n	8,4256
	24	2,493837	9,77102n	8,1428	2,480497	9,73390n	8,1011	3,310828	0,80101	9,2089n	9,83946n	8,6017
	25	2,484027	9,32618n	8,1774	2,470987	9,28534n	8,1234	3,326894	0,36610	9,1497n	9,20147	8,6809
	26	2,483708	9,27804	8,2010	2,470681	9,24200	8,1477	3,328540	0,14732n	9,1467n	0,00987	8,7267
	27	2,493405	9,78422	8,2156	2,480075	9,74726	8,1794	3,316382	0,71948n	9,1765n	0,31745	8,7680
	28	2,512749	0,01290	8,2030	2,498824	9,97116	8,1578	3,287918	0,98128n	9,2609n	0,49446	8,7680
	29	2,540206	0,15146	8,1266	2,525397	0,10801	8,0279	3,236329	1,17258n	9,3349n	0,62721	8,7680
	30	2,572864	0,22721	7,8047	2,556913	0,17858	7,7255	3,146328	1,32906n	9,4118n	0,72154	8,7267
	31	2,606120	0,23153	7,7911n	2,588938	0,18016	7,8202n	2,979313	1,45507n	9,4309n	0,78226	8,5396
Aug.	1	2,634085	0,12506	8,3462n	2,615782	0,07092	8,2922n	2,575133	1,54874n	9,3296n	0,81611	8,2038
	2	2,650984	9,77416	8,5194n	2,631968	9,71521	8,4462n	2,485302n	1,59711n	8,9034n	0,81241	8,0277n
	3	2,653678	9,41790n	8,4840n	2,634549	9,35987n	8,4195n	3,010922n	1,59392n	9,0412	0,75838	8,6561n
	4	2,643500	9,94691n	8,2094n	2,624802	9,89055n	8,1456n	3,228489n	1,52893n	9,4569	0,63265	8,9170n
	5	2,625719	0 03824n	5,7925n	2,607756	9,98732n	6,6353n	3,346851n	1,38969n	9,5932	0,36780	9 0384n
	7	2,606948	9,96921n	8,0462	2,589727	9,91854n	7,9670	3,408998n	1,12440n	9,6262	8,71459	9,1246n
	8	2,592659	9,75167n	8,2072	2,575980	9,70122n	8,1415	3,431759n	0,32257n	9,6002	0,32754n	9,0884n
	9	2,585898	9,13387n	8,2116	2,569477	9,10086n	8,1518	3,422746n	0,91012	9,5380	0,59241n	8,9571n
	10	2,587133	9,38847	8,0952	2,570656	9,33910	8,0346	3 384143n	1,22468	9,4639	0,70702n	8,7267n
	11	2,594453	9,68568	7,7403	2,577703	9,63418	7,7117	3,312877n	1,37676	9,3665	0,75786n	8,4256n
	12	2,604195	9,70193	7,6164n	2,587074	9,65018	7,5384n	3,197863n	1,46405	9,2053	0,76211n	8,0277
	13	2,611752	9,42930	8,1382n	2,594341	9,37419	8,0777n	3,008814n	1,51113	8,8558	0,73876n	8,3287
	14	2,612884	9,23078n	8,2822n	2,595486	9,17603n	8,2229n	2,628971n	1,52296	8,3539n	0,68248n	8,6297
	15	2,605153	9,82052n	8,2505n	2,587995	9,76665n	8,1765n	2,211187	1,50140	8,9882n	0,62463n	8,5718

Digitized by Google

1842.	Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
Aug. 16	2,588714	0,01560*n*	8,0242*n*	2,572176	9,96477*n*	7,9347*n*	2,846526	1,44804	9,2142*n*	0,53690*n*	8,6297
17	2,566132	0,07880*n*	7,2744*n*	2,550424	0,03105*n*	7,2537*n*	3,065743	1,36648	9,3053*n*	0,44972*n*	8,5048
18	2,541168	0,06087*n*	7,7262	2,526317	0,01688*n*	7,7032	3,185172	1,25318	9,2915*n*	0,31888*n*	8,6017
19	2,517680	9,97756*n*	7,9925	2,503599	9,93482*n*	7,9479	3,256708	1,10689	9,2546*n*	0,17271*n*	8,5048
20	2,498839	9,81964*n*	8,0899	2,485359	9,77736*n*	8,0197	3,299332	0,90750	9,2246*n*	9,88785*n*	8,6017
21	2,486953	9,50718*n*	8,1263	2,473818	9,47476*n*	8,0977	3,321792	0,57952	9,1879*n*	9,40768*n*	8,4256
22	2,483404	8,58029	8,1524	2,470385	8,53155	8,0977	3,328300	9,37463*n*	9,1746*n*	9,71191	8,6561
23	2,488859	9,61354	8,1599	2,475679	9,57776	8,1000	3,320197	0,63005*n*	9,1794*n*	0,09779	8,6561
24	2,503121	9,89249	8,1541	2,489506	9,85315	8,0813	3,296178	0,92621*n*	9,2272*n*	0,31382	8,6561
25	2,525172	0,05342	8,0964	2,510862	0,01034	8,0224	3,251738	1,12250*n*	9,2711*n*	0,46412	8,7478
26	2,552892	0,14783	7,9034	2,537650	0,10296	7,7862	3,176462	1,27255*n*	9,3228*n*	0,58834	8,7044
27	2,582868	0,17959	6,5394*n*	2,566556	0,13046	6,8001*n*	3,046239	1,39406*n*	9,3781*n*	0,68053	8,7874
28	2,610583	0,13121	8,0895*n*	2,593216	0,07966	8,0127*n*	2,786191	1,49018*n*	9,3336*n*	0,75023	8,6561
29	2,631127	9,94717	8,3658*n*	2,612946	9,89106	8,3116*n*	0,892374	1,55317*n*	9,1234*n*	0,79795	8,4256
30	2,640853	9,34969	8,4179*n*	2,622262	9,29273	8,3507*n*	2,819589*n*	1,57699*n*	7,4244*n*	0,81216	7,4256
31	2,639191	9,58667*n*	8,2835*n*	2,620673	9,53124*n*	8,2168*n*	3,123706*n*	1,55354*n*	9,1658	0,79012	8,4670*n*
Sept. 1	2,629033	9,86001*n*	7,8082*n*	2,610928	9,80586*n*	7,7335*n*	3,284846*n*	1,47549*n*	9,4609	0,71422	8,7874*n*
2	2,615537	9,86623*n*	7,7142	2,597984	9,81200*n*	7,5384	3,377739*n*	1,31848*n*	9,5798	0,54032	8,9819*n*
3	2,603952	9,69294*n*	8,0908	2,586844	9,64341*n*	8,0238	3,425511*n*	0,99456*n*	9,6303	0,08086	9,0977*n*

Th. Clausen.

Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen.

Von Herrn *H. Petersen.*

(Fortsetzung.)

Moskwa (Länge O. von Greenwich $= \lambda = 37°\,35'\,46''$; Breite $= \varphi = 55°\,46'\,31''$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\omega\Delta\delta =$	$-1{,}19540 =$	$-8{,}56531\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}03137\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}26154\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}77122\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}14419\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}84807\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}53429\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}49280\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}80572\,\Delta h^{4,4}$	$-8{,}80083\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}45731\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}58870\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}95818\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}28489\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}92881\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}62585\,\Delta h^{3,3}$	$-8{,}85762\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}72052\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}80331\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04244\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}33641\,\Delta h^{2,2}$	$-8{,}63917\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}81888\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}87555\,\Delta g^{1,1}$

Moskwa ($\lambda = 37°\,38'\,18''$ $\varphi = 55°\,45'\,13''$)

$\Delta X =$	$-1{,}80693 =$	$+9{,}67578\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}42938\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}31653\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}72354\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}30395\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}32986\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}70380\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}71024\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}46194\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91167\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}99225\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}87940\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}17657\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}75698\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}48542\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}85936\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96866\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}46287\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}35002\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}37375\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}95416\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}75032\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}81597\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}70312\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y =$	$-1{,}23704 =$	$+9{,}10921\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}22206\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}76961\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}18920\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}85936\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}48542\,\Delta h^{4,3}$
		$+9{,}54463\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}79293\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}47004\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}58289\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}95416\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}37375\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}94206\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}56812\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}70312\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}81597\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}03685\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}45644\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}78581\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}89866\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z =$	$-1{,}10072 =$	$-9{,}21838\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}67135\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}55850\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}33746\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}91787\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}45759\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}83153\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}64016\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}39186\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}44006\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}93526\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}82241\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}42509\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}00550\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}44337\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}81731\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02115\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}04341\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}93056\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}38385\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96326\,\Delta h^{2,3}$	$+0{,}21834\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}95000\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}83716\,\Delta h^{1,1}$

Nowaja Derewnja ($\lambda = 37°\,56'\,24''$ $\varphi = 55°\,46'$)

$\Delta\omega =$	$-1{,}78902 =$	$+9{,}67487\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}44139\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}29123\,\Delta h^{4,1}$	$-7{,}83735\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}32778\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}43841\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}67861\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}73425\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}36393\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91051\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}07654\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}67579\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}88487\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76969\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}58060\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}83734\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96738\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}39944\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43699\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}16191\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96379\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74897\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}78141\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}75247\,\Delta h^{1,1}$

Digitized by Google

Bogorodsk ($\lambda = 38°\,23'\,37''$ $\varphi = 55°\,46'\,56''$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\omega\Delta\delta =$	$-0{,}78438 =$	$-8{,}52258\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}04956\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}25462\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}77388\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}09491\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}83998\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}56559\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}44531\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}81544\,\Delta h^{4,4}$	$-8{,}75798\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}46677\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}58386\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}96029\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}23465\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}92065\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}65561\,\Delta h^{3,3}$	$-8{,}81472\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}72632\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}79967\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04420\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}28531\,\Delta h^{2,2}$	$-8{,}59624\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}82283\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}87262\,\Delta h^{1,1}$

Platowa (λ 38° 43′ 24″ $\varphi = 55°\,47'$)

$\Delta\omega =$	$-1{,}77590 =$	$+9{,}67545\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}43530\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}30166\,\Delta h^{4,1}$	$-7{,}73450\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}32720\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}46050\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}67031\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}74166\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}31329\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91079\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}06445\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}71054\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}82752\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77038\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}60464\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}82886\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96750\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}40033\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43579\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}10694\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96479\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74901\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}77935\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}75476\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Z =$	$-1{,}54444 =$	$-9{,}21513\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}66554\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}56961\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}26923\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92157\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}51086\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}81942\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}65582\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}32660\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}44272\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}92890\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}83297\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}35665\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}00899\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}49649\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}80505\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02176\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}03676\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}94084\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}31424\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96658\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}21849\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}94321\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}84729\,\Delta h^{1,1}$

Dmitrewsk ($\lambda = 40°\,5'\,24''$ $\varphi = 56°\,0'$)

$\Delta\omega =$	$-1{,}40037 =$	$+9{,}68040\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}41802\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}31207\,\Delta h^{4,1}$	$-7{,}59701\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33659\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}49394\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}65356\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}74672\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}20077\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91184\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}01923\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}72702\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}71119\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77295\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}63901\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}80954\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96653\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}41014\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43995\,\Delta h^{2,1}$	$-8{,}99102\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96503\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74692\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}77689\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}75955\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Z =$	$+1{,}35832 =$	$-9{,}19058\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}66164\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}58683\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}16190\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92363\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}56272\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}79657\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}66319\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}21570\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}46167\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}92110\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}84630\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}24762\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}00935\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}54724\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}78109\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02609\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}02694\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}95214\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}20410\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96583\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}21960\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}93227\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}85747\,\Delta h^{1,1}$

10 Werst nach Sudogda ($\lambda = 40°\,51'\,47''$; $\varphi = 55°\,57'\,0''$)

$\omega\Delta\delta =$	$-1{,}18179 =$	$+8{,}35855\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}10582\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}23518\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}78048\,\Delta g^{4,2}$	$-8{,}88890\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}80737\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}64467\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}23842\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}83263\,\Delta h^{4,4}$	$-8{,}59089\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}49656\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}56954\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}96437\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}02269\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}88734\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}73022\,\Delta h^{3,3}$	$-8{,}64604\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}74424\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}78836\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04661\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}06880\,\Delta h^{2,2}$	$-8{,}42669\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}83468\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}86306\,\Delta h^{1,1}$

Murom ($\lambda = 41°\,36'\,24''$ $\varphi = 55°\,34'$)

$\Delta\omega =$	$-1{,}61300 =$	$+9{,}67129\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}41995\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}34603\,\Delta h^{4,1}$	$+7{,}17805\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}31064\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}53320\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}63575\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}76823\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}04198\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91061\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}04745\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}85699\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}48266\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76976\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}68535\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}79640\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96937\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}39133\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}42361\,\Delta h^{2,1}$	$-8{,}79740\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96896\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}75200\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}76947\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}76248\,\Delta h^{1,1}$

Osablikowo ($\lambda = 42°\,26'\,28''$ $\varphi = 55°\,54'\,30''$)

$\omega\Delta\delta =$	$-1{,}23268 =$	$-8{,}21263\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}13106\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}21711\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}78288\,\Delta g^{4,2}$	$+8{,}67248\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}78463\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}68830\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}02320\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}84283\,\Delta h^{4,4}$	$-8{,}44571\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}51146\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}55754\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}96659\,\Delta g^{3,2}$	$-8{,}79656\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}86507\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}77258\,\Delta h^{3,3}$	$-8{,}50124\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}75427\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}77876\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04874\,\Delta g^{2,2}$	$-8{,}83478\,\Delta h^{2,2}$	$-8{,}28211\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}84218\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}85640\,\Delta h^{1,1}$
$\psi\Delta i =$	$+1{,}57170 =$	$-9{,}70016\,\Delta g^{4,0}$	$-8{,}76491\,\Delta g^{4,1}$	$-8{,}64496\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}45262\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}72494\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}69788\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}78798\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}85893\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}03347\,\Delta h^{4,4}$	$-9{,}80508\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}35496\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}35744\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}74915\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}97926\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}79696\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}88816\,\Delta h^{3,3}$	$-9{,}63954\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}80574\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}79231\,\Delta h^{2,1}$	$+8{,}87011\,\Delta g^{2,2}$	$+0{,}08727\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}13923\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}93761\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}92149\,\Delta h^{1,1}$

Aleschnowo ($\lambda = 43°\,10'\,24''$ $\varphi = 56°\,4'$)

$\Delta\omega =$	$-1{,}68547 =$	$+9{,}68228\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}38999\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}34665\,\Delta h^{4,1}$	$+7{,}46720\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33689\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}56117\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}61042\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}75956\,\Delta g^{4,4}$	$-8{,}73556\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91254\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}95792\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}82420\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}09427\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77437\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}71032\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}76473\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96660\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}41337\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43830\,\Delta h^{2,1}$	$-8{,}45231\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96664\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74664\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}76791\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}76905\,\Delta h^{1,1}$

Digitized by Google

Doskino ($\lambda = 43^\circ 34' 36''$ $\varphi = 56^\circ 9' 15''$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta X =$	$-1{,}74068 =$	$+9{,}68424\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}37795\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}35536\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}03651\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33994\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}55154\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}61651\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}75673\,\Delta g^{4,4}$	$-8{,}75541\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91296\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}89532\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}87372\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}47099\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77442\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}70270\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}76767\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96621\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}43934\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}41774\,\Delta h^{2,1}$	$-8{,}66224\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96567\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74582\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}77938\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}75778\,\Delta h^{2,1}$
$\Delta Y =$	$-1{,}23603 =$	$+9{,}17478\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}19638\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}78425\,\Delta g^{4,2}$	$-8{,}48082\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}76767\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}70270\,\Delta h^{4,3}$
		$+8{,}83605\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}83737\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}52844\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}55004\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}96567\,\Delta g^{3,2}$	$-8{,}66224\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}84831\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}78335\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}75778\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}77938\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04631\,\Delta g^{2,2}$	$-8{,}74288\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}83842\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}86002\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z =$	$-0{,}48287 =$	$-9{,}17205\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}64117\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}61957\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}62458\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92801\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}67027\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}73524\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}68010\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}67878\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}47467\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}89792\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}87632\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}70909\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}01252\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}65410\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}71907\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02914\,\Delta g^{2,0}$	$+0{,}00232\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}98072\,\Delta h^{2,1}$	$+8{,}66479\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96822\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22039\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}90687\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}88527\,\Delta h^{1,1}$

Nijnei Nowgorod ($\lambda = 43^\circ 57' 4''$ $\varphi = 56^\circ 19' 20''$)

$\Delta X =$	$-1{,}66652 =$	$+9{,}68767\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}36818\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}35228\,\Delta h^{4,1}$	$-7{,}91274\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}34893\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}56008\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}60798\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}75286\,\Delta g^{4,4}$	$-8{,}61831\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91345\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}86564\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}84974\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}33986\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77605\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}70944\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}75724\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96516\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}44276\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}42686\,\Delta h^{2,1}$	$-8{,}52868\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96487\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74392\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}77750\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}76160\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y =$	$-1{,}29270 =$	$+9{,}18308\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}19898\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}78474\,\Delta g^{4,2}$	$-8{,}34855\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}75724\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}70944\,\Delta h^{4,3}$
		$+8{,}69810\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}83265\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}53380\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}54970\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}96487\,\Delta g^{3,2}$	$-8{,}52868\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}83703\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}78923\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}76160\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}77750\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04466\,\Delta g^{2,2}$	$-8{,}60847\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}84139\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}85729\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z =$	$-1{,}05231 =$	$-9{,}15069\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}64187\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}62597\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}49041\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92660\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}67521\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}72301\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}67348\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}53893\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}48845\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}89568\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}87978\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}57363\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}00982\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}65809\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}70589\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}03242\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}99854\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}98264\,\Delta h^{2,1}$	$+8{,}52848\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96467\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22124\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}90224\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}88634\,\Delta h^{1,1}$

Poljana ($\lambda = 44^\circ 43' 24''$ $\varphi = 56^\circ 2'$)

$\Delta w =$	$-1{,}80017 =$	$+9{,}68166\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}37683\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}36438\,\Delta h^{4,1}$	$+7{,}83835\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33404\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}59007\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}58446\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}76239\,\Delta g^{4,4}$	$-6{,}95063\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91253\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}93191\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}87245\,\Delta h^{3,1}$
		$+7{,}89879\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77395\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}74118\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}73831\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96691\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}41212\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43619\,\Delta h^{2,1}$	$+7{,}87625\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96697\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74714\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}76268\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}77380\,\Delta h^{1,1}$

Tschugunui ($\lambda = 45^\circ 40' 12''$ $\varphi = 56^\circ 6' 24''$)

$\Delta X =$	$-1{,}66717 =$	$+9{,}68328\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}36291\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}37307\,\Delta h^{4,1}$	$+7{,}70689\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33783\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}60147\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}57097\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}75978\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}43011\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91282\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}88701\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}89717\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}14350\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77444\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}75316\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}72266\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96651\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}42190\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43206\,\Delta h^{2,1}$	$+8{,}33545\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96639\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74636\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}76346\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}77362\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y =$	$-1{,}23905 =$	$+9{,}18936\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}17920\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}78460\,\Delta g^{4,2}$	$+8{,}15366\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}72266\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}75316\,\Delta h^{4,3}$
		$-8{,}51099\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}84066\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}54384\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}53368\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}96639\,\Delta g^{3,2}$	$+8{,}33545\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}80354\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}83404\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}77362\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}76346\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04727\,\Delta g^{2,2}$	$+8{,}41633\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}85450\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}84434\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z =$	$-0{,}05690 =$	$-9{,}17782\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}62453\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}63469\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}29796\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92890\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}72137\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}69087\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}68393\,\Delta g^{4,4}$	$-8{,}35426\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}47072\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}88210\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}89227\,\Delta h^{3,1}$
		$-8{,}38284\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}01378\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}70534\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}67484\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02820\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}98694\,\Delta g^{2,1}$
		$+9{,}99710\,\Delta h^{2,1}$	$-8{,}33878\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96972\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22015\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}89173\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}90189\,\Delta h^{1,1}$

Digitized by Google

Emuingasch ($\lambda = 46° 26' 24''$ $\varphi = 56° 11'$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta\omega$	$= -1{,}72673 =$	$+9{,}68486\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}35427\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}37482\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}05505\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}34143\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}61689\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}55053\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}75580\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}76239\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91303\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}87007\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}88993\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}48301\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77462\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}76770\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}70143\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96602\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}41816\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}44097\,\Delta h^{2,1}$	$+8{,}67234\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96547\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74548\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}75751\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}77988\,\Delta h^{1,1}$

Tscheboksar ($\lambda = 47° 18' 24''$ $\varphi = 56° 10'$)

$\Delta\omega$	$= -1{,}74052 =$	$+9{,}68447\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}34580\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}38439\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}14162\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}34025\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}62990\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}53183\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}75339\,\Delta g^{4,4}$	$+8{,}94302\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91297\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}85132\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}91101\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}62500\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77396\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}78136\,\Delta g^{2,3}$	$-9{,}68215\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96612\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}41741\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}44056\,\Delta h^{2,1}$	$+8{,}82918\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96497\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74567\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}75422\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}78268\,\Delta h^{1,1}$

Angikowa ($\lambda = 48° 8' 24''$ $\varphi = 55° 44'$)

ΔX	$= -1{,}73440 =$	$+9{,}67529\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}35563\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}40359\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}35849\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}31459\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}65013\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}50386\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}76025\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}11053\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91158\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}92061\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}96857\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}81254\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76864\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}80593\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}65966\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96877\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}38761\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}43557\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}01003\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96613\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}75054\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}74138\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}78934\,\Delta h^{1,1}$
ΔY	$= -0{,}91540 =$	$+9{,}19483\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}14687\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}78141\,\Delta g^{4,2}$	$+8{,}82531\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}65966\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}80593\,\Delta h^{4,3}$
		$-9{,}19333\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}84305\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}55606\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}50810\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}96613\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}01003\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}74246\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}88873\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}78934\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}74138\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04893\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}09283\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}87214\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}82418\,\Delta h^{1,1}$				
ΔZ	$= -0{,}72428 =$	$-9{,}22058\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}59638\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}64434\,\Delta h^{4,1}$	$-8{,}97379\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92989\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}77832\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}63205\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}69050\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}04078\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}43824\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}86070\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}90866\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}06160\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}01770\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}76421\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}61794\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02074\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}96904\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}01760\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}01946\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}97556\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}21823\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}87575\,\Delta g^{2,1}$	$+9{,}92371\,\Delta h^{1,1}$

(Der Beschluſs folgt.)

Ueber die terrestrische Refraktion.

Von Herrn *Heinrich Denzler*.

Die trigonometrische Höhenmessung würde der barometrischen in den meisten Fällen, wo diese jetzt vorgezogen wird, wegen der Genauigkeit ihrer Resultate den Rang abgewinnen, wenn sie nicht den launenhaften Einflüssen der atmosphärischen Veränderungen untergeordnet wäre. Ein irdischer Lichtstrahl schieſst nämlich nicht auf dem kürzesten Wege von Punkt zu Punkt, sondern er beschreibt, wegen der wachsenden Dichtigkeit des atmosphärischen Fluidums, in absteigender Linie betrachtet, eine über den Erdboden gewölbte Kurve, deren örtliche und momentane Krümmung das Moment mehrerer influirenden Kräfte ist. Schon *Traller* hat in einer ausführlichen Abhandlung, die sich unter denjenigen der mathematischen Klasse der Akademie der Wissenschaften in Berlin eingereiht findet, nachgewiesen, dafs aufser der Brechungskraft der Luft auch die Wärme und die Feuchtigkeit derselben als thätige Faktoren bei der Gestaltung jener Kurve anzusehen sind. Die Abweichung, welche dieselbe gegen eine gerade, die zwei Endpunkte des terrestrischen Lichtstrahls verbindende Linie zeigt, nennt man bekanntlich die terrestrische Refraktion. Diese wird also, nach *Traller*, durch die Dichtigkeit, Temperatur und Feuchtigkeit der atmosphärischen Luft bedingt.

Man hat schon frühe das Gesetz aufgefunden, dafs die terrestrische Refraktion unter regelmäfsigen und denselben atmosphärischen Zuständen ein constanter Theil sei des Bogens, welchen die beiden Endpunkte eines Lichtstrahls von der Erdoberfläche abschneiden. *Traller* hat aber, gestützt auf eine grofse Zahl sehr schätzbarer Beobachtungen aus den ersten Jahren dieses Jahrhunderts, gezeigt, dafs für einen und denselben Ort die Refraktion eines und desselben Berges sehr verschieden ist, und dafs vorzüglich die Temperatur bedeutend influire. Dennoch ist man bislang nicht zur Bestimmung der Gröfse dieses Einflusses, wozu er so Treffliches gesammelt, vorgeschritten.

Der Grund davon war, dafs man den Ursprung der terrestrischen Refraktion ganz aus den Augen verloren hatte

und also keine klare Ansicht über ihr Wesen gewinnen konnte. Und doch liegt es so nahe, einen terrestrischen Lichtstrahl als das Bruchstück eines cölestischen anzusehen, und die terrestrische Refraktion als ein Bruchstück der astronomischen zu betrachten. Ich werde mit ein paar Worten den Werth einer solchen Auffassung der terrestrischen Refraktion nachzuweisen versuchen. Sei ABS die Kurve eines Lichtstrahls, der von einem Gestirne S herkommend in die Atmosphäre tritt, um über einen irdischen Punkt B nach dem Ende A des Strahls zu gelangen, so ist, wenn R_1 und R_2 die astronomische Strahlenbrechung des S in A und B bezeichnen, die irdische Strahlenbrechung des Punktes B in A, oder A in B: $r = \frac{R_1 - R_2}{2}$, wenn in A der Punkt B einen Höhenwinkel bildet. Für den Fall aber, wo B aus A und A aus B unter einem Tiefenwinkel erscheint, ist $r = R_3 - \frac{R_1 + R_2}{2}$, wenn R_3 den Werth der astronomischen Strahlenbrechung (in der Horizontale) für denjenigen Punkt zwischen A und B bezeichnet, wo der Strahl der Erdoberfläche parallel geht. Eine einfache Betrachtung der bildlichen Darstellung dessen, was hier in wenigen Buchstaben und Worten niedergelegt ist, wird die mathematische Schärfe des Resultats darthun. Der Höhenwinkel in $A = a$ gesetzt, giebt ihn für $B = a + 0{,}9\,t.\varepsilon$ mit hinreichender Genauigkeit für irdische Distanzen; ε aber ist der Centriwinkel im Mittelpunkte der Erde für den Bogen AB. Mit Hülfe astronomischer Strahlenbrechung, begleitet von den beobachteten oder berechneten meteorologischen Daten zweier terrestrischer Punkte A und B, kann man folglich mit Leichtigkeit die terrestrische Refraktion des A in B und des B in A sehr angenähert finden.

Eglisau, im Kanton Zürich, den 30sten Mai 1842.

Hs. Heinrich Denzler.

Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Dorpater Sternwarte, an den Herausgeber.

Dorpat 1842. April 10.

Ich habe „die Bahnbewegungen der Doppelsterne" zum Thema einer Abhandlung gewählt, die mit dem unter der Presse befindlichen 9ten Bande der Dorpater Beobachtungen erscheinen wird. Die Zahl derer, bei denen eine Bewegung dieser Art mit Sicherheit zu erkennen ist, steigt gegenwärtig schon auf 110, und für einen kleinen Theil derselben konnte der Versuch gemacht werden, die Elemente einer Keplerschen Ellipse abzuleiten. Ich gehe hier vorläufig diese Elemente selbst und verweise wegen des näheren Details auf die erwähnte Abhandlung.

	Umlaufszeit.	Mittl. jährliche Bewegung.	Zeit des Perihels.	Knoten.	Neigung.	Perihel vom Knoten.	Excentricität.	Halbe grofse Axe.	$M^1\pi$	
p Ophiuchi	92,870 J.	— 232′584	1812,73	126°54′9	64°51′4	142°52′8	0,44380	4″192	0″20441	
3062 Struve	94,765	+ 227,93	1837,414	15 2,6	35 31,3	135 27,4	0,44958	1,255	0,06038	
γ Virginis	145,409	— 148,453	1836,313	60 37,6	24 39,2	78 22,1	0,86815	3,402	0,12300	
ζ Cancri	58,910	— 366,66	1853,371	1 28,1	63 16,8	266 0,0	0,23486	1,2922	0,08515	
ζ Herculis	31,4678	— 730,45	1829,50	39 26,2	50 52,7	262 4,0	0,45454	1,189	0,1193	
η Coronæ	43,2459	+ 499,469	1815,230	24 18,5	71 7,7	261 20,6	0,33760	1,0879	0,08831	
σ Coronæ	608,45	+ 35,500	1826,60	25 7,0	29 29,1	64 28,3	0,69978	3,918	0,05456	sehr unsicher.
ω Leonis	82,533	+ 261,72	1849,76	135 11,1	46 33,5	185 27,2	0,64338	0,857	0,04520	
ξ Ursæ maj.	60,4596	— 357,263	1816,95	95 0,3	52 15,5	129 40,5	0,40368	2,290	0,1487	
α Geminor.	232,124	— 93,054	1913,9	23 5,0	70 58,3	87 36,8	0,79725	7,008	0,1860	
λ Ophiuchi	88	+ 245	1798	184	45° — 50°	0	0,37	1,1	0,05	höchst beiläufig.

Für die meisten dieser Bahnen lagen bereits frühere Versuche vor; aber alle sind aufs neue untersucht, nur ξ Ursæ majoris, bei welchem auch die neuesten Beobachtungen noch sehr gut übereinstimmen, ist unverändert so angenommen, wie ich die Bahn 1836 gegeben habe.

Bereits dreimal habe ich in gegenwärtigem Frühjahr teleskopische Sternschnuppen durch das Feld des Refraktors ziehen sehen. So wenig nun solche isolirte Wahrnehmungen für specielle Berechnungen dienen können, so werde ich sie doch von jetzt ab sorgfältig notiren. Aus der Zahl derselben, verglichen mit der Gröfse des Gesichtsfeldes und der Zeit, während welcher überhaupt beobachtet wurde, läfst sich vielleicht mit der Zeit ein allgemeiner Schlufs auf die Menge dieser Körper gewinnen.

Dorpat 1842. Mai 23.

Für heute nur gelegentliche Bemerkungen über einige Doppelsterne, welche mir die Aufmerksamkeit der Beobachter zunächst zu verdienen scheinen.

Digitized by Google

Drei derselben, die ich im vorigen Jahre noch länglicht erblickte, sind jetzt für das hiesige Fernrohr schon völlig rund Es sind dies

ω Leonis. 1356 Struve.

1841 Mai 8. 194° 0′....0″3
1842 März 17.
Mai 1. } völlig rund.
und sonst noch öfter.

42 Comae Berenices. 1728 Struve.

1841,40 4°42′5....0″324 aus 8 Abenden.
1842 April 3. 13 8.....0,16 nur Muthmafsung.
Mai 22. einfach.

γ Coronae. 1967 Struve.

1841,50 332° 18′2....0″184 aus 11 Abenden. Keilförmige Figur.
1842 Mai 20 einfach.

Der umgekehrte Fall ist eingetreten bei

1663 Struve.

1841 Mai 25 einfach.
1842,33 123° 18′2....0″55 aus 2 Abenden.

1938 Struve (nahe bei μ Bootis)

wird vielleicht bald ein ähnliches Phänomen darbieten: er rückt immer näher zusammen.

1841,47 308°43′5....0″825 (2 Abende.)
1842,40 305 41,8 0,70 (2 Abende.)

Vor 21 Jahren war die Distanz die doppelte der gegenwärtigen.

Mädler.

Sternbedeckungen beobachtet auf der Hamburger Sternwarte.

1842.		R.	Weyer.	Funk.	
Mai 12.	118 Tauri	Eintr. 9h 6′ 44″16	44″6	44″4	M. Z.

Der Comes etwa eine Secunde früher.

Am 14ten Mai war beim Eintritte von p Geminorum die Witterung so ungünstig, dafs es sich nicht mit Bestimmtheit angeben läfst, ob der Stern hinter dem Monde oder Wolken verschwand. Herr *Weyer* hat den Eintritt zu 8h 19′ 1″7 angegeben.

	R.	Weyer.	Funk.
Austr. von p Geminor.	9h 15′ 24″05	9h 15′ 22″0	9h 15′ 25″0.

Es ist wohl überflüssig zu bemerken, dafs vom Austritte eines Sterns 6ter Gröfse aus dem hellen Mondrande nicht dieselbe Präcision als von seinem Austritte aus dem dunkeln Rande zu erwarten steht.

Rümcker.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1842. Mai 13.

Gestern Abend habe ich den Eintritt von 118 Tauri am dunkeln Mondrande am 4½füfs. Fraunh. mit 72mal. Vergröfserung wie ich glaube sehr gut beobachtet, wenn die Zeit auch noch einer kleinen Correction bedarf, deren (gewifs immer nur kleinen) Betrag ich später mitzutheilen nicht verfehlen werde. Er erfolgte nach meiner Beobachtung um 12h 56m 11s17 St.Zt. Herr Dr. *Grüshang* erhielt (seine erste Beobachtung dieser Art) am 4f. Fr. mit 42mal. Vergr. 12h 56m 12s44.

v. Boguslawski.

Inhalt.

(zu Nr. 451.) Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen. Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *v. Struve*. (Beschlufs.) p. 321.
Vermischtes. p. 335.

(zu Nr. 452.) Mondsculminationen in Altona 1842. Von Herrn *Th. Clausen*. p. 337.
Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus, mit *A. Ermans* magnet. Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen*. (Fortsetzung.) p. 341.
Ueber die terrestrische Refraction. Von Herrn *H. H. Densler*. p. 347.
Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber. p. 349.
Sternbedeckungen beobachtet auf der Hamburger Sternwarte. p. 351.
Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber. p. 451.

Altona 1842. Juli 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 453.

Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America.

Es wird den Lesern dieser Zeitschrift angenehm seyn, einen officiellen dem Congresse vorgelegten Bericht von dem grofsen Werke, das Herr *Hassler* schon seit längeren Jahren mit Ruhm und allgemeiner Anerkennung seiner Verdienste führt, zu erhalten. Möge er, von der Regierung unterstützt, es selbst vollenden können, und möge er die Freude haben, dafs jenseits des atlantischen Oceans seine Verdienste, so wie diesseits, anerkannt werden. *S.*

Coast Survey.

Letter from the Secretary of the Treasury, transmitting a report of *F. R. Hassler*, superintendent of the coast survey, showing the progress made therein up to the present time.

January 3, 1842
Read, and laid upon the table.

Treasury Department, December 30, 1841.

Sir. I have the honor to transmit, herewith, a report from *F. R. Hassler*, Esq., superintendent of the coast survey, showing the progress made in the work up to this time.

Though this report of the superintendent is chiefly confined to replies to the inquiries contained in the resolution of the House of Representatives of the 24th of June, yet, as it also exhibits the present condition and the extent to which the survey has been prosecuted, it is thought expedient to lay it before Congress, under the impression that it may supersede the necessity of submitting an annual report on the subject, as heretofore usual at the commencement of each regular session.

All the data in the possession of this Department, for answering the resolution mentioned, has been prepared, but that portion of it which calls for the „indirect expenditure upon the survey by reason of the employment therein of the public vessels and officers," has not yet been received from the appropriate department. It is, therefore, deemed advisable to await the receipt of this information before replying to the resolution. This information is expected in the course of a few days, when all the inquiries contained in the call will be immediately answered.

All which ist respectfully submitted.

W. Forward,
Secretary of the Treasury.

Hon. *John White*,
Speaker Ho. of Reps.

Station Yards, Newtown Square.

Delaware Co., (Pa.,) December 9, 1841.

Sir: With the present I have the honor to transmit to you the answers to the questions made in Congress upon the state of the survey of the coast under my superintendence, which have been communicated to me by your Department, under date of 2d. July 1841, with the request: that I should answer what in them relates especially to the work.

I hope you will approve of the manner in which I have treated the different subjects; and I have no doubt that the account of the financial part of the questions, which are of the special domain of the Treasury Department, will complete to satisfy Congress upon every point: that may ever have laid in the view of the questions.

It will easily occur, that to render account upon the elementary scientific part of the work would be improper in a public document; the principles of the science, and the manner in which I have applied them to the work, I have published on the occasion of the interruption of the work of the survey in 1818, in full, though under the unavoidable supposition that the reader should possess the necessary mathematical elements, which can in no case constitute part of an account rendered of such a work. I have since introduced further particulars in their proper places in the yearly reports to Congress, and in other documents; the first is in *duplo* in the library of Congress, and the second must be supposed known to every member of Congress.

It is to be hoped that the attention excited by the call in Congress will induce the members of both Houses to visit the establishment for the work, which is so near the Capitol, to inspect personally whatever might be further desired by any one of them in particular, to satisfy himself fully upon the propriety of every part of the work, and the manner in which it is conducted, even if no special inspecting committee, or similar, should be established. By the nature of the work and the extent of the establishment, such a way of informing Congress, upon all, would appear most speedy and appropriate, as well as the most effectual.

In the habitual course always followed for the works of the coast survey, I would about this time have rendered account of the progress of this work since my report of last fall.

Digitized by Google

and added to it the state of the works for the standards of weight and measure. But the intermittent fever, which has taken hold of me at this station, like it had previously in other places attacked several assistants, has hardly allowed me to make the few observations of angles which the very unfavorable weather would admit of. I am, by that circumstance, constrained to request that you will indulge me with the liberty to refer such a report to next spring, when I hope to be enabled to present with it, at the same time, standards of the liquid capacity measures, which I hope to have ready for delivery at that time.

In the answers to the questions of Congress, the actual state of the work at this time is, of course, comprehended, so that it will fully supply the place of any special yearly report that I might be able to make.

Since several years that the organization of the coast survey has been in regular course and progress, the appropriation granted by Congress for the same has been Dollar 100,000, which has proved most appropriate, and therefore most economical in its result in the adequate advancement of the work.

I take, therefore, the liberty to suggest that the same amount of D. 100,000 be requested from Congress for the expenses of the coast survey work for the coming year, and I have no doubt but the insight given into the state of the work and its organization will support the proposition with full weight.

Perhaps you may find proper to join to this report, also, my first letter addressed to the Treasury Department immediately on receiving the direction for the answers to the questions proposed by Congress.

I have the honor to be, with perfect respect, your obedient servant. *F. R. Hassler.*

The Hon. *Walter Forward,*
Secretary of the Treasury.

Questions of the resolution of Congress of June 24, 1841, relating to the survey of the coast of the United States, with the answers to the same, by F. R. Hassler.

Ques. 1. „The progress which shall have been made in the survey of the coast."

The works of the survey of the coast cover now upwards of 11,000 square miles, with primary and secondary triangulation, topography, and soundings; from the east end of Rhode Island to the neighborhood of the Chesapeake and Cape May.

This is evidently a great progress for the time that the work has as yet lasted; particularly if it be considered that every thing was to *be created* — even the ability of the assistants, they being at first new in the business. It is actually *much more than has ever been done in any similar work before;* for it must be recorded: that since the first law of 1807, nineteen years were entirely unproductive for the work, by postponement and interruption; five years were used in procuring the necessary instruments, and in preparations, as before that time there was not a single instrument, in this country applicable to such a work. Only ten years were employed in the actual work; of which the two first, 1816 and 1817, were rendered useless, and the expenses made became a bill of loss, by the overthrow of the work in 1818; so that the whole work now producible is the result of hardly about eight years actual work.

The gradual progress, year for year, has always been presented by my reports, once, and often twice, sent in to Congress by the Treasury Department, and printed every year, in which I stated all that was occurring and of interest.

The aim of the coast survey is, and has always been considered to be, by all the successive administrations since its existence, to furnish, with the fullest accuracy possible, all the geographical, topographical, and hydrographical data that may in any way be needed for the navigation and the defence of the coast, in their generality, and to the extent of the country in the rear of the coast, to which the valleys extend: that empty their waters into the Atlantic, and are thus separated from it by some chain of mountains, or what may be called the nearest chains of elevations separating the interior from the coasting countries; and that this work should also furnish the elements to any future map of the country desired, as it is by its nature so extensive, and so situated, as to furnish the elements of maps of all the States. In fact, some States have already united in the work, to extend these elements to the advantage of an accurate map of these States.

Ques. 2. „Number, location, and length of the several base lines measured for the triangulation."

In the works of 1817, two base lines had been measured preliminarily, in order to ascertain within certain limits the accuracy of the unit upon which the detail works, to be enclosed within them, might be grounded. One in English neighborhood, in the State of New Jersey, of 5,87209 miles, and one upon Gravesend beach, on Long Island, of 4,81952 miles. Since the re-beginning of the work a base line was measured, in September, 1834, upon Fire-island beach, on Long island, of 8,7396 miles at the level of the sea, with the apparatus thereto destined, with microscopes of double focus, and in all respects so as I have described it in my *papers upon various subjects relating to the survey of the coast.* (Transactions of the American Philosophical Society, vol. 2. new series.) This base line serves now to the work as fully accurate unit; its being within the limits of the tide, dispensed of course to reduce it to the level of the sea. The numerical details and calculations are recorded in several folio volumes, containing some millions of figures,

Digitized by Google

open for inspection to any man, but too long to transcribe here. For nearer accounts, see principal documents of the survey of the coast, vol. 1. page 17 seq.; letter to the Secretary of the Treasury, April, 1818, and report upon the coast survey, May, 1835, printed documents, vol. 2. p. 103.

Ques. 3. „The number of the stations occupied therefor, (namely, the triangulation)."

The stations occupied in 1817 were 11, forming the elements of 124 triangles. At that time I was alone in the work. Since 1833, the primary triangulation has occupied over 20 stations. The secondary triangulation has several hundred stations. In the tertiary and plane-table works the number of stations is much greater. These details can best be inspected, or inquired into, in the office of the coast survey itself.

It is here only proper to remark, that the reducing of the primary triangles to the smallest number is one of the great requisites for the accuracy of such a work. To bring the irregular shape of the country into the most advantageous regular mathematical figures, which is the requisite of an accurate survey, is what makes the strongest call upon the science and ability of the operator; therefore its value and labor cannot be judged by the *quantity*, but by the *quality alone*, which, to judge of, requires the same insight into the mathematical and physical sciences as the execution of the operation itself. The success in all these things depends not only upon the instruments and labor of the observer, but still more upon the perfection of the *methods* devised for the work. In this respect I have the favorable unanimous judgment of the most eminent men of science in Europe, distinctly expressed in publications, (see documents, vol. 1. p. 55. 59 seq.) so that in fact the speciality of my *methods* are not only *publicly known*, but even publicly *judged*, and *approved*, long ago.

Ques. 4. „The observations made for and the corrections applied to the same, (namely the triangles)."

This would require to copy the journals of the observations which contain the reductions, and those of the results; both exhibit the application of the principles implied, as I have exposed them in the memoirs of the Philosophical Society above quoted; they must evidently be inspected in the office, in the about 180 folio volumes which contain them. It would be very ill-placed to repeat again here mathematical elements already fully exposed, because this paper is official, and the proper authority must be supposed in full possession of the means to judge upon them by their known simple scientific principles, these principles being contained in the elementary works on mathematics.

Ques. 5. „The astronomical observations made for the determination of latitude and longitude."

Upon this question it must be at first observed that the ultimate clause of the renewed coast-survey law of 1832 has cut off the most favorable means by the phrase — „provided, that nothing in this act, or the act hereby revived, shall be construed to authorize the construction or maintenance of a permanent astronomical observatory." This proviso forms an unfortunate limitation of the work. The disadvantage therefrom arising for the acceleration and easing of the accuracy, by the determination of ever-standing points of reference for the whole work, is too evident for men acquainted with its scientific requisites to need being treated here.

That the very object prohibited by this clause must unavoidably, however, once be established in this country, is easily seen, as it is one of the requisite tools for a nation having a navy; if done early enough to let the coast survey enjoy the benefit of it, the expense would be comparatively trifling, and immediately recovered by the advantages arising from it in this *national work* of the survey.

Circumstances have not yet allowed to supply this absence fully, nor is it the time, as yet, nor appropriate, nor *possible* in the state of the work within the present limits of it, to do more than what has been done, namely, the following:

1st. In 1833 and 1834, the first years of the new operations in the coast survey, observations for latitude with the sun, and with stars, were made upon every station of the main triangulation, with an astronomical repeating circle of 18 inches diameter, and with 10-inch reflecting circles, upon my own plan of construction, which is such as to compensate all the errors reflecting instruments may be subject to. At several of these stations, also, azimuths were observed with the sun.

2d. A special station was made in 1838 upon Weazel mountain, near Paterson, N. J., for latitudes and azimuths; and a solar eclipse, occurring just at that time, gave occasion for an observation of longitude at the same place.

3d. Every solar eclipse that has occurred during the time the work has as yet lasted, has been observed at some one of the survey stations.

It is well known that all those results are to be united, in due time, with those of future times, into one general result, by means of the primary triangulation; while the results obtained hitherto, being for the immediate use of the geographical works of the survey *only*, must be preserved within it until this union into a regular system is accomplished. It would be highly *improper* to give them to the public earlier, as well according to good principles of science, required in the work, as in obedience to a positive, and very proper prohibition, stipulated by Government in my original contract of 1816, confirmed in 1832.

Digitized by Google

The results of the coast survey constitute a property of the nation at large, which it acquires by the labor and expense bestowed upon the work; for which compensation will, in proper time, be obtained by the *authentic publication* of the results. All interference of private publications are directly *unjust*, and *derogatory to the lawfully acquired property* of the *nation*, and *the ultimate proper utility* of the work. The garbled publications, which would be occasioned by partial communications, would interfere with very unjustly, if not destroy entirely, the advantages of the future authentic publication of the work in its appropriate connexion, turning the public expense into profit for the private pockets of single individuals, having no exclusive claims to its benefit; and the *public* would be *deluded* by being presented with results falsely set up as *authentic*. It is self-evident that none but the maps published by *authority*, as results of such a work, either deserve, or will ever obtain, the confidence which is an indispensable requisite in the estimation of the public. The Government that undertakes such a work takes by that act the *engagement* towards the public to provide such maps as shall deserve full and exclusive confidence; therefore, also, it must *discountenance* all that might have any tendency to occasion *doubts*. These considerations were made by all the Governments of Europe which have executed such works. They have followed, in full, all the principles here exposed. It is a very essential consideration for the public *security, aimed at* by the work, to prevent all possible abuse.

The map of New York, now in progress of execution, and engraving, will contain as much of these geographical data as belong to the part of the country which it represents, and so will, successively, every future publication within its limits. Whatever nearer particulars might be desired in this respect must be seen in the journals at the office, as the details would be by far too long for these answers. All this lies in the nature of the subject, and cannot be otherwise.

By a regular triangulation, the latitudes and longitudes of every one of the points of the survey are determined with infinitely more accuracy from a few certain, and expressly made, astronomical stations, by means of the geodetical elements obtained by the trianguistion, than by the direct celestial observations, which might be made cursorily at these points themselves; in fact, such results are *not admissible* in the comparison. Therefore, also, this has always been the mode of proceeding, where no permanent observatory could be referred to, as the best principles in fact require.

Ques. 6. „The work done by each corps employed in the service."

The survey works are distributed by myself to the best advantage of the work, according to the time, situation, and capacity of the assistants, at any given period, in proportion and succession as they are wanted, and not according to districts or localities. The works are contained in

32 folio volumes of my own observations and results;

90 folio volumes and cahiers of the assistants;

30 or 40 cahiers, folio, of calculations, and tables etc. — and upwards of 100 journals, of all sizes, of naval and tidal observations, soundings, and observations thereto belonging. To this I might be allowed to add

17 volumes of documents of correspondence, and upon subjects of the administration of the work; and about 20 volumes of journals, calculations, and documents relating to the works for the construction of standards of weights and measures;

140 maps; and

80 charts of original works of the different assistants, upon different scales, from $\frac{1}{5000}$ to $\frac{1}{50000}$;

2 register maps, upon a scale of $\frac{1}{100000}$, keep account of all these works, and serve as guides to select the original maps of any part of the work, of which an abstract, or the execution of a map for publication or otherwise, may be desired. These two maps exhibit the works done upon the 11,000 square miles collected together; the one has 10 feet length by 4 feet breadth; the other, 5 feet length by 4 feet breadth;

4 sketch maps, showing the present state of the triangulation, and of the topography and soundings; and three or four similar ones, showing the state of the works at each preceding year. A number of triangle sketches, and preliminary reductions of the charts and maps, for the use of the register maps, etc. The map of New York in executed double, in manuscript, besides the engraving.

Regular registers of all the journals and maps keep up, to every time of return from the field work, the account of the whole work; they are constantly open in the office for inspection, as well as the works themselves.

Notwithstanding I am so well aware that also the elevation above the level of the sea of the principal station points should be determined, that in 1817 (when I was quite alone) I had begun it, I have been obliged to omit the prosecution of this interesting subject, because of the more urgent call for the geographical and topographical part of the work, and the augmentation of the expenses which would naturally attach to it. The stations being well secured, so that they can be found in future, and the distances exactly known, this datum of the detail geography of the country can be ascertained at any future time.

Digitized by Google

Ques. 7. „A description of the charts published, if any."

Whenever a special map has been called for, as extract of the works of the coast survey, it has been immediately given; so have been —

The harbor of Bridgeport and its neighborhood;

The harbor of New Haven and its neighborhood;

The bay of Newark and its neighborhood.

These were presented to Congress, and published in the documents of Congress.

Other extracts have been delivered in manuscript, whenever desired and authorized, to different public offices, and otherwise.

The map of New York is known to be in a state of considerable forwardness; it will contain about 1,170 square miles of the work. The engraving has been begun.

After that map is finished, it will be possible to proceed to a regular succession of publications, east and south of that place, provided the regular order and progress of the work be allowed to proceed *in all respects as it is now organized.*

Ques. 8. „The amount of money expended from time to time since its commencement."

The first appropriation, made in 1807, returned nearly untouched to the *surplus found.* In a similar manner was the next *following* appropriation *returned*, because, under the expectation of war with England, the actual work was always postponed.

After my plans for the work of the survey had been discussed and approved, only the late Professor *Patterson*, of Philadelphia, and I, were directed by the President to agree, by correspondence, upon the instruments, etc.

In 1811, I was sent to London to procure the instruments for the survey of the coast, to be constructed upon my plans, previously presented to the Secretary of the Treasury and to the late Professor *Patterson*, and by them approved. During my stay in London, the appropriation was suffered to expire, and I was left in London two years upon my own private means, as also for about one year yet after my return, to no small private economical damage.

In 1816, new appropriations were made; of which, however, only about D. 13,500 were used for the work; besides that, the balances due to me and for the instruments were paid, and the whole remainder, of about D. 50,500 was transferred to the War Department, to enable it to continue the work; as the amendment of the law in 1818 admitted it; but, no action having taken place upon that, the whole of that sum, with the exception of a few trifling expenses, consequent upon the delivery of the instruments, returned again to the surplus found. The statement of the Treasury Department, handed in to the Senate at the beginning of 1818, exhibits:

Total amount of appropriation.....	D.	183,725 39
Remaining.....	=	50,595 39
Thence, apparent appropriation.....	=	133,130 00
Of this was returned to the surplus found...	=	79,004 32
Whence, total expenses for instruments, work pay, outfits, etc.....	=	54,125 18

By which, and by the statement just made, it is evident that for about D. 40,000 the instruments and objects of that kind were on hand. The accounts with the Treasury Department and the volumes of printed documents may be consulted for nearer details.

The amendment of the coast survey law of 1818, giving liberty to the Navy or War Department to continue the work, it appears that there was something of that kind attempted by the Navy Department; by what means of appropriation, or otherwise, I cannot say; only the fact is proved by the statement of the report of the Navy Department of 1828, which says: „Nor can such surveys be made without the aid of the means contemplated by the act of 10th February 1807, to provide for surveying the coast of the United States."

The Treasury Department has applied to the Navy Department for the information upon this point.

The appropriations made for the coast survey, since its being taken up again, are as follows:

In 1832.....	D.	20,000
1833.....	=	20,000
1834.....	=	30,000
1835.....	=	30,000
1836.....	=	80,000
1837.....	=	60,000
1838.....	=	90,000
1839.....	=	90,000
1840.....	=	100,000
1841.....	=	100,000
Total....	D.	620,000.

It must be remarked here: that, in conformity with my original request, always adhered to, the money for expenditures does not pass through my hands, but all expenses are made, and attended to, by an accounting officer appointed upon my proposition, like all other assistants, and selected from among them, who renders account directly to the Treasury Department.

Ques. 9. „What sums have been appropriated for the purchase in instruments and books?"

The original amount expended for instruments procured for the first establishment of the coast survey, as stated in the preceding section, is about D. 40,000. Since the recommencement of the work, in 1832, various sums have of course been expended, as well to repair the losses which the collection had suffered during the interval, from 1818 to 1832, as for the

Digitized by Google

necessary extensions which the progress of such a work always requires.

On another hand, many instruments have been at different times given off to the Departments of War, Navy, and State, and also to the *State of Massachusetts*, for their use; because they could be got much better and quicker from this collection, and from the workshop which is attached to the coast survey, as an *absolute requisite*, that the work may not be stopped in its progress.

The details of these transactions must be collected from the accounts rendered by the accounting officer of the coast survey to the Treasury Department; they would fit only an accessory document, to be made by the Treasury Department or the accounting officer, as voucher to these assertions.

Regular inventories have at all times been kept of the instruments, books, vessels, and all other property belonging to the coast survey, which can be produced, and inspected in the office at any minute.

It is to be observed that a considerable amount of actual property exists in the coast survey establishment, which forms in fact an unexpended capital; five vessels, numerous boats, instruments, clocks, chronometers, books, tables, chairs, tools, tents, and in general all the implements necessary in the office and in the field, besides the full equipment of the vessels, etc. Some of these latter have been returned to the Treasury Department, and their amount is still due to the coast-survey fund. An abstract of an inventory of the property in hand is joined herewith, the amount of which exceeds, certainly, D. 120,000.

Ques. 10. „The names of all persons employed upon the coast survey, distinguishing such as may have been of the army or navy, together with their salaries, or other compensation."

The *qualifications* are what is of interest in the work; and these are not attached to any names, or class of men. In some parts of the work, the *personel* must be, by its nature, somewhat variable.

My compensation is fixed at D. 3000 per annum, and for the personal expenses which are occasioned by the work D. 3000. The compensations of the principal assistants are also calculated with a view to compensating the personal expenses to which their functions subject them; all other persons employed receive their board, or a weekly allowance for the same, according to the greater convenience of the work, additional to their pay.

Every quarterly account rendered by the accounting officer gives, of course, the fullest information in this respect. This part will therefore be answered by the Treasury Department.

Ques. 11. „By whom appointed to the service."

This question has been *decided* from the very beginning until this day, always equally, *by the nature of the subject*, by the law of 1807, and by the *contract* I entered into for the work with the Government.

The nature of the subject and the work dictate distinctly that the chief, or (so called) superintendent, of the work shall have the selection of the proper persons needed for his assistance in any way whatever, he being the best judge of their *fitness* as to the *qualifications* required in any given case; and that no assistant, or other persons to be employed, can be introduced into the work by any other ways or means. It is, therefore, upon the superintendent's *proposition* that the assistants are appointed.

The original law of 1807 gives the execution of the work directly into the hands of the President of the United States; thence he can give it (what is in parliamentary style called) in commission to whomever he pleases; the renewed law of 1832 confirms this. Upon that principle all successive Presidents have acted. The survey being made in the interest of *commerce* principally, the Presidents have at all times given it in commission to the Secretary of the *Treasury* — this Department being, in fact, the only one fitted for the good success of the work; for many reasons. The attempts made to place the work under the Navy Department proved signal failures, as documents fully show, in which the causes and incidental situations of the subjects relating thereto are sufficiently deduced, and to which I therefore refer.

Upon the proposition of the superintendent for any appointment involving a yearly compensation over 1000 Dollars, the Secretary of the Treasury, to whom the proposition is addressed by the superintendent, refers to the President, who decides finally upon it. Temporary appointments, or such as do not exceed D. 1000 annually, are at the free, final disposition of the superintendent.

Ques. 12. „Exhibiting as well the direct appropriations for the survey of the coast, as the indirect expenditures upon it, by reason of the employment thereon of public vessels and officers."

There are no indirect expenditures by the employment of public vessels or such like. All the vessels employed belong to the coast-survey fund, and are kept in repair by the same. Even last winter the Navy Department had the loan of one of them, and returned it without having kept it in proper repair.

As for the employment of officers of the navy, it is proper here to refer simply, and positively, to those officers employed in the coast survey, to state: whether they do not find, from their experience, that the navy is indebted to the coast survey, and not the coast survey to the navy. This was one of the circumstances aimed at, and sufficiently discussed at different times in the documents, to which it is always proper to refer.

Digitized by Google

These officers receive an additional pay from the coast-survey funds, but from the navy nothing different from any other service in which they might otherwise be engaged. The naval part of the work is of course the smallest division of the work, as the naval operations have nothing to do with the direct determination of any distances. These are furnished by the triangulation and the topographical work, with the latter of which they work simultaneously, as much as circumstances will permit, getting their guiding points from it to apply to the determination of their points of sounding.

Ques. 13. „The probable length of time required to complete the survey."

It would be highly improper to answer this question by *direct numbers*. It was made to me by the President in 1835. I answered it by stating this, and entering into particulars about the state of the coast survey, its variable chances in locality, weather, etc., and upon my methods of proceeding, with the view both to accuracy and celerity, and to the *best forwarding* of the work. The ultimate answer of the President was „that is right; that will accelerate the work," as stated in its proper place in the printed documents. That such is the only way of treating this question is evident by nature, and by the scientific principles which must guide the work, if it shall be led to an *honorable* and *permanently useful result*, as is enjoined *by the law*, and by all instructions. Assiduity, patience, and perseverance, will bring the work along and to completion as fast as its nature and the disposable means will admit; and positive numbers are not appropriate to state beforehand.

The above statements are already contained in the printed documents. I beg leave, therefore, to refer to this previous treatment of that subject, and to state the following, with a view to clear up the ideas of any inquirer, viz:

With the advancement of the mathematical and physical sciences, the means of acceleration of any work grounded upon them also increase; but still, without such time as is appropriate to the extent of a work, nothing is possible. The coast of the United States is about 3000 miles long; with its inward bays, large navigable rivers, etc., it will present at least triple that length; and a certain breadth inland must always be surveyed with it, as the aim of the work dictates. The part of the coast now executed being from east of Rhode Island to about Cape Henlopen and the Chesapeake bay, an approximate judgment might be cast upon the question, from the relative extent of the work now executed to the whole, of which it presents no inconsiderable proportion, provided it would be possible to ascertain beforehand the exact nature of the coast yet to be surveyed, and all possible circumstances, the weather, the impediments, etc. But these things being impossible to be known, the judgment would be more than vague.

Ques. 14. „The probable amount of money required to complete the survey of the coast in the mode heretofore pursued."

This is answered in a great measure by the preceding answer upon the time, as from it depends much of the determination of the expenditure. All that is needed for a full answer is, that the whole work is in every way contrived, and carried on, in all its parts, in the most economical manner possible; and that the proper investigation and inquiry that can be made, *and I should like would be made*, comparatively to any other works, would certainly show that never so much valuable work of that kind has been obtained, in any country, and under any known arrangement, as there has been obtained, in the same time, at a proportionally equal expense, as in this survey of the coast of the United States, under the *present organization and administration of that work*.

The results of the coast survey will furnish, for the future, regular systematic data to ground any detail surveys upon, that might be needed, thereby avoiding the double expenses hitherto so frequently occurring, from the Engineer and Navy Departments acting disconnectedly, thereby, of course, doubling the expense, and, I might say, often even *the doubts*.

The coast survey has far more than paid its expenses up to this time, by the advantages which it has procured to two of the principal ports of the country, New York and Philadelphia, the accurate knowledge of which has made known advantages in their navigation superior to those hitherto known, which no operations of surveying, so frequently carried on in those waters, have been able to determine, because they were not sufficiently well grounded upon systematic principles, and upon properly connected operations

Ques. 15. „With the suggestion of any other mode of surveying the same."

This does not belong to me to answer by any particular discussion, but that both the mathematical principles which must guide the work positively dictate the mode pursued, and that the experience made between 1818 and 1832 has distinctly proved, in this country, that no other mode, nor even fashion can lead to a result; notwithstanding that in 1832, and even now again, it has been attempted to speak, and even write, about a (so called) chronometric survey, which the science does not know, as chronometers give only detached determinations, and no *survey*, which latter implies a connected series of operations.

I hope to be dispensed from discussing this question; but I allow myself, instead of it, to present the examples of other

Digitized by Google

countries. The surveys made in Europe, of sufficient note to apply to them the mathematical and physical sciences, which are, in principle, to be applied, and without which *success is directly impossible*, were all begun in the last century upon similar plans of triangulation; varied as they all are in the methods and mode of the detail execution, they all agree in that principle.

Austria began already, after the times of *Cassini* and *Liesganig* (1768) using the triangles of *Liesganig*, made for the determination of degrees of the meridian, in Austria and in Hungary, as the primary mathematical elements of her future maps.

Russia began under *Catharine II*, and has since constantly either taken up at different points or extended the triangulations successively made, with always more perfection of men of science. Now, these triangulations form a fully connected series from north of the arctic circle to south of Dorpat. The work goes now on, with a great abundance of means, as well in persons as money, for the topographical and hydrographical parts, to which the triangles give the foundation, principally around the Baltic.

Sweden has similarly taken advantage of the trigonometrical operations of Svanberg, in Lapland, for a measurement of a degree of the meridian begun in 1801, for its maps and the charts of its coast.

Denmark began, under *Bugge*, before 1784, for its peninsula; and not many years ago the part of Holstein was triangulated, in conjunction with Hanover.

The kingdom of Hanover has been triangulated by Professor *Gauss*.

Prussia, having taken advantage of the extension of the French triangulation in Germany over its present Rhenish provinces, has not only extended this triangulation over a great part of its dominions, but has added new measurements of degrees all over, until lately, Mr. *Bessel*, astronomer royal of Königsberg, joined these works with those of Russia just quoted. All these works have been, and are still, used as elements for the geographical, topographical, and hydrographical surveys of the country.

Swabia was triangulated by my university friend, Professor *Bohnenberger*, of Tübingen, and I accompanied him, in 1795, in the junction of his triangles with mine in Switzerland.

The operations of the triangulation of Bavaria are well known and fully described.

All the States of Germany have either made triangulations upon their own base lines, independent of the French triangulations, which were constantly carried on in the rear of the French armies, during the whole of their campaigns, from 1791 onwards, or used these very triangulations; and the different States have grounded upon them the maps of their countries.

The same is the case with Italy, where the triangulations of *Boscowich*, *Beccaria*, *Zach*, *Nouet*, the joint Austrian, French, and Sardinian commission, and others, from before the French revolution, during the same, and since, have been, and are, constantly used as foundation to any maps or charts that are constructed.

Naples and Sicily proceeded in the same manner; and the whole was executed *without any naval officers* being employed in it.

In 1791 I had already begun myself in Switzerland a similar operation, by the measurement of a base line of about 7½ miles long, upon which some triangles were grounded. The several subsequent revolutions interrupted the work, but it was taken up again repeatedly, by me and others, upon the same plan, and with these *my* very same *first elements*. According to the latest accounts, the topography has now been completed. It was the notice of that work of mine, which came to this country about the time of my arrival, in 1805, which occasioned first the proposition to me to do the same here: thence the law of 1807, and the call for plans of operation, of which mine, now proceeded upon, was selected from among thirteen, by the unanimous vote of a special committee assembled in Philadelphia, and by the President himself. (See the historical part of the printed documents, vol. 1.)

France began its first map, after the triangulation of *Cassini*, in the early part of the last century. The defects which this work presented in its detail execution, which was not made with the care now used, an the improvements of the sciences that progressed rapidly after those times, produced first in 1786 the triangulation to join the observatories of Paris and Greenwich, under *Cassini*, the third in France, and General *Roy* in England. Immediately upon it followed the decision of measuring 12 degrees of the meridian, to serve equally as a base to the establishment of standards of weight and measure, upon an unit of length derived from the quadrant of the meridian of the earth, and by the most accurate principles of natural philosophy, applied to the capacity, measures, and the weights. (Der Beschufs folgt.)

(Inhalt.) Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-Amerika. p. 353.

Altona 1842. Juli 7.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 454.

Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen

Von Herrn *H. Petersen.*

(Beschluss.)

Kasan ($\lambda = 49^\circ 7' 33''$ $\varphi = 55^\circ 47' 50''$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta X =$	$-1{,}72107 =$	$+9{,}67688\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}34506\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}40783\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}47778\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}31634\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}66464\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}47088\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}75082\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}22252\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91180\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}90364\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}96640\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}92877\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76733\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}81974\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}62598\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96839\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}38173\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}44450\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}12532\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}96388\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74983\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}73338\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}79614\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y =$	$-1{,}03060 =$	$+9{,}20374\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}14063\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}77965\,\Delta g^{4,2}$	$+8{,}94109\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}62598\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}81974\,\Delta h^{4,3}$
		$-9{,}30499\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}83329\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}56346\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}50069\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}96388\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}12532\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}70845\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}90221\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}79614\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}73338\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}04634\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}20778\,\Delta h^{2,1}$
		$+9{,}87861\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}81584\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z =$	$-1{,}34792 =$	$-9{,}21360\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}58944\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}65220\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}08886\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92742\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}79142\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}59763\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}68002\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}15172\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}44397\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}85259\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}91535\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}17617\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}01473\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}77699\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}58323\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}02205\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}96033\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}02309\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}13370\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}97226\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}21856\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}86671\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}92947\,\Delta h^{1,1}$

Mitjeschka ($\lambda = 49^\circ 54' 4''$ $\varphi = 56^\circ 13' 0''$)

$\Delta X =$	$-1{,}67624 =$	$+9{,}68556\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}32364\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}39831\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}57487\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}33741\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}67277\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}43938\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}73117\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}28282\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91314\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}83439\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}90906\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}00657\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76911\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}82326\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}58988\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96583\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}39058\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}46525\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}19691\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}95945\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}74512\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}72864\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}80331\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y =$	$-1{,}00860 =$	$+9{,}22201\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}14734\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}77851\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}01597\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}58988\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}82326\,\Delta h^{4,3}$
		$-9{,}36314\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}81149\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}57454\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}49987\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}95945\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}19691\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}67020\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}90358\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}80331\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}72864\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}03977\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}27723\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}88363\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}80896\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z =$	$-0{,}94988 =$	$-9{,}16423\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}59143\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}66610\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}15903\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}92157\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}79023\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}55685\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}65352\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}20517\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}47985\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}84705\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}92172\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}24306\,\Delta g^{3,2}$	$+0{,}00560\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}77364\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}54026\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}03037\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}95088\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}02555\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}19846\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}96098\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22071\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}85511\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}92978\,\Delta h^{1,1}$

Milet (λ $50^\circ 38' 24''$ $\varphi = 56^\circ 40'$)

$\Delta\omega =$	$-1{,}54753 =$	$+9{,}69427\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}28757\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}39426\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}41619\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}36501\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}66807\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}44125\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}71606\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}28507\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91413\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}63966\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}89549\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}94633\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77460\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}81531\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}58201\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}96272\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}43453\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}46078\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}16018\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}95760\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}73975\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}74401\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}79596\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Z =$	$-1{,}12385 =$	$-9{,}10288\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}59362\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}67968\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}21471\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}91487\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}78643\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}51357\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}62428\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}24279\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}51540\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}84151\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}92757\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}29531\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}99547\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}76758\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}49472\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}03906\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}94125\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}02731\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}24843\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}94859\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22297\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}84322\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}92928\,\Delta h^{1,1}$

Digitized by Google

Kojil ($\lambda = 51^\circ\,25'\,24''$; $\varphi = 57^\circ\,12'$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta\omega$	$= -1{,}52699 =$	$+9{,}70408\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}25444\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}38013\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}49531\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}38934\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}67189\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}41275\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}69206\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}32024\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91518\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}42365\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}81405\,\Delta h^{3,1}$
		$+8{,}99942\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77732\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}81365\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}54676\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95904\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}45212\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}48017\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}20636\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}95264\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}73344\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}74387\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}80081\,\Delta h^{1,1}$
ΔZ	$= -1{,}85236 =$	$-9{,}01467\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}59620\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}69440\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}26457\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}90654\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}77950\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}46247\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}58883\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}27110\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}55419\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}83533\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}93353\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}34119\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}98316\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}75802\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}44099\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}04908\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}93034\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}02854\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}29168\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}93365\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22560\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}82968\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}92788\,\Delta h^{1,1}$

Suri ($\lambda = 53^\circ\,4'\,24''$ $\varphi = 57^\circ\,33'$)

$\Delta\omega$	$= -1{,}76118 =$	$+9{,}70998\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}21487\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}37787\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}60836\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}40334\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}68448\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}34945\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}66008\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}40028\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91552\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}04931\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}76890\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}09554\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}77655\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}82267\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}47678\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95635\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}46210\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}49498\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}29776\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}94645\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}72905\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}73832\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}80808\,\Delta h^{1,1}$
ΔZ	$= -1{,}22220 =$	$-8{,}94379\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}58618\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}71023\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}35773\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}89604\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}78489\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}36406\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}54447\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}34520\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}57793\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}81975\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}94380\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}43176\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}97007\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}76171\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}34088\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}05550\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}91173\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}03578\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}38055\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}91886\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22730\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}80937\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}93342\,\Delta h^{1,1}$

Dubrowa ($\lambda = 54^\circ\,30'\,24''$ $\varphi = 57^\circ\,42'$)

ΔX	$= -1{,}61972 =$	$+9{,}71308\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}21933\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}36617\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}92528\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}38798\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}93342\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}17751\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}60891\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}50214\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91631\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}44361\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}59045\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}29898\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76168\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}84155\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}31260\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95585\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}39627\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}54311\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}46879\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}93149\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}72783\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}69087\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}83771\,\Delta h^{1,1}$
ΔY	$= -1{,}29688 =$	$+9{,}29391\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}14707\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}76160\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}29890\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}31260\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}84155\,\Delta h^{4,3}$
		$-9{,}57515\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}68192\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}62208\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}47524\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}93149\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}46879\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}38561\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}91456\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}83771\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}69087\,\Delta h^{2,1}$	$+0{,}00450\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}54180\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}91072\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}76388\,\Delta h^{1,1}$				
ΔZ	$= -1{,}26458 =$	$-8{,}90910\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}57387\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}72071\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}42467\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}88737\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}79123\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}26228\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}50665\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}39988\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}58774\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}80513\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}95197\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}49765\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}96035\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}76732\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}23837\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}05820\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}89582\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}04266\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}44572\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}90842\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22802\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}79274\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}93958\,\Delta h^{1,1}$

Perm ($\lambda = 56^\circ\,13'\,56''$ $\varphi = 58^\circ\,1'\,14''$)

ΔX	$= -1{,}58591 =$	$+9{,}71837\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}18572\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}36053\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}00726\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}39080\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}71313\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}01403\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}55248\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}55141\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91669\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}29088\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}46569\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}37007\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}75361\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}84505\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}14585\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95351\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}38743\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}56224\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}53570\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}91924\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}72396\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}67346\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}84827\,\Delta h^{1,1}$
ΔY	$= -1{,}22167 =$	$+9{,}31210\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}13729\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}75164\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}36810\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}14585\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}84505\,\Delta h^{4,3}$
		$-9{,}62289\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}62396\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}63536\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}46055\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}91924\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}53570\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}21743\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}91653\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}84827\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}67346\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}99072\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}60718\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}91975\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74494\,\Delta h^{1,1}$				
ΔZ	$= -1{,}42813 =$	$-8{,}82328\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}56022\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}73503\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}49000\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}87354\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}79086\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}09176\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}44483\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}44376\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}60798\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}78657\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}96138\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}56069\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}94423\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}76543\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}06633\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}06392\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}87454\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}04935\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}50723\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}89077\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22955\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}76993\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}94474\,\Delta h^{1,1}$

Digitized by Google

Kruilassowo ($\lambda = 56°37'38''$ $\varphi = 57°33'45''$)

	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.	n. l.
$\Delta X =$	$-1{,}52009 =$	$+9{,}71067\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}20192\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}38323\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}00307\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}36988\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}71912\,\Delta g^{4,3}$
		$-8{,}97066\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}55454\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}57742\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91611\,\Delta g^{3,0}$	$+8{,}46679\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}64810\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}38158\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}74839\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}85558\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}10712\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95683\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}36841\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}54972\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}55322\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}92003\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}72947\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}66676\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}84807\,\Delta h^{1,1}$
$\Delta Y =$	$-1{,}18554 =$	$+9{,}30088\,\Delta g^{4,1}$	$-9{,}11957\,\Delta h^{4,1}$	$+9{,}74914\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}38233\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}10712\,\Delta g^{4,3}$	$+9{,}85558\,\Delta h^{4,3}$
		$-9{,}65109\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}62821\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}63126\,\Delta g^{3,1}$	$-9{,}44995\,\Delta h^{3,1}$	$+9{,}92003\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}55322\,\Delta h^{3,2}$
		$+9{,}18079\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}92925\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}84807\,\Delta g^{2,1}$	$-9{,}66676\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}99370\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}62688\,\Delta h^{2,2}$
		$+9{,}92174\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}74043\,\Delta h^{1,1}$				
$\Delta Z =$	$-1{,}14082 =$	$-8{,}94099\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}54801\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}72932\,\Delta h^{4,1}$	$-9{,}50974\,\Delta g^{4,2}$	$+9{,}87657\,\Delta h^{4,2}$	$-9{,}80690\,\Delta g^{4,3}$
		$+9{,}05844\,\Delta h^{4,3}$	$-9{,}45459\,\Delta g^{4,4}$	$-9{,}47747\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}57868\,\Delta g^{3,0}$	$+9{,}78148\,\Delta g^{3,1}$	$+9{,}96279\,\Delta h^{3,1}$
		$-9{,}58373\,\Delta g^{3,2}$	$+9{,}95053\,\Delta h^{3,2}$	$-9{,}78366\,\Delta g^{3,3}$	$+9{,}03520\,\Delta h^{3,3}$	$+0{,}05572\,\Delta g^{2,0}$	$+9{,}87335\,\Delta g^{2,1}$
		$+0{,}05466\,\Delta h^{2,1}$	$-9{,}53245\,\Delta g^{2,2}$	$+9{,}89926\,\Delta h^{2,2}$	$+0{,}22736\,\Delta g^{1,0}$	$+9{,}77093\,\Delta g^{1,1}$	$+9{,}95224\,\Delta h^{1,1}$

Slatoustowo ($\lambda = 57°17'24''$ $\varphi = 57°1'$)

$\Delta w =$	$-1{,}54551 =$	$+9{,}69980\,\Delta g^{4,0}$	$+9{,}17490\,\Delta g^{4,1}$	$+9{,}42389\,\Delta h^{4,1}$	$+8{,}76280\,\Delta g^{4,2}$	$-9{,}37704\,\Delta h^{4,2}$	$+9{,}71832\,\Delta g^{4,3}$
		$-9{,}12052\,\Delta h^{4,3}$	$+9{,}59119\,\Delta g^{4,4}$	$+9{,}57548\,\Delta h^{4,4}$	$+9{,}91388\,\Delta g^{3,0}$	$+7{,}90614\,\Delta g^{3,1}$	$+8{,}92132\,\Delta h^{3,1}$
		$+9{,}27335\,\Delta g^{3,2}$	$-9{,}76135\,\Delta h^{3,2}$	$+9{,}86128\,\Delta g^{3,3}$	$-9{,}23579\,\Delta h^{3,3}$	$+9{,}95935\,\Delta g^{2,0}$	$-9{,}43636\,\Delta g^{2,1}$
		$-9{,}48744\,\Delta h^{2,1}$	$+9{,}48214\,\Delta g^{2,2}$	$-9{,}93579\,\Delta h^{2,2}$	$+9{,}73465\,\Delta g^{1,0}$	$-9{,}71263\,\Delta g^{1,1}$	$-9{,}82129\,\Delta h^{1,1}$

	Declination.		Inclination.		Horizontalintensität.	
	Berechnete.	Beob.—Berechn.	Berechnete.	Beob.—Berechn.	Berechnete.	Beob.—Berechn.
Potsdam	+18°42'3	—1° 9'15	66°44'0	+1°47'5		
Berlin					0,54883	—0,04603
Königsberg	+14 15,0	—0 54,0				
Petersburg (a)	+ 7 59,0	—1 11,5	70 22,7	+0 41,8	0,49365	—0,03332
Petersburg (b)	+ 7 56,8	—1 5,0	70 24,0	+0 44,1	0,49327	—0,03661
Tosna					0,50067	—0,04396
Pomorania			69 52,9	+1 7,7	0,50437	—0,03980
Nowgorod	+ 7 32,4	—1 11,1	69 15,6	+1 10,5	0,51661	—0,04439
Saizowa					0,52057	—0,05889
Waldai			68 42,7	+1 15,6	0,52903	—0,04291
Wuischnji Wolotschok			68 24,0	+1 27,6	0,53641	—0,04674
Torjok					0,54608	—0,04189
Twer			67 44,2	+0 47,2	0,55038	—0,03656
Moskwa (a)	+4 26,6	—1 34,5				
Moskwa (b)	+4 25,4	—1 23,4	66 44,5	+2 13,8	0,57086	—0,06510
Nowaja Derewnja					0,57117	—0,06152
Bogorodsk	+4 1,5	—0 36,6				
Platowa			66 44,2	+1 41,1	0,57221	—0,05969
Dmitrewsk			66 53,8	+1 15,2	0,57082	—0,02514
10 Werst nach Sudogda	+2 44,1	—1 21,3				
Murom					0,58009	—0,04102
Osablikowo	+1 57,5	—1 42,1	66 47,5	+1 27,8		
Aleschnowo					0,57382	—0,04847
Doskino	+1 22,3	—1 45,7	67 0,5	+1 58,2	0,57283	—0,05518
Nijnei Nowgorod	+1 10,0	—2 2,6	67 9,4	+1 31,7	0,57044	—0,04646
Poljana					0,57610	—0,06312
Tschugunúi	+0 23,6	—1 50,6	66 59,2	+1 39,7	0,57578	—0,04631
Emuingasch					0,57517	—0,05331
Tscheboksar					0,57614	—0,05502
Angikowa	—0 40,0	—0 57,4	66 42,6	+1 52,6	0,58417	—0,05407
Kasan	—1 5,7	—1 15,9	66 47,7	+1 33,7	0,58374	—0,05227
Mitjeschka	—1 29,0	—1 14,2	67 11,7	+1 33,9	0,57689	—0,04705
Milet			67 37,1	+1 4,5	0,56939	—0,03528

Digitized by Google

	Declination.		Inclination.		Horizontalintensität	
	Berechnete.	Beob.—Berechn.	Berechnete.	Beob.—Berechn.	Berechnete.	Beob.—Berechn.
Kojil			68° 6'9	+0°11'3	0,56034	−0,03365
Suri			68 29,6	+1 50,8	0,55447	−0,05770
Dubrowa	−3°30'2	−2°30'0	68 42,0	+1 10,4	0,55179	−0,03988
Perm	−4 9,5	−2 11,2	69 4,6	+0 57,3	0,54577	−0,03684
Kruilassowo	−4 13,5	−1 56,7	68 43,1	+1 17,5	0,55381	−0,03159
Slatoustowo					0,56336	−0,03512

H. Petersen.

Ueber eine Ausnahme von einem allgemeinen von *Moebius* aufgestellten Satz.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

In seinem Barycentrischen Calcul findet *Moebius* p. 376 den Satz:

„Haben vier Puncte in einer Ebene eine solche Lage gegen einander, dafs jeder derselben ausserhalb des Dreiecks, welches die drei andern bilden, befindlich ist, so lassen sich durch sie zwei verschiedene Parabeln beschreiben."

Der Satz leidet aber offenbar eine Ausnahme, wenn je zwei gegenüberstehende Seiten parallel sind; indem der Durchschnittspunkt zweier durch die Mitten der gegenüberliegenden Seiten gezogenen Linien in diesem Falle der Mittelpunct aller durch diese vier Puncte gelegten Kegelschnitte ist. Die Curve kann daher in diesem Falle nie eine Parabel werden, da dessen Mittelpunct unendlich weit entfernt ist.

Um alle mögliche Fälle, in denen eine Ausnahme Statt findet, zu finden, seien die Winkel, die die vier geraden Linien des Umfangs des Vierecks mit einer beliebigen graden Linie bilden: θ, θ', θ'', θ'''. Die Gleichungen für die vier graden Linien kann man also für Coordinaten auf rechtwinklichte Axen bezogen (die erwähnte beliebige grade Linie als Axe der x genommen) folgendermafsen annehmen:

$$\begin{aligned} l &= x\sin\theta - y\cos\theta + a = 0 \\ l' &= x\sin\theta' - y\cos\theta' + a' = 0 \\ l'' &= x\sin\theta'' - y\cos\theta'' + a'' = 0 \\ l''' &= x\sin\theta''' - y\cos\theta''' + a''' = 0 \end{aligned}$$

Die allgemeine Gleichung für alle Kegelschnitte, die durch die vier Durchschnitte l und l', l' und l'', l'' und l''', l''' und l gezogen werden können, ist

$$0 = ul''+u'l'l''' = Axx+2Bxy+Cyy+2Dx+2Ey+F,$$

worin u und u' Factoren sind, deren Gröfse die Natur des Kegelschnitts bestimmt. Ist $u=0$ so wird der Ausdruck ein System der beiden graden Linien l' und l''', ist $u'=0$, so wird er ein System der Linien l und l''. In allen übrigen Fällen kann man $\frac{u'}{u} = t$ setzen und die Gleichung der durch die vier Puncte gezogenen Curve zweiter Ordnung oder Systeme von graden Linien $ll''+t.l'l'''$ setzen.

Soll die Curve eine Parabel seyn, so mufs $Axx+2Bxy+Cyy$ zwei gleiche Factoren haben, oder $BB=AC$ sein. Es wird aber

$$\begin{aligned} A &= \sin\theta\sin\theta'' + t.\sin\theta'\sin\theta''' \\ -2B &= \sin(\theta+\theta'') + t.\sin(\theta'+\theta''') \\ C &= \cos\theta\cos\theta'' + t.\cos\theta'\cos\theta'''. \end{aligned}$$

Die Entwickelung der Bedingungsgleichung giebt

$$\sin(\theta-\theta'')^2 - 2t[\sin(\theta-\theta')\sin(\theta''-\theta''') + \sin(\theta'-\theta'')\sin(\theta'''-\theta)] + t^2\sin(\theta'-\theta''')^2 = 0.$$

Man ersieht sogleich aus der Gleichung, dafs wenn eine der Gröfsen $\sin(\theta-\theta'')$ oder $\sin(\theta'-\theta''')$ verschwindet, die Gleichung aufser $t=0$ nur einen Werth haben kann, dafs folglich, wenn zwei Seiten des Vierecks parallel sind, nur eine Parabel durch die vier Durchschnittspuncte gezogen werden kann.

Sind beide Paare gegenüberstehende Seiten parallel, so läfst sich durch ihre Durchschnittspuncte keine Parabel beschreiben.

Th. Clausen.

Digitized by Google

Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America.

(Beschluſs.)

Only after these works had passed the ordeal of approbation of the men of science sent from all the continental nations of Europe, assembled in Paris in 1800, (England alone refusing to take a share in a *scientific useful aim*, while it employed its arms and treasures to the destruction of the continent of Europe,) the French, as well as the foreign members of this scientific convention, reporting jointly and unanimously — only then, the accurate elements thus obtained were decided to be applied to the construction of a new map of France and to the charts of its coast.

When all the interior that had been done by the triangulation and the topographical works, which always must form the base of the hydrographic operations, had been executed, the western coast was begun in 1816, and account rendered of it in 1829. The coast of the Mediterranean, as far as hitherto known, is not yet finished; but, during the whole of the wars of the Revolution, the triangulations whose bases laid in the French works were carried on as their armies proceeded.

England grounded the first starting of its survey upon the very base line measured in 1789 by General *Roy*, on the occasion of the junction of the observatories, mentioned above, and has continued it ever since upon the same plan. Several volumes of the work are extant, but the whole is not yet completed. About the year 1818, according to English accounts of that time, upon the part of the work in Ireland, „above 600 persons, of different conditions, were and are continually employed," etc. According to later verbal accounts, the work goes on now from Dublin, south, towards Cork.

In the East Indies, the English began already, in 1800, trigonometrical surveys, upon which the topographical and hydrographical details are grounded and carried on, like all the rest, upon the same principles as the survey of this country now is, but with immensely greater expenses, and a *personel* far more numerous. The work is proceeding now always upon the same plans and principles, having been extended many degrees of latitude north in new territories, under *Lambdon*, *Everet*, etc.

Europe is covered with well-connected series of triangulations, from the south of Sicily to past the north polar circle, from Ireland, through England, France, Germany, to the interior of Russia: from Bordeaux to the frontier of Turkey, and in all the intermediate parts: so that no map need be, nor actually is, attempted without the elements of these triangulations. The works which I have made in Switzerland are included in this series.

These facts give an idea of the labor required to produce such a work as will stand the test of *public scrutiny*, be honorable and useful to the country in which it is performed, and which therefore shall, as I am ordered to make it, be *permanently useful and honorable* to the country. That any other mode of proceeding would dishonor the country, and foil the aim of usefulness entirely, is too well known to need any discussion.

The mathematical theory, which, it will never be doubted, must be applied to such works, is therefore fully supported by the imperious fact, that all surveys whatever, of any note, were made by triangulations, as the only possible mode of operating, *capable* to lead to a result.

Notwithstanding that in this country the work is to be done with reference to views which in science would be called at least over-precipitate, (that is, the results of maps and charts are to be attended to at the same time as the elements are obtained, upon which they must necessarily be grounded,) this is not to be taken as an authorization to dispense with the principles, without which nothing at all is obtainable in that line, that could be considered as warrantable result; and it *cannot be* supposed that it would be approved by the American nation, if such a work, undertaken in this country, was to remain behind the similar works of all other nations, and to be recorded in history as in arrear of the present state of scientific civilization.

If, therefore, in the state of the country and the nature of the demand upon the work, it cannot begin by the determination of degrees of the earth's surface, upon which all the works of that nature are now habitually grounded, the work would, however, be positively shamed out of the annals of the science, and of such works, unless its results could be used, in future proper time, according to any future desire or exigency, to contribute their proper share to the determination of the figure of the earth *in this country*. This very last result will form one of the principal means for its ultimate proof, and credit for accuracy.

The coast survey, to yield the desired and indispensable accuracy and permanent utility, must partake in full of the character of all the works quoted, and exceed them, where possible, in various points, and in accuracy, as instances could be found in the work, by the approbation which the means

Digitized by Google

and principles employed have met with in Europe, from the most eminent men of science, who have practised in such works.

By entering into the details of this part of the subject, many interesting scientific remarks might be made, which circumstances evidently prohibit here to touch. I have, in its proper place, in my reports printed by Congress, stated what, in this point of view, refers to the *Mason* and *Dixon* meridian line, which has been so unsuccessfully tried to be applied as an element to such scientific determinations.

All this answers certainly, also, the question of the probable time that may be required for the completion of the work so fully as to reduce it to the simple statement, that the more impediments there will be laid in the way of the work, the longer it must last, supposing even that it be not entirely destroyed, and the whole undertaking become what is called „a bill of loss for the nation," by attempting to *prescribe* details and *modes of proceeding unscientific*, or distracting the work from its proper course, as former experience has proved.

Ques. 16. „Which shall have for its object the acquisition of the greatest amount of useful information in the shortest time, and at the least expense."

This object cannot be attained by any other mode than that now employed in the coast survey — in no way whatsoever.

Cases are where the economy of a few hundred dollars claimed, or aimed at, has occasioned the loss of some millions of money, years of time, and has caused many disagreements.

It might apparently be fair to claim for the coast survey work, in its present organization, the habitual advice, „Let well alone."

It is easy, by misapprehended views of a scientific subject, investigated with certain predetermined aims, views, opinions, etc., to draw conclusions directly contrary to truth. Such are the ideas which would pretend to determine, almost instantaneously, the latitudes and longitudes of places with sextants and chronometers, when geographical determinations are to be made with that accuracy, which decides certainty. We have the experience of centuries, and of our days equally, proving what a long series of observations, with means far superior to small sextants and chronometers, have been, and are still, required to obtain accuracy in any way only comparable with what a few triangles will put out of doubt within smaller limits than a man (suppose the observer with his sextant) needs to move upon in his sextant operations; and these few triangles are quicker made, and their accuracy is proved in every step with the fullest certainty. Such illusions are instantly dispelled by the knowledge of the scientific principles implied in such works.

It is known, by my reports, that, in addition to the works of the coast survey, I have, during the very same time, also brought the construction of uniform standards of weight and measure for the whole Union to a considerably advanced state, in far less time than similar works have been obtained in any country whatsoever, of far less extent than the United States.

The two works, requiring similar application of mathematical and physical science, and even similar mechanical means, are assisting each other mutually, and therefore serve as acceleration, the one to the other. It is, besides, well known that in France, also, they were grounded upon the same principles — so much so, as to call the account of the measurement of the twelve degrees of the meridian, *„the base of the metric system."*

Whatever would act inimical to the coast survey would act equally inimical to this, so highly important and much desired public work.

F. R. Hassler.

To the Hon. *Walter Forward,*
Secretary of the Treasury, Washington.
Station Yards in Newtown Square,
Delaware county, (Pa.,) December 2, 1841.

List of instruments belonging to the United States coast survey.

1 30-inch theodolite. *Troughton & Simms.*
1 24-inch theodolite. *Troughton.*
1 18-inch repeating circle, with 2-feet telescope. *Troughton.*
1 18-inch theodolite. *Simms.*
1 18-inch theodolite. Made in office.
1 12-inch repeating theodolite, with vertical circle. *Troughton.*
1 12-inch repeating theodolite. (Lent to the State of Massachusetts.)
1 10-inch theodolite. *Richer.*
1 9-inch theodolite. Made in office.
1 24-inch vertical circle. *Troughton & Simms.* Brass stand to the same, made in office.
3 repeating reflecting circles, with brass stands, horizon, and mercury flasks.
1 repeating reflecting circle, without stand.

Digitized by Google

1 5-feet observatory transit instrument. *Troughton.*
1 5-feet observatory transit instrument. (Lent to the Navy Department.)
1 small transit instrument and stand. Made in office.
15 sextants.
1 transportable clock of *Brookbank.*
1 astronomical clock of *Hardy.*
5 box chronometers.
12 watches.
1 three-hundredth second watch.
4 mounted barometers of *F. R. Hassler.*
4 mounted barometers. (Lent to the State Department.)
1 mounted barometer. (Lent to the War Department.)
1 reflecting telescope of *Troughton.*
1 6-feet telescope. *Dollond.*
1 5-feet telescope. ditto.
1 $4\frac{9}{10}$-feet telescope. *Tully.*
1 $3\frac{1}{2}$-feet telescope. *Dollond.*
1 $3\frac{1}{2}$-feet telescope. *Troughton.* (Lent to the War Department.)
4 $3\frac{1}{2}$-feet telescopes. *Frauenhofer & Utzschneider.*
4 $2\frac{1}{2}$-feet telescopes. *Frauenhofer & Utzschneider.*
5 pocket telescopes.
7 large heliotropes, with brass stands.
4 small heliotropes.
14 thermometers.
10 large alhidades.
2 small alhidades.
6 complete plane tables.
3 brass motion works for plane tables.
1 brass rule of *Schenck's* alhidade, with magnetic needle.
1 large azimuth compass, 1 foot needle, and telescope.
1 compass, with telescope, needle, and stand.
2 compasses, with telescopes.
1 small compass, with prismatic readings.
2 2-arm protractors.
2 3-arm protractors.
1 brass circular protractor.
1 small steel protractor.
1 58-inch German silver beam compass.
1 56-inch brass beam compass.
1 32-inch brass beam compass.
1 32-inch graduated brass beam compass.
21 beam compasses of different sizes and metals.
3 steel rulers of 8 feet length.
9 steel rulers of 5 feet length.
1 brass ruler of 5 feet length.
5 steel rulers of $3\frac{1}{2}$ feet length.
2 steel rulers of $2\frac{1}{2}$ feet length.
12 metre scales of brass and German silver.
11 metre chains.
5 graduated triangles.
12 triangles of different sizes, brass and steel.
1 30-inch dividing plate of Bird.
1 new tracing apparatus. Made in office.
3 parallel brass ruling instruments. Made in office.
12 boxes of mathematical drawing instruments.
1 82-inch scale of *Troughton*, divided on silver, with microscopic comparateur.
1 scale beam and grain weights of *Troughton.*
1 brass metre of *Lenoir.*
1 iron metre of *Lenoir.*
1 iron toise of *Lenoir.*
2 subdivided kilogrammes.
2 litres modeles.
4 micrometer microscopes, with reflectors.
1 double wire micrometer of *Dollond.*
1 level tryer, with micrometer screws.
2 micrometer screws.
2 large artificial horizons.
3 small artificial horizons.
1 box with mounted levels.
1 box with unmounted levels.
1 box with parallel glasses.
1 box with dark glasses, sextant mirrors, lenses, reading glasses, and sets of dark glasses.
1 rectangular level arrangement from *Brookbank's* clock.
1 vertical circle, telescope, etc., of broken repeating circle, from which an instrument is now being constructed in the office.

The base apparatus consists of

2 boxes with microscopes.
2 boxes with brass and steel motion works.
2 boxes with iron bars.
1 box with thermometers.
1 box with wooden legs for the microscopes.
1 long wood bar, box, and base plank.
2 large brass sectors with levels.
12 large wooden stands with screws.

There belongs to the coast survey a library of a few hundred volumes of valuable mathematical and astronomical works, a number of which are very rare; all classical in their kind.

Digitized by Google

The following vessels belong to the coast survey:
Brig Washington, with 4 boats.
Schooner Jersey, with 4 boats.
Schooner Gallatin, with 3 boats.
Schooner Nautilus, with 3 boats.
Schooner Vanderbilt, with 1 boat.
The plane table parties have 5 boats in use.
The different land parties have in use 60 tents of different sizes.
Every party has the necessary carpenter tools.

For the triangulation parties there are:
6 instrument carriages.
1 1-horse wagon.
8 horses.

The instrument maker's shop has:
1 large turning lathe, cast iron-frame, wheels, etc.
1 turning lathe, with cast-iron shears, wheels, etc.
1 small turning lathe, with cast-iron shears; wheels, etc.
1 watch maker's turning bench, with all necessary implements and tools.

The artificer's shop has a carpenter's bench, with all the necessary tools.

In the office rooms there are:
12 drawing tables, of different sizes.
9 writing tables and desk.
5 bookcases.
Stands, chairs, washstands, fenders, shovels and tongs.

Anzeigen.

Herr Dr. *Lehmann* hat eine zweite Auflage seines Werkes über grofse Sonnenfinsternisse, von dem die erste Auflage mit dem Lager der Herren *Perthes, Besser & Mauke* verbrannte, veranstaltet, welche bereits erschienen ist. *S.*

Es ist schon in den früheren Banden dieser Nachrichten bemerkt, dafs ohne ausdrückliche Bestellung und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also, um Unterbrechungen zu vermeiden, ersucht baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man pränumerirt mit 8 ß Hamburger GrobCourant, und von diesem Preise wird auch den Postämtern und Buchhandlungen kein Rabatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

Da sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden als bestellt sind, so kann ein Band, der schon geschlossen ist, nicht unter 12 ß Hamburger GrobCourant verkauft werden. Die einzige Ausnahme ist wenn alle schon geschlossenen Bände, vom 3ten (inclusive) an, auf einmal genommen werden, und wenn also, wie bei dem Verkaufe einzelner Bände, keines von den wenigen noch übrigen Exemplaren des ganzen Werks incomplet gemacht wird. In diesem Falle wird der Band auch nur zu 8 ß gerechnet. Der erste Band ist ganz vergriffen.

Die Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s w. in den Intelligenzblättern, werden mit 2 ggr. die Zeile vergütet.

Inhalt

Vergleichung der *Gauss*ischen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnetischen Beobachtungen. Von Herrn *H. Petersen*. (Beschluss.) p. 369.
Ueber eine Ausnahme von einem allgemeinen von *Moebius* aufgestellten Satz. Von Herrn *Thomas Clausen*. p. 375.
Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America. (Beschluss.) p. 377.
Anzeigen. p. 383.

Altona 1842. Juli 14.

Digitized by Google

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 455.

Mondculminationen in Altona 1842.

(S. Nr. 447.)

		Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Sept.	5 o	11h 17′ 59″21	— 0° 19′ 48″1	64′ 19″0	16′ 42″5	66″83
	u	11 46 29,75	3 43 33,5	61 10,9	16 40,3	66,83
	6 o	12 15 2,26	7 2 32,1	60 57,8	16 36,7	66,95
	u	12 43 43,01	10 13 9,7	60 40,0	16 31,9	67,19
	7 o	13 12 37,35	13 12 9,6	60 18,5	16 26,1	67,52
	u	13 41 48,97	15 56 32,6	59 53,6	16 19,2	67,89
	8 o	14 11 19,53	18 23 40,9	59 26,3	16 11,9	68,28
	u	14 41 8,46	20 31 19,1	58 57,6	16 4,0	68,62
	9 o	15 11 12,61	22 17 42,5	58 28,2	15 56,0	68,88
	u	15 41 26,37	23 41 33,0	57 58,5	15 47,9	69,01
	10 o	16 11 42,08	24 42 6,0	57 29,5	15 40,0	68,98
	u	16 41 50,55	25 19 8,9	57 1,4	15 32,3	68,76
	11 o	17 11 42,05	25 33 0,1	56 34,7	15 25,0	68,35
	u	17 41 7,16	25 24 26,0	56 10,0	15 18,3	67,77
	12 o	18 9 57,61	24 54 38,0	55 47,3	15 12,1	67,04
	u	18 38 6,97	24 5 3,9	55 26,8	15 6,6	66,20
	13 o	19 5 30,96	22 57 24,4	55 8,5	15 1,6	65,28
	u	19 32 7,56	21 33 26,6	54 52,5	14 57,2	64,31
	14 o	19 57 56,77	19 54 59,2	54 38,6	14 53,4	63,35
	u	20 23 0,46	18 3 49,1	54 26,9	14 50,2	62,42
	15 o	20 47 21,98	16 1 39,7	54 17,4	14 47,7	61,57
	u	21 11 5,68	13 50 9,6	54 9,7	14 45,5	60,80
	16 o	21 34 16,78	11 30 52,2	54 3,9	14 44,0	60,14
	u	21 57 1,04	9 5 15,9	53 59,8	14 42,9	59,61
	17 o	22 19 24,58	6 34 45,6	53 57,4	14 42,2	59,20
	u	22 41 33,69	4 0 42,3	53 56,8	14 42,0	58,95
	18 o	23 3 34,91	— 1 24 26,6	53 57,6	14 42,2	58,83
	u	23 25 34,75	+ 1 12 42,7	53 59,9	14 42,9	58,87
	19 o	23 47 39,81	3 49 26,4	54 3,4	14 43,8	59,05
	20 u	0 9 56,60	6 24 23,1	54 8,3	14 45,1	59,38
	o	0 32 31,54	8 56 9,1	54 14,7	14 46,9	59,85
	21 u	0 55 31,03	11 23 16,2	54 22,5	14 49,0	60,46
	o	1 19 1,05	13 44 12,2	54 31,3	14 51,4	61,18
	22 u	1 43 7,24	15 57 20,1	54 41,8	14 54,3	62,01
	o	2 7 54,52	18 0 55,3	54 53,6	14 57,5	62,92
	23 u	2 33 26,91	19 53 10,8	55 6,5	15 1,0	63,87
	o	2 59 47,06	21 32 11,3	55 21,1	15 5,0	64,86
	24 u	3 26 56,04	22 56 2,2	55 37,2	15 9,3	65,82
	o	3 54 52,79	24 2 48,2	55 54,8	15 14,2	66,74
	25 u	4 23 34,04	24 50 40,0	56 13,8	15 19,4	67,54
	o	4 52 54,14	25 17 56,7	56 34,2	15 24,9	68,20
	26 u	5 22 45,36	25 23 15,9	56 56,2	15 30,9	68,69
	o	5 52 58,26	25 5 36,8	57 19,3	15 37,2	68,99
	27 u	6 23 22,68	24 24 26,5	57 43,6	15 43,9	69,10
	o	6 53 48,54	23 19 42,1	58 8,6	15 50,7	69,02
	28 u	7 24 6,86	21 51 53,7	58 34,2	15 57,6	68,79
	o	7 54 10,52	+20 2 1,9	58 59,6	16 4,5	68,44
Sept.	28 o	7h 54′ 10 52	+20° 2′ 1″9	58″59″6	16′ 4′ 5	68″44
	29 u	8 23 54,84	17 51 37,8	59 24,2	16 11,3	68,03
	o	8 53 17,70	15 22 37,8	59 47,6	16 17,6	67,59
	30 u	9 22 19,60	12 37 21,9	60 9,1	16 23,5	67,19
	o	9 51 8,15	9 38 30,5	60 27,9	16 28,6	66,85
Oct.	1 u	10 19 32,93	6 29 0,7	60 43,6	16 32,9	66,62
	o	10 47 54,73	+ 3 12 6,8	60 55,1	16 36,0	66,50
	2 u	11 16 15,31	— 0 8 47,0	61 2,2	16 37,9	66,53
	o	11 44 41,63	3 30 5,6	61 4,5	16 38,6	66,70
	3 u	12 13 20,65	6 48 7,7	61 1,8	16 37,9	67,00
	o	12 42 18,41	9 59 12,8	60 53,8	16 35,7	67,40
	4 u	13 11 30,84	12 59 43,2	60 41,2	16 32,2	67,89
	5 o	13 41 27,88	15 46 11,7	60 24,2	16 27,7	68,42
	u	14 11 43,20	18 15 28,9	60 3,2	16 21,9	68,93
	6 o	14 42 23,35	20 24 50,2	59 38,9	16 15,3	69,38
	u	15 13 23,06	22 12 2,9	59 12,0	16 7,9	69,69
	7 o	15 44 34,06	23 35 30,3	58 43,5	16 0,1	69,84
	u	16 15 45,91	24 34 18,6	58 13,9	15 52,1	69,79
	8 o	16 46 46,58	25 8 16,9	57 44,3	15 44,1	69,53
	u	17 17 24,03	25 17 55,1	57 15,0	15 36,0	69,02
	9 o	17 47 27,19	25 4 16,6	56 46,8	15 28,3	68,32
	u	18 16 46,95	24 28 53,6	56 20,2	15 21,1	67,47
	10 o	18 45 16,87	23 33 37,2	55 55,4	15 14,3	66,50
	u	19 12 53,39	22 20 27,9	55 32,8	15 8,2	65,46
	11 o	19 39 35,54	20 51 28,4	55 12,8	15 2,7	64,40
	u	20 5 24,81	19 8 39,7	54 55,3	14 57,9	63,36
	12 o	20 30 24,55	17 13 55,5	54 40,4	14 53,9	62,40
	u	20 54 39,47	15 9 1,8	54 28,1	14 50,5	61,50
	13 o	21 18 15,33	12 55 37,0	54 18,3	14 47,8	60,73
	u	21 41 18,55	10 35 10,5	54 11,1	14 45,9	60,08
	14 o	22 3 55,88	8 9 5,2	54 6,1	14 44,6	59,58
	u	22 26 14,25	5 38 39,7	54 3,3	14 43,8	59,21
	15 o	22 48 20,80	3 5 9,8	54 2,7	14 43,6	58,99
	u	23 10 22,57	— 0 29 49,7	54 4,1	14 44,0	58,94
	16 o	23 32 26,63	+ 2 6 6,5	54 7,3	14 44,9	59,03
	u	23 54 39,85	4 41 21,8	54 12,0	14 46,2	59,28
	17 o	0 17 9,11	7 14 35,8	54 18,3	14 47,9	59,67
	u	0 40 1,01	9 44 21,9	54 25,9	14 50,0	60,20
	18 o	1 3 21 81	12 9 8,2	54 34,6	14 52,3	60,85
	u	1 27 17,28	14 27 16,5	54 44,6	14 55,0	61,62
	19 o	1 51 52,54	16 37 0,6	54 55,8	14 58,1	62,48
	20 u	2 17 11,63	18 36 28,2	55 7,6	15 1,3	63,40
	o	2 43 17,30	20 23 40,6	55 20,2	15 4,7	64,35
	21 u	3 10 10,48	21 56 39,3	55 33,8	15 8,5	65,30
	o	3 37 50,11	23 13 25,6	55 48,0	15 12,3	66,19
	22 u	4 6 12,81	24 12 6,3	56 2,8	15 16,4	66,98
	o	4 35 12,80	+24 51 0,4	56 18,2	15 20,5	67,63

Digitized by Google

	Gr. Aufst.	Abweichung.	Parall.	Halbm.	Rand.
Oct. 22 o	4h35′ 12″80	+24° 51′ 0″4	56′ 18″2	15′ 20″5	67″63
23 u	5 4 42,10	25 8 46,7	56 34,1	15 24,9	68,12
o	5 34 31,10	25 4 25,0	56 51,0	15 29,5	68,41
24 u	6 4 29,49	24 37 24,5	57 8,1	15 34,1	68,50
o	6 34 26,84	23 47 44,5	57 25,6	15 38,9	68,41
25 u	7 4 13,99	22 35 53,3	57 43,6	15 43,9	68,16
o	7 33 43,59	21 2 47,7	58 2,0	15 48,8	67,77
26 u	8 2 50,73	19 9 48,5	58 20,5	15 53,9	67,32
o	8 31 33,14	16 58 36,2	58 39,0	15 58,9	66,84
27 u	8 59 51,12	14 31 7,4	58 57,2	16 3,9	66,38
o	9 27 47,29	11 49 31,2	59 14,7	16 8,7	65,98
28 u	9 55 26,19	8 56 8,7	59 31,0	16 13,1	65,67
o	10 22 53,87	5 53 30,7	59 45,7	16 17,1	65,49
29 u	10 50 17,52	+ 2 44 17,2	59 58,5	16 20,6	65,45
o	11 17 44,87	— 0 28 40,4	60 8,9	16 23,5	65,57
Oct. 29 o	11h17′ 44″87	— 0° 28′ 40″4	60′ 8″9	16′ 23″5	65″57
30 u	11 45 24,08	3 42 21,2	60 16,4	16 25,5	65,84
o	12 13 22,85	6 53 34,9	60 20,5	16 26,6	66,25
31 u	12 41 48,36	9 59 1,6	60 20,7	16 26,6	66,78
o	13 10 46,29	12 55 17,1	60 16,8	16 25,6	67,41
Nov. 1 u	13 40 20,58	15 38 56,4	60 9,0	16 23,5	68,09
o	14 10 32,26	18 6 39,8	59 57,6	16 20,4	68,77
2 u	14 41 19,38	20 15 24,8	59 42,3	16 16,2	69,37
3 o	15 12 36,21	22 2 32,1	59 23,5	16 11,1	69,85
u	15 44 13,57	23 26 0,0	59 1,9	16 5,2	70,13
4 o	16 15 59,09	24 24 27,4	58 38,1	15 58,7	70,19
u	16 47 38,54	24 57 24,0	58 12,7	15 51,7	69,98
5 o	17 18 57,14	25 5 8,3	57 46,2	15 44,5	69,53
u	17 49 41,19	24 48 42,3	57 19,4	15 37,2	68,83
6 o	18 19 39,35	—24 9 45,0	56 52,8	15 30,0	67,95

	Culmination.			Grade Aufsteigung.			Abweichung.			Parallaxe.	
1842.	Log a	Log b	Log c	Log a′	Log b′	Log c′	Log a″	Log b″	Log c″	Log a‴	Log b‴
Sept. 5	2,597978	9,12173n	8,1657	2,581104	9,07042n	8,0919	3,437406n	0,22123	9,6162	0,11261n	9,1499n
6	2,598944	9,34813	8,0890	2,582035	9,29071	8,0057	3,416621n	1,09769	9,5824	0,53683n	9,0691n
7	2,605695	9,66980	7,7539	2,588520	9,61847	7,6549	3,361425n	1,33917	9,4912	0,71340n	8,9308n
8	2,614949	9,69717	7,5778n	2,597407	9,64398	7,4558n	3,264120n	1,46379	9,3282	0,79433n	8,5718n
9	2,622213	9,41834	8,1447n	2,604387	9,36413	8,0764n	3,103857n	1,52462	9,0319	0,81833n	8,0277n
10	2,623081	9,28503n	8,3017n	2,605213	9,23660n	8,2124n	2,813101n	1,54218	7,9685n	0,80270n	8,2707
11	2,614889	9,85109n	8,2713n	2,597353	9,79658n	8,1999n	1,517326n	1,52236	9,0579n	0,75795n	8,6297
12	2,597717	0,04364n	8,0484n	2,580850	9,99331n	8,0085n	2,727305	1,46912	9,2264n	0,68111n	8,7267
13	2,574153	0,10525n	7,2977n	2,558157	0,05746n	7,1841n	3,008126	1,38833	9,2810n	0,58155n	8,7680
14	2,548071	0,08735n	7,7500	2,532991	0,04210n	7,7145	3,149204	1,28318	9,2742n	0,45707n	8,7267
15	2,523423	0,00653n	8,0005	2,509164	9,96452n	7,9430	3,232537	1,15292	9,2481n	0,28997n	8,6561
16	2,503351	9,85727n	8,0925	2,489721	9,81803n	8,0490	3,283423	0,98440	9,2035n	0,03707n	8,6809
17	2,490080	9,58787n	8,1243	2,476859	9,55171n	8,0691	3,312720	0,73544	9,1784n	9,53362n	8,6297
18	2,484904	8,57102n	8,1325	2,471844	8,56057n	8,0716	3,325302	0,12837	9,1803n	9,54886	8,5718
19	2,488319	9,49767	8,1253	2,475149	9,46086	8,0716	3,322810	0,44380n	9,2035n	9,96320	8,4670
20	2,500024	9,81867	8,1099	2,486497	9,77746	8,0654	3,304345	0,85414n	9,2238n	0,21087	8,6017
21	2,519006	9,98707	8,0437	2,504895	9,94394	7,9654	3,266266	1,07561n	9,2749n	0,33567	8,6297
22	2,543283	0,08333	7,8494	2,528370	0,03902	7,7518	3,199473	1,49813n	9,3363n	0,44163	8,4670
23	2,569871	0,11829	6,2448	2,554032	0,07125	5,9985n	3,089448	1,35843n	9,3275n	0,53420	8,6017
24	2,594900	0,07831	7,9662n	2,578143	0,02841	7,9330n	2,886457	1,45073n	9,2937n	0,61073	8,5396
25	2,614232	9,92299	8,2577n	2,596723	9,87078	8,1980n	2,342723	1,51400n	9,0977n	0,67555	8,6297
26	2,624677	9,48908	8,3302n	2,606753	9,43249	8,2562n	2,592419n	1,54237n	8,5783n	0,72288	8,5048
27	2,625411	9,31421n	8,2301n	2,607458	9,25609n	8,1697n	3,007803n	1,53410n	8,8793	0,75226	8,3287
28	2,618474	9,71915n	7,8497n	2,600798	9,66570n	7,7693n	3,205701n	1,48496n	9,2749	0,74872	7,7267n
29	2,608078	9,75311n	7,5289	2,590805	9,70035n	7,4991	3,322819n	1,38556n	9,4362	0,70249	8,5048n
30	2,598979	9,57008n	8,0405	2,582061	9,51924n	7,9807	3,392202n	1,20251n	9,5376	0,59045	8,8236n
Oct. 1	2,594973	8,52143n	8,1593	2,578206	8,43754n	8,1000	3,425796n	0,77753n	9,5836	0,32178	9,0167n
2	2,597911	9,53453	8,1376	2,581034	9,48660	8,0704	3,427456n	0,69230	9,6200	8,13185	9,0591n
3	2,607286	9,80531	7,9261	2,590045	9,75677	7,8793	3,395860n	1,20039	9,6005	0,37096n	9,1069n
5	2,620228	9,86797	7,2292n	2,602479	9,81683	7,1746n	3,324605n	1,40919	9,5023	0,62540n	8,9938n
6	2,631939	9,72489	8,1511n	2,613721	9,67252	8,0872n	3,198565n	1,51684	9,3282	0,75551n	8,8236n
7	2,637132	8,41923	8,3763n	2,618696	8,37638	8,2995n	2,976844n	1,56249	8,7415	0,81052n	8,5048n
8	2,631927	9,79536n	8,3873n	2,613705	9,74008n	8,3116n	2,460384n	1,55606	8,8979n	0,81665n	
9	2,615613	0,06769n	8,2125n	2,598055	0,01473n	8,1548n	2,519608	1,50895	9,2649n	0,78395n	8,5718
10	2,590753	0,15733n	7,6603n	2,574154	0,10650n	7,6974n	2,936007	1,42699	9,3329n	0,72459n	8,6809
11	2,561877	0,15257n	7,7232	2,546322	0,10562n	7,6286	3,110423	1,31919	9,3309n	0,62019n	8,8058
12	2,533733	0,08035n	8,0415	2,519142	0,03727n	7,9701	3,207622	1,18713	9,2788n	0,48069n	8,8406
13	2,510159	9,94215n	8,1379	2,496324	9,89965n	8,0740	3,266081	1,02946	9,2098n	0,27419n	8,8406
14	2,493778	9,70630n	8,1648	2,480449	9,66498n	8,1102	3,300960	0,82094	9,1425n	9,93998n	8,7478
15	2,486070	9,10743n	8,1647	2,472971	9,06882n	8,1046	3,318834	0,44597	9,1477n	8,99100	8,7267

Digitized by Google

1842.		Culmination. Log a	Log b	Log c	Grade Aufsteigung. Log a′	Log b′	Log c′	Abweichung. Log a″	Log b″	Log c″	Parallaxe. Log a‴	Log b‴
Oct.	16	2,487548	9,38990	8,1533	2,474403	9,33690	8,1124	3,322132	0,02608n	9,1765n	9,94330	8,6017
	17	2,497897	9,78346	8,1253	2,484447	9,74483	8,0412	3,310334	0,72763n	9,2306n	0,19080	8,5396
	18	2,515953	9,96858	8,0573	2,501933	9,92740	7,9912	3,280136	1,00627n	9,2825n	0,31674	8,4256
	19	2,539621	0,07086	7,8579	2,524830	0,02619	7,7838	3,224503	1,19373n	9,3323n	0,41981	8,4670
	20	2,565757	0,10634	4,7133n	2,550066	0,05950	6,5213n	3,128812	1,33074n	9,3349n	0,46574	8,3799
	21	2,590324	0,06419	7,9777n	2,573733	0,01390	7,9123n	2,958782	1,43251n	9,3024n	0,50915	8,1246
	22	2,609074	9,89709	8,2688n	2,591773	9,84516	8,2116n	2,580769	1,49668n	9,1079n	0,54120	8,0277
	23	2,618691	9,40113	8,3413n	2,601017	9,35604	8,2929n	2,319233n	1,52639n	8,4945n	0,57603	7,9027
	24	2,618253	9,44294n	8,2397n	2,600583	9,39203n	8,1456n	2,909456n	1,51741n	8,8456	0,59487	7,9027
	25	2,609775	9,78365n	7,8723n	2,592441	9,73236n	7,8001n	3,139396n	1,47216n	9,2142	0,61130	———
	26	2,597497	9,81929n	7,5029	2,580643	9,77066n	7,3602	3,270954n	1,38627n	9,3519	0,60924	8,0277n
	27	2,586358	9,66855n	8,0472	2,569916	9,62251n	7,9882	3,351259n	1,24773n	9,4277	0,57457	8,4670n
	28	2,580526	9,03813n	8,1933	2,564300	8,97426n	8,1288	3,396851n	0,99460n	9,4799	0,48798	8,6561n
	29	2,582511	9,50355	8,2212	2,566208	9,45373	8,1578	3,413801n	0,01091n	9,5392	0,30784	8,7874n
	30	2,592673	9,85719	8,1338	2,575991	9,80671	8,0860	3,402226n	0,94188	9,5771	9,70389	8,9441n
	31	2,608960	9,99148	7,7370	2,591651	9,94152	7,6857	3,357144n	1,27688	9,5647	0,13250n	9,0277n
Nov.	1	2,626975	9,98134	7,8929n	2,608951	9,92804	7,8024n	3,266776n	1,45131	9,4940	0,47352n	8,9697n
	3	2,640729	9,74607	8,3358n	2,622146	9,69445	8,2929n	3,104447n	1,54423	9,2703	0,65513n	8,9170n
	4	2,644400	9,20760n	8,4878n	2,625660	9,14405n	8,4157n	2,783987n	1,57654	7,9527	0,73696n	8,6017n
	5	2,634835	9,96896n	8,4240n	2,616490	9,91270n	8,3416n	1,785209	1,55385	9,1803n	0,77253n	8,0277n

Th. Clausen.

Beitrag zur Theorie der dreiseitigen Pyramide.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

1. Die Aufgabe: „aus den drei Winkeln zwischen den Kanten an dem Scheitel A einer dreiseitigen Pyramide $ABCD$; nemlich $BAC = \theta$, $CAD = \theta'$ und $DAB = \theta''$; und den drei Kanten der Grundfläche $BC = a$, $CD = a'$ und $DB = a''$ die übrigen Stücke zu finden;“ scheint noch keine einfache Auflösung gefunden zu haben. *Monge* in seiner Geometrie descriptive sagt, p. 126, dafs die analytische Entwickelung auf eine Gleichung vom achten Grade führe. Die Aufgabe läfst sich aber leicht auf eine Gleichung vom vierten Grade bringen. Es seien nemlich die drei Kanten $AD = r$, $AB = r'$ und $AC = r''$; so hat man zwischen diesen und den gegebenen Gröfsen folgende Relationen:

$$\left.\begin{aligned} a^2 &= r'^2 + r''^2 - 2r'r''\cos\theta \\ a'^2 &= r''^2 + r^2 - 2r''r\cos\theta' \\ a''^2 &= r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\theta'' \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots (I)$$

Aus ihnen folgt unmittelbar:

$$\left.\begin{aligned} a^2r^2 - a'^2r'^2 + (a^2 - a'^2)r''^2 - 2a^2r''r\cos\theta' + 2a'^2r'r''\cos\theta &= 0 \\ a'^2r'^2 - a''^2r''^2 + (a'^2 - a''^2)r^2 - 2a'^2rr'\cos\theta'' + 2a''^2r''r\cos\theta' &= 0 \\ a''^2r''^2 - a^2r^2 + (a''^2 - a^2)r'^2 - 2a''^2r'r''\cos\theta + 2a^2rr'\cos\theta'' &= 0 \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots (II)$$

Setzt man $r = \nu r''$; $r' = \nu' r''$, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} a^2\nu^2 - a'\nu'^2 + a^2 - a'^2 - 2a^2\nu\cos\theta' + 2a'^2\nu'\cos\theta &= 0 \\ a'^2\nu'^2 - a''^2 + (a'^2 - a''^2)\nu^2 - 2a'^2\nu\nu'\cos\theta'' + 2a''^2\nu\cos\theta' &= 0 \\ a''^2 - a^2\nu^2 + (a''^2 - a^2)\nu'^2 - 2a''^2\nu'\cos\theta + 2a^2\nu\nu'\cos\theta'' &= 0 \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots (III)$$

Diese drei Gleichungen enthalten nur zwei verschiedene, da jede derselben sich aus den beiden übrigen ableiten läfst. Betrachtet man ν und ν' als die Coordinaten einer krummen Linie; so können diese Gleichungen in Kegelschnitte entworfen werden, die nicht mehr als vier gemeinschaftliche Puncte haben. Es sind demnach nicht mehr als vier verschiedene Auflösungen möglich, von denen übrigens die, in denen $\nu = \frac{r}{r''}$, und $\nu' = \frac{r'}{r''}$ nicht beide positiv sind, ausgeschieden werden müssen, da alle drei r, r', r'' immer positiv sind. Aus jedem Paar Werthe von ν und ν' folgt wieder nur ein Werth der drei Gröfsen r, r', r''; nemlich

$$r'' = \frac{a}{\sqrt{(1 - 2\nu'\cos\theta + \nu'^2)}} = \frac{a'}{\sqrt{(1 - 2\nu\cos\theta' + \nu^2)}};$$
$$r = \nu r''; \quad r' = \nu' r''.$$

da der negative Werth ausgeschlossen ist. Es sind also in allen Fällen nicht mehr als vier Auflösungen der Aufgabe möglich. Alle vier können aber in vielen Fällen möglich sein,

Digitized by Google

z. B. wenn $\cos\theta = \cos\theta' = \cos\theta'' = \frac{3}{4}$; $a = a' = a'' = 1$ ist; so wird den Gleichungen I durch folgende vier Systeme Genüge geleistet:

1.	$r = \sqrt{\frac{3}{4}}$;	$r' = \sqrt{\frac{3}{4}}$;	$r'' = \sqrt{\frac{3}{4}}$
2.	$= \sqrt{\frac{3}{4}}$;	$= \sqrt{\frac{3}{4}}$;	$= \sqrt{\frac{1}{4}}$
3.	$= \sqrt{\frac{3}{4}}$;	$= \sqrt{\frac{1}{4}}$;	$= \sqrt{\frac{3}{4}}$
4.	$= \sqrt{\frac{1}{4}}$;	$= \sqrt{\frac{3}{4}}$;	$= \sqrt{\frac{3}{4}}$

2. Man kann die Aufgabe noch auf einem ganz andern Wege auflösen, wobei man blos auf eine cubische Gleichung kömmt, welches im Grunde nicht einfacher ist, als die Auflösung der aus den Gleichungen III folgende biquadratische, die man durch Hülfe einer cubischen Gleichung in zwei quadratische zerlegen kann.

Die in der Pyramide eingeschriebene Kugel berühre die vier Seitenflächen BAC, CAD, DAB, BCD resp. in den Puncten p, p', p'', p'''. Verbindet man diese vier Puncte zu zweien, durch 6 gröfste Kreise; so wird in dem sphärischen Dreiecke $pp'p''$ der Winkel $\angle p''pp' = 180^\circ - \theta$; $\angle pp'p'' = 180^\circ - \theta'$; $\angle p'p''p = 180^\circ - \theta''$. Es seien die drei sphärischen Seiten $p'p'' = l$, $p''p = l'$; $pp' = l''$. Sei ferner in dem ebenen Dreiecke $\angle CDB = \alpha$; $\angle DBC = \alpha'$; $\angle BCD = \alpha''$, oder wenn man

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\alpha'}{a'} = \frac{\sin\alpha''}{a''} = \frac{\sqrt{\{(a+a'+a'')(a+a'-a'')(a-a'+a'')(-a+a'+a'')\}}}{2aa'a''},$$

setzt, so werden die sphärischen Winkel $\angle p'p'''p'' = 180-\alpha$, $\angle pp'''p'' = 180-\alpha'$; $\angle pp'''p' = 180-\alpha''$. Es sind demnach in dem sphärischen Vierecke $pp''p'p'''$ zwei Seiten $p'p'' = l$, $p''p = l'$ und der eingeschlossene Winkel $180-\theta''$, ferner die beiden Winkel, die die Diagonale an dem Durchschnittspunct der beiden übrigen Seiten pp''', $p'p'''$ mit der Diagonale $p''p'''$ an diesem Durchnitte bilden $\angle pp'''p'' = 180-\alpha'$; $\angle p'p'''p'' = 180-\alpha$ gegeben; man soll die übrigen Stücke des sphärischen Vierecks bestimmen.

Es sei $p''p''' = y$; die Winkel $\angle p'p''p''' = 90 - \frac{1}{2}\theta'' + \xi$, $\angle pp''p''' = 90 - \frac{1}{2}\theta'' - \xi$; so hat man in den Dreiecken $pp''p'''$, $p'p''p'''$

$$\cot g\,\alpha \cos(\tfrac{1}{2}\theta''-\xi) = \cos y \sin(\tfrac{1}{2}\theta''-\xi) - \cot g\, l \sin y$$
$$\cot g\,\alpha' \cos(\tfrac{1}{2}\theta''+\xi) = \cos y \sin(\tfrac{1}{2}\theta''+\xi) - \cot g\, l' \sin y,$$

woraus sogleich folgt, wenn man $\cot g\, l = d$, $\cot g\, l' = d'$, $\cot g\,\alpha = e$, $\cot g\,\alpha' = e'$ setzt:

$$\{(d'-d)\sin\tfrac{1}{2}\theta''\cos\xi - (d'+d)\cos\tfrac{1}{2}\theta''\sin\xi\}\cos y = (d'e-de')\cos\tfrac{1}{2}\theta''\cos\xi + (d'e+de')\sin\tfrac{1}{2}\theta''\sin\xi$$
$$\{(d'-d)\sin\tfrac{1}{2}\theta''\cos\xi - (d'+d)\cos\tfrac{1}{2}\theta''\sin\xi\}\sin y = \tfrac{1}{2}(e-e')\sin\theta'' + \tfrac{1}{2}(e+e')\sin 2\xi.$$

Addirt man die Quadrate dieser beiden Gleichungen, und setzt zur Abkürzung:

$$(d'-d)\sin\tfrac{1}{2}\theta'' = g\cos G;\quad (d'e-de')\cos\tfrac{1}{2}\theta'' = g\sin G$$
$$(d'+d)\cos\tfrac{1}{2}\theta'' = h\sin H;\quad (d'e+de')\sin\tfrac{1}{2}\theta'' = h\cos H$$

so erhält man

$$0 = hh\cos 2H\sin\xi^2 + 2gh\sin(G+H)\sin\xi\cos\xi - gg\cos 2G\cos\xi^2 + \tfrac{1}{4}(e-e')^2\sin\theta''^2 + \tfrac{1}{2}(e^2-e'^2)\sin\theta''\sin 2\xi + \tfrac{1}{4}(e+e')^2\sin 2\xi^2$$

und wenn man ferner

$$T = 2hh\cos 2H - 2gg\cos 2G + (e-e')^2\sin\theta''^2$$
$$U = hh\cos 2H + gg\cos 2G$$
$$V = 2gh\sin(G+H) + (e^2-e'^2)\sin\theta''$$
$$S = (e+e')^2$$

setzt,

$$0 = T - 2U\cos 2\xi + 2V\sin 2\xi + S\sin 2\xi^2.$$

Dieser gebe ich folgende identische Form

$$0 = T - x + x\cos 2\xi^2 + (S+x)\sin 2\xi^2 - 2U\cos 2\xi + 2V\sin 2\xi$$

und bestimme x so, dafs sie sich in

$$(\Gamma)\ldots\ldots 0 = x\left(\cos 2\xi - \frac{U}{x}\right)^2 + (S+x)\left(\sin 2\xi + \frac{V}{S+x}\right)^2$$

verwandeln läfst. Durch Vergleichung der beiden Ausdrücke erhält man

$$0 = T - x - \frac{UU}{x} - \frac{VV}{S+x}$$

oder

$$(\Gamma)\ldots\ldots x^3 + (S-T)x^2 + (UU+VV-ST)x + SUU = 0$$

Soll die Gleichung (Γ) mögliche Wurzeln haben, so mufs x zwischen 0 und $-S$ fallen, (S ist positiv); sie hat in der That innerhalb dieser Grenzen wenigstens eine Wurzel, da (Γ') für den Werth von $x = 0$, SUU oder positiv wird, für den Werth $x = -S$, $-SVV$ oder negativ wird. Setzt man in (Γ) $\sqrt{\left(\frac{x}{-S}\right)} = \cos P$, so verwandelt sie sich in:

$$\cos(2\xi + P) = \frac{U}{S\cos P} + \frac{V}{S\sin P}$$

Da P und $2\xi + P$ jede zwei verschiedene Werthe haben, so kann ξ vier verschiedene Werthe bekommen, wie oben. Es ist jedoch zu bemerken, dafs wenn man $S\sin P$ negativ nimmt man auch zugleich P in dem Winkel $2\xi + P$ negativ annehmen mufs.

Wenn ξ gefunden ist, findet man leicht die übrigen Stücke des sphärischen Vierecks, und mit diesen die Theile der Pyramide. Schliefslich bemerke ich, dafs ich diese Auflösung des sphärischen Vierecks schon früher in *Crelles* Journal 7. Bd. p. 105 auf eine astronomische Aufgabe angewandt habe.

Th. Clausen.

Digitized by Google

Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber.

Bonn 1842. Juni 14.

Beigehend erlaube ich mir, Ihnen zur gefälligen Einrückung in die Astr. Nachr. Tafeln über die Lichtveränderungen der 3 Sterne δ Cephei, β Lyræ und η Aquilæ zu übersenden. Sie gründen sich, was die Epoche und Periode betrifft, auf der Vergleichung der Beobachtungen von *Hus* und mir mit den ältern von *Pigott* und *Goodricke* und für η Aquilæ auch von *Wurm*; die *Westphal*schen Beobachtungen konnten nur zur Bestätigung dienen, da sie zu ungenau sind, um ganz sichere Resultate aus ihnen abzuleiten. Nur bei β Lyræ ist Epoche und Periode allein aus den neuern Beobachtungen geschlossen, indem bei diesem Sterne sich deutlich eine Verlängerung der Periode seit *Goodrickes* Zeiten kund giebt, die allerdings allmälig, aber wenn *Westphals* Beobachtungen nicht gar zu schlecht sind, nicht regelmäfsig vor sich gegangen ist. Der Gang des Lichtwechsels, Taf. III, beruht allein auf unsern Beobachtungen, indem bei den ältern die Vergleichungsausdrücke zu unbestimmt sind, um sichere Resultate für den Gang des Lichtwechsels daraus zu ziehen, der übrigens auch bei diesen Sternen veränderlich zu sein scheint, so dafs also Taf. III nur den mittlern Gang der Veränderungen für unsre Zeit angiebt. Die Abweichungen sind aber sehr gering, und nur bei Maximum und Minimum merkbar. Die Gröfsenangabe ist über einem willkührlichen Nullpuncte, und dieselbe Zahl bezieht sich bei den verschiedenen Sternen nicht auf dieselbe Helligkeit. Um sie bei jedem Sterne beurtheilen zu können, habe ich die Helligkeit der Vergleichungssterne in denselben Einheiten, ich nenne sie Stufen, angegeben. Es ergiebt sich hieraus, dafs eine solche Stufe etwa dem 10ten Theile desjenigen Helligkeitsunterschiedes gleichkommt, um welchen man gewöhnlich zwei auf einander folgende Gröfsenklassen verschieden annimmt. Die Hälfte einer solchen Stufe läfst sich mit bloſsem Auge noch erkennen, und um ebensoviel, also etwa $\frac{1}{20}$ Gröfse, ist auch nach der Vergleichung von *Hus's* mit meinen Beobachtungen bei dunstfreiem Himmel, nicht zu tiefem Stande der Gestirne und einiger Uebung in der Schätzung diese unsicher. Es sind aber, um diese Genauigkeit zu erlangen, mehrere Vorsichtsmaafsregeln nöthig, deren Darlegung aber an einem andern Orte pafslicher sein dürfte, wo ich zugleich die Resultate der Rechnungen, worauf die Tafeln beruhen, so wie die graphische Darstellung des Lichtwechsels geben werde. Der Gebrauch der Tafeln wird *k* eine weitläuftige Erklärung verlangen; man ziehe von der Zeit (astronomisch vom mittlern Mittage an gerechnet) für welche man die Helligkeit eines Sterns messen will, die Zahl aus Taf. I ab, suche in Taf. II die nächst frühere Epoche (wobei in den Monathen März bis December der Schaltjahre 1 Tag von der Epoche abzuziehen ist), und gehe mit dem Unterschiede in Taf. III ein, wo man neben der gegebenen Zeit die Helligkeit, in Stufen ausgedrückt, findet. Wollen Sie zum Beispiel die Helligkeit der drei Sterne am 1sten Juli um 10^h MZ. in Altona haben, oder $9^h\,48'\,40''$ M.Z. im Meridiane der Tafeln, so steht die Rechnung so:

	δ Cephei		β Lyræ		η Aquilæ	
	Juli 1.	$9^h\,48'\,40''$	Juli 1.	$9^h\,48'\,40''$	Juli 1.	$9^h\,48'\,40''$
Taf. I.	1842.	$4^T\,17\,36\,42$	5.	$2\;\;7\;\;56$	5.	$1\;\;58\;\;54$
	Juni 26.	$16\;\;11\;\;58$	Juni 26.	$7\;\;40\;\;44$	Juni 26.	$7\;\;49\;\;46$
Taf. II.	— 26.	$2\;\;12\;\;43{,}5$	— 16.	$20\;\;31\;\;10$	— 21.	$5\;\;33\;\;12$
		$0^T\,13^h\,59'$		$9^T\;11^h\,10'$		$5^T\;\;2^h\,17'$
Taf. III.	Helligkeit	4,2		11,9		6,4

Es wird also δ Cephei etwas heller erscheinen, als ε, oder noch mehr schwächer als 7 Lacertæ; β Lyræ wird fast $=\gamma$ erscheinen, und erst bei scharfem Zusehen wird sich ein Unterschied zu Gunsten von γ bemerklich machen, endlich wird η Aquilæ sich etwa gleich hell mit ε zeigen, nur unbedeutend schwächer als β und merklich heller als ι.

Im vorigen Jahre habe ich zufällig einen merkwürdigen Stern gefunden, einen Stern, dessen eigene Bewegung alle bekannten bedeutend übersteigt, indem sie $7''$ im Bogen des gröfsten Kreises jährlich beträgt. Es ist dies ein Stern 7^m auf der Gränze der Jagdhunde und des grofsen Bären und Nr. 1830 in *Grombridges* Catalog von Circumpolarsternen. Ich habe den Stern im vorigen und diesem Jahre häufig für AR. beobachtet, erwarte blofs noch die Declinationen, um deren Beobachtung ich Herrn Hofrath *Nicolai* gebeten habe, um Ihnen die genaue Position und die Vergleichung mit den ältern mitzutheilen. Um hieraus aber die EB. mit gröfserer Genauigkeit zu ermitteln, würde es nöthig sein, die Epoche der *Grombridges*chen Position zu kennen; dürfte ich Sie wol um die Gefälligkeit ersuchen, wenn Sie nach London schreiben, den Herausgeber des Catalogs, Herrn *Airy*, um Mittheilung der einzelnen Beobachtungszeiten oder nur des Mittels daraus zu bitten?

Ich weifs nicht, ob ich Ihnen schon mitgetheilt habe, dafs ich seit dem Herbste 1838 damit beschäftigt gewesen bin, alle über unserm Horizonte mit unbewaffnetem Auge sichtbaren

Digitized by Google

Sterne am Himmel aufzusuchen, und ihnen durch Vergleichung mit den umstehenden die richtige Gröfse zuzuertheilen. Auf diese Arbeit gestützt habe ich neue Himmelscharten gezeichnet, die hoffentlich ein ziemlich richtiges Bild des Himmels, so wie er sich dem bloſsen Auge darstellt, geben werden. Die gröſsere Hälfte der Charten ist schon fertig gestochen und das Werk wird wol noch im Laufe dieses Sommers im Verlage von *S. Schropp & Cie* in Berlin erscheinen, begleitet von einem Cataloge, der aufser den genaueren Gröfsenangaben nach 15 Classen die ungefähre Position für 1840, so wie kurze Nachweisung der Cataloge, worin die Sterne gefunden werden können, enthalten wird. Circa 20 von diesen Sternen kommen in keinem Cataloge vor, und sind hier beobachtet worden. Sobald die Charten erscheinen, werde ich mir erlauben, Ihnen eine ausführliche Anzeige derselben, nebst Angabe der bei den Beobachtungen und der Zeichnung befolgten Methode zu übersenden.

Argelander.

Tafeln für den Lichtwechsel von δ Cephei. Mittlere Zeit 19′ 5″5 östlich von Paris.

Taf. I. Minima zu Anfang der Jahre.

1784	2ᵀ 1ʰ41′ 36′	1819	1ᵀ21ʰ43′ 45″
1785	0 23 42 21	1820	1 19 44 31
1800	2 2 41 31,5	1824	0 11 47 35
1804	1 18 44 35,5	1828	4 12 38 18,5
1808	0 10 47 39,5	1832	3 4 41 22,5
1812	4 11 38 23	1836	1 20 44 26 5
1816	3 3 41 27	1840	0 12 47 30,5
1817	2 1 42 13	1841	4 19 35 56
1818	1 23 42 59	1842	4 17 36 42
1843	4ᵀ15ʰ37′ 28″
1844	4 13 38 14
1845	3 11 39 0
1846	3 9 39 46
1847	3 7 40 32
1848	3 5 41 18
1849	2 3 42 4
1850	2 1 42 50
1851	1 23 43 36

Taf. II. Epochen der Tage des Jahres.

Jan.	0	0ʰ 0′ 0″	
—	5	8 47 39,5	
—	10	17 35 19	
—	16	2 22 58,5	
—	21	11 10 38	
—	26	19 58 17,5	
Febr.	1	4 45 57	
—	6	13 33 36,5	
—	11	22 21 16	
—	17	7 8 55,5	
—	22	15 56 35	
—	28	0 44 14,5	
März	5	9 31 54	
—	10	18 19 33,5	
—	16	3 7 13	
—	21	11 54 52,5	
—	26	20 42 32	
April	1	5 30 11,5	
—	6	14 17 51	
—	11	23 5 30,5	
—	17	7 53 10	
—	22	16 40 49,5	
—	28	1 28 19	
Mai	3	10 16 8,5	
—	8	19 3 48	
—	14	3 51 27,5	
—	19	12 39 7	
—	24	21 26 46,5	
—	30	6 14 26	
Juni	4	15 2 5,5	
—	9	23 49 45	
—	15	8 37 24,5	
Juni	20	17ʰ25′ 4″	
—	26	2 12 43,5	
Juli	1	11 0 23	
—	6	19 48 2,5	
—	12	4 35 42	
—	17	13 23 21,5	
—	22	22 11 1	
—	28	6 58 40,5	
Aug.	2	15 46 20	
—	8	0 33 59,5	
—	13	9 21 39	
—	18	18 9 18,5	
—	24	2 56 58	
—	29	11 44 37,5	
Sept.	3	20 32 17	
—	9	5 19 56,5	
—	14	14 7 36	
—	19	22 55 15,5	
—	25	7 42 55	
—	30	16 30 34,5	
Oct.	6	1 18 14	
—	11	10 5 53,5	
—	16	18 53 33	
—	22	3 41 12,5	
—	27	12 28 52	
Nov.	1	21 16 31,5	
—	7	6 4 11	
—	12	14 51 50,5	
—	17	23 39 30	
—	23	8 27 9,5	
—	28	17 14 49	
Dec.	4	2ʰ 2′ 28″5	
—	9	10 50 8	
—	14	19 37 47,5	
Dec.	20	4ʰ25′ 27″	
—	25	13 13 6,5	
—	30	22 0 46	

Nach dem Februar der Schaltjahre wird von der Epoche 1 Tag abgezogen.

Taf. III. Lichtveränderung.

Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.
0ᵀ 0ʰ	2,8	1ᵀ 9ʰ	10,1	2ᵀ18ʰ	8,2	4ᵀ 3ʰ	4,5
1	2,8	10	10,3	19	8,1	4	4,5
2	2,8	11	10,4	20	8,0	5	4,4
3	2,8	12	10,5	21	7,9	6	4,3
4	2,9	13	10,6	22	7,8	7	4,2
5	3,0	14	10,7	23	7,7	8	4,1
6	3,0	15	10,7	3 0	7,6	9	4,1
7	3,1	16	10,6	1	7,4	10	4,0
8	3,2	17	10,5	2	7,3	11	3,9
9	3,3	18	10,3	3	7,1	12	3,8
10	3,4	19	10,1	4	6,9	13	3,7
11	3,6	20	9,9	5	6,8	14	3,7
12	3,8	21	9,6	6	6,6	15	3,6
13	4,0	22	9,4	7	6,5	16	3,5
14	4,2	23	9,2	8	6,3	17	3,4
15	4,4	2 0	9,0	9	6,2	18	3,4
16	4,7	1	8,9	10	6,0	19	3,3
17	5,0	2	8,7	11	5,9	20	3,3
18	5,3	3	8,6	12	5,8	21	3,2
19	5,6	4	8,6	13	5,7	22	3,2
20	6,0	5	8,5	14	5,6	23	3,1
21	6,3	6	8,5	15	5,5	5 0	3,1
22	6,7	7	8,4	16	5,4	1	3,0
23	7,1	8	8,4	17	5,4	2	3,0
1 0	7,4	9	8,4	18	5,3	3	2,9
1	7,8	10	8,4	19	5,2	4	2,9
2	8,2	11	8,4	20	5,1	5	2,9
3	8,5	12	8,4	21	5,0	6	2,8
4	8,8	13	8,4	22	5,0	7	2,8
5	9,1	14	8,4	23	4,9	8	2,8
6	9,4	15	8,3	4 0	4,8	9	2,8
7	9,7	16	8,3	1	4,7		
8	9,9	17	8,3	2	4,6		

Helligkeit der Vergleichungssterne: $\zeta = 11{,}4$; $\iota = 10{,}8$; $\xi = 3{,}0$; $\kappa = 2{,}0$; 7 Lacertæ = 7,1.

Digitized by Google

Taf. IV. Vielfache der Perioden.

1	5T 8h47′39″5	100	536T15h25′50″
2	10 17 35 19	200	1073 6 51 40
3	16 2 22 58,5	300	1609 22 17 30
4	21 11 10 38	400	2146 13 43 20
5	26 19 58 17,5	500	2683 5 9 10
6	32 4 45 57	600	3219 20 35 0
7	37 13 33 36,5	700	3756 12 0 50
8	42 22 21 16	800	4293 3 26 40
9	48 7 8 55,5	900	4829 18 52 30
10	53 15 56 35	1000	5366 10 18 20
20	107 7 53 10	2000	10732 20 36 40
30	160 23 49 45	3000	16099 6 55 0
40	214 15 46 20	4000	21465 17 13 20
50	268 7 42 55	5000	26832 3 31 40
60	321 23 39 30	6000	32198 13 50 0
70	375 15 36 5	7000	37565 0 8 20
80	429 7 32 40	8000	42931 10 26 40
90	482 23 29 15	9000	48297 20 45 0

Taf. V. Uebereinstimmung der Jahre mit den Perioden.

Gemeinjahre von 365 Tagen.

1J	68P 0T 1h59′14″	20J	1360P 1T15h44′40
2	136 0 3 58 28	30	2040 2 11 37 0
3	204 0 5 57 42	40	2720 3 7 29 20
4	272 0 7 56 56	50	3400 4 3 21 40
5	340 0 9 56 10	60	4080 4 23 14 0
6	408 0 11 55 24	70	4761 0 10 18 40,5
7	476 0 13 54 38	80	5441 1 6 11 0,5
8	544 0 15 53 52	90	6121 2 2 3 20,5
9	612 0 17 53 6	100	6801 2 21 55 40,5
10	680 0 19 52 20	200	13603 0 11 3 41,5

Tafeln für den Lichtwechsel von β Lyræ. Mittlere Zeit 19′5″5 östlich von Paris.

Taf. I. Absolute Minima zu Anfang der Jahre.

1832	4T0h21′46″	1841	8T13h19′16″	1844	10T23h 1′ 0″
1836	2 1 29 36	1842	5 2 7 56	1845	6 11 49 40
1840	0 2 37 26	1843	1 14 56 36	1846	3 0 38 20

Taf. II. Epochen der Tage des Jahres.

Jan. 0	0h 0′ 0″	Juli 12	16h17′30″
— 12	21 53 10	— 25	14 10 40
— 15	19 46 20	Aug. 7	12 3 50
Febr. 7	17 39 30	— 20	9 57 0
— 20	15 32 40	Sept. 2	7 50 10
März 5	13 25 50	— 15	5 43 20
— 18	11 19 0	— 28	3 36 30
— 31	9 12 10	Oct. 11	1 29 40
April 13	7 5 20	— 23	23 22 50
— 26	4 58 30	Nov. 5	21 16 0
Mai 9	2 51 40	— 18	19 9 10
— 22	0 44 50	Dec. 1	17 2 20
Juni 3	22 38 0	— 14	14 55 30
— 16	20 31 10	— 27	12 48 40
— 29	18 24 20		

Nach dem Februar der Schaltjahre wird von der Epoche 1 Tag abgezogen.

Taf. III. Lichtveränderung.

Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.
0T 0h	2,9	2T10h	12,2	4T20h	9,6	7T 6h	9,6
1	2,9	11	12,2	21	9,5	7	9,8
2	2,9	12	12,2	22	9,4	8	9,9
3	3,0	13	12,3	23	9,4	9	10,1
4	3,0	14	12,3	5 0	9,3	10	10,2
5	3,1	15	12,3	1	9,3	11	10,4
6	3,1	16	12,4	2	9,2	12	10,5
7	3,2	17	12,4	3	9,2	13	10,6
8	3,3	18	12,4	4	9,1	14	10,7
9	3,4	19	12,4	5	9,1	15	10,8
10	3,6	20	12,5	6	9,0	16	10,9
11	3,8	21	12,5	7	9,0	17	10,9
12	4,0	22	12,5	8	9,0	18	11,0
13	4,4	23	12,5	9	8,9	19	11,1
14	4,8	3 0	12,5	10	8,9	20	11,2
15	5,2	1	12,5	11	8,9	21	11,2
16	5,6	2	12,5	12	8,8	22	11,3
17	6,0	3	12,4	13	8,8	23	11,3
18	6,4	4	12,4	14	8,8	8 0	11,4
19	6,8	5	12,4	15	8,7	1	11,4
20	7,2	6	12,3	16	8,7	2	11,5
21	7,6	7	12,3	17	8,7	3	11,5
22	7,9	8	12,2	18	8,6	4	11,5
23	8,2	9	12,2	19	8,6	5	11,6
1 0	8,5	10	12,1	20	8,6	6	11,6
1	8,7	11	12,1	21	8,6	7	11,7
2	8,9	12	12,0	22	8,6	8	11,7
3	9,1	13	11,9	23	8,5	9	11,7
4	9,3	14	11,9	6 0	8,5	10	11,7
5	9,5	15	11,8	1	8,5	11	11,8
6	9,7	16	11,7	2	8,5	12	11,8
7	9,9	17	11,6	3	8,5	13	11,8
8	10,0	18	11,5	4	8,5	14	11,8
9	10,2	19	11,5	5	8,5	15	11,8
10	10,3	20	11,4	6	8,5	16	11,9
11	10,5	21	11,3	7	8,5	17	11,9
12	10,6	22	11,2	8	8,4	18	11,9
13	10,7	23	11,1	9	8,4	19	11,9
14	10,8	4 0	11,0	10	8,4	20	11,9
15	10,9	1	10,9	11	8,4	21	11,9
16	11,0	2	10,8	12	8,4	22	11,9
17	11,1	3	10,7	13	8,5	23	11,9
18	11,2	4	10,6	14	8,5	9 0	11,9
19	11,3	5	10,6	15	8,5	1	11,9
20	11,4	6	10,5	16	8,5	2	12,0
21	11,4	7	10,4	17	8,5	3	12,0
22	11,5	8	10,3	18	8,6	4	11,9
23	11,6	9	10,3	19	8,6	5	11,9
2 0	11,6	10	10,2	20	8,6	6	11,9
1	11,7	11	10,1	21	8,7	7	11,9
2	11,8	12	10,1	22	8,7	8	11,9
3	11,8	13	10,0	23	8,8	9	11,9
4	11,9	14	9,9	7 0	8,9	10	11,9
5	11,9	15	9,9	1	9,0	11	11,9
6	12,0	16	9,8	2	9,1	12	11,9
7	12,0	17	9,7	3	9,2	13	11,9
8	12,1	18	9,7	4	9,3	14	11,9
9	12,1	19	9,6	5	9,4	15	11,8

Digitized by Google

Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.
9ᵀ16ʰ	11,8	10ᵀ12ʰ	11,2	11ᵀ 8ʰ	9,9	12ᵀ 4ʰ	5,0
17	11,8	13	11,2	9	9,8	5	4,8
18	11,8	14	11,1	10	9,7	6	4,6
19	11,8	15	11,1	11	9,6	7	4,3
20	11,7	16	11,0	12	9,4	8	4,1
21	11,7	17	11,0	13	9,2	9	3,9
22	11,7	18	10,9	14	9,0	10	3,7
23	11,7	19	10,9	15	8,8	11	3,6
10 0	11,6	20	10,8	16	8,5	12	3,5
1	11,6	21	10,8	17	8,3	13	3,3
2	11,6	22	10,7	18	8,0	14	3,2
3	11,5	23	10,7	19	7,7	15	3,1
4	11,5	11 0	10,6	20	7,4	16	3,1
5	11,5	1	10,5	21	7,1	17	3,0
6	11,4	2	10,4	22	6,8	18	3,0
7	11,4	3	10,4	23	6,4	19	2,9
8	11,3	4	10,3	12 0	6,1	20	2,9
9	11,3	5	10,2	1	5,8	21	2,9
10	11,3	6	10,1	2	5,5	22	2,9
11	11,2	7	10,0	3	5,3		

Helligkeit der Vergleichungssterne: $\gamma = 12{,}7$; $\varepsilon = 4{,}8$; $\zeta = 3{,}2$; $\delta = 2{,}0$; o Herculis $= 7{,}6$.

Tafeln für den Lichtwechsel von η Aquilæ. Mittlere Zeit 19′ 5″5 östlich von Paris.

Taf. I. Minima zu Anfang der Jahre.

1783	3ᵀ	15ʰ	7′	15″	1806	7ᵀ	2ʰ	4′	38″	1829	2ᵀ	8ʰ	48′	8″
1784	4	14	55	18	1807	0	21	38	48	1830	3	8	36	11
1785	4	14	43	21	1808	1	21	26	51	1831	4	8	24	14
1786	5	14	31	24	1809	1	21	14	54	1832	5	8	12	17
1787	6	14	19	27	1810	2	21	2	57	1833	5	8	0	20
1788	0	9	53	37	1811	3	20	51	0	1834	6	7	48	23
1789	0	9	41	40	1812	4	20	39	3	1835	0	3	22	33
1790	1	9	29	43	1813	4	20	27	6	1836	1	3	10	36
1791	2	9	17	46	1814	5	20	15	9	1837	1	2	58	39
1792	3	9	5	49	1815	6	20	3	12	1838	2	2	46	42
1793	3	8	53	52	1816	0	15	37	22	1839	3	2	34	45
1794	4	8	41	55	1817	0	15	25	25	1840	4	2	22	48
1795	5	8	29	58	1818	1	15	13	28	1841	4	2	10	51
1796	6	8	18	1	1819	2	15	1	31	1842	5	1	58	54
1797	6	8	6	4	1820	3	14	49	34	1843	6	1	46	57
1798	0	3	40	14	1821	3	14	37	37	1844	7	1	35	0
1799	1	3	28	17	1822	4	14	25	40	1845	7	1	23	3
1800	2	3	16	20	1823	5	14	13	43	1846	0	20	57	13
1801	3	3	4	23	1824	6	14	1	46	1847	1	20	45	16
1802	4	2	52	26	1825	6	13	49	49	1848	2	20	33	19
1803	5	2	40	29	1826	0	9	23	59	1849	2	20	21	22
1804	6	2	28	32	1827	1	9	12	2	1850	3	20	9	25
1805	6	2	16	35	1828	2	9	0	5	1851	4	19	57	28

Taf. II. Epochen der Tage des Jahres.

Jan.	0	0ʰ	0′	0″	Febr.	19	5ʰ	37′	11″	April	10	11ʰ	14′	22″
—	7	4	13	53	——	26	9	51	4	——	17	15	28	15
—	14	8	27	46	März	5	14	4	57	——	24	19	42	8
—	21	12	41	39	——	12	18	18	50	Mai	1	23	56	1
—	28	16	55	32	——	19	22	32	43	—	9	4	9	54
Febr.	4	21	9	25	——	27	2	46	36	—	16	8	23	47
——	12	1	23	18	April	3	7	0	29	—	23	12	37	40
Mai	30	16ʰ	51′	33″	Aug.	10	11ʰ	10′	23″	Oct.	21	5ʰ	29′	13″
Juni	6	21	5	26	——	17	15	24	16	—	28	9	43	6
—	14	1	19	19	——	24	19	38	9	Nov.	4	13	56	59
—	21	5	33	12	——	31	23	52	2	—	11	18	10	52
—	28	9	47	5	Sept.	8	4	5	55	—	18	22	24	45
Juli	5	14	0	58	——	15	8	19	48	—	26	2	38	38
—	12	18	14	51	——	22	12	33	41	Dec.	3	6	52	31
—	19	22	28	44	——	29	16	47	34	—	10	11	6	24
—	27	2	42	37	Oct.	6	21	1	27	—	17	15	20	17
Aug.	3	6	56	30	—	14	1	15	20	—	24	19	34	10

Nach dem Februar der Schaltjahre wird 1 Tag von der Epoche abgezogen.

Taf. III. Lichtveränderung.

Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.	Zeit.	Gröfse.
0ᵀ 0ʰ	1,2	1ᵀ20ʰ	9,8	3ᵀ16ʰ	8,3	5ᵀ12ʰ	5,3
1	1,2	21	10,0	17	8,2	13	5,2
2	1,2	22	10,2	18	8,2	14	5,0
3	1,3	23	10,4	19	8,1	15	4,9
4	1,4	2 0	10,6	20	8,0	16	4,8
5	1,5	1	10,7	21	8,0	17	4,6
6	1,6	2	10,9	22	7,9	18	4,5
7	1,7	3	11,0	23	7,8	19	4,3
8	1,9	4	11,1	4 0	7,8	20	4,2
9	2,1	5	11,2	1	7,7	21	4,1
10	2,3	6	11,3	2	7,7	22	3,9
11	2,5	7	11,4	3	7,6	23	3,8
12	2,7	8	11,4	4	7,6	6 0	3,7
13	2,9	9	11,4	5	7,5	1	3,6
14	3,1	10	11,4	6	7,5	2	3,5
15	3,3	11	11,4	7	7,4	3	3,3
16	3,5	12	11,3	8	7,3	4	3,2
17	3,8	13	11,3	9	7,3	5	3,1
18	4,0	14	11,2	10	7,3	6	3,0
19	4,2	15	11,1	11	7,2	7	2,9
20	4,4	16	11,0	12	7,2	8	2,8
21	4,6	17	10,9	13	7,1	9	2,7
22	4,9	18	10,8	14	7,1	10	2,6
23	5,1	19	10,7	15	7,0	11	2,4
1 0	5,3	20	10,6	16	7,0	12	2,3
1	5,5	21	10,5	17	6,9	13	2,2
2	5,8	22	10,3	18	6,9	14	2,1
3	6,0	23	10,2	19	6,8	15	2,0
4	6,2	3 0	10,1	20	6,8	16	1,9
5	6,4	1	9,9	21	6,7	17	1,9
6	6,7	2	9,8	22	6,7	18	1,8
7	6,9	3	9,7	23	6,6	19	1,7
8	7,1	4	9,6	5 0	6,5	20	1,6
9	7,4	5	9,5	1	6,5	21	1,5
10	7,6	6	9,3	2	6,4	22	1,5
11	7,8	7	9,2	3	6,3	23	1,4
12	8,1	8	9,1	4	6,3	7 0	1,3
13	8,3	9	9,0	5	6,2	1	1,3
14	8,5	10	8,9	6	6,1	2	1,2
15	8,7	11	8,8	7	6,0	3	1,2
16	9,0	12	8,7	8	5,9	4	1,2
17	9,2	13	8,6	9	5,8	5	2,2
18	9,4	14	8,5	10	5,6		
19	9,6	15	8,4	11	5,5		

Helligkeit der Vergleichungssterne: $\delta = 13{,}3$; $\beta = 8$; $\varepsilon = 6$; $\iota = 3$; $\mu = -1{,}4$; $\nu = -2{,}4$.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
No. 456.

Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald.

(Beschluss.)

§. 7.

Diese Gleichung reducirt sich auf den ersten Grad, wenn man sich noch eine zweite nur näherungsweise richtige Voraussetzung gestattet, nämlich die Voraussetzung, dass auch die Bogen, welche die Grade zwischen der ersten und zweiten, und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung beschreibt, gerade Linien sind, oder dass die Sehne zwischen dem ersten und dritten Orte der Erde von dem nach dem zweiten oder mittlern Orte der Erde gezogenen Radius Vector derselben im Verhältniss der Zwischenzeiten zwischen der ersten und zweiten und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung geschnitten wird.

Bezeichnen wir die Coordinaten der Erde im Systeme der x, y, z, so wie dieselben der ersten, zweiten und dritten Beobachtung entsprechen, durch ξ, η, ζ; ξ', η', ζ'; ξ'', η'', ζ'';

$$\left\{\xi - \xi'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2 + \left\{\eta - \eta'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2$$
$$:\left\{\xi'' - \xi''\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2 + \left\{\eta'' - \eta''\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')}\right\}^2$$
$$= (t'-t)^2 : (t''-t')^2,$$

und folglich nach einigen leichten Reductionen

$$(\xi\eta'-\xi'\eta)^2 : (\xi'\eta''-\xi''\eta')^2 = (t'-t)^2 : (t''-t')^2,$$

oder

$$\left(\frac{\xi\eta'-\xi'\eta}{\xi'\eta''-\xi''\eta'}\right)^2 = \left(\frac{t'-t}{t''-t'}\right)^2,$$

also

$$\frac{\xi\eta'-\xi'\eta}{\xi'\eta''-\xi''\eta'} = \pm\frac{t'-t}{t''-t'}.$$

Dass aber in dieser Gleichung das obere Zeichen genommen, und folglich

$$(60)\ldots\ldots\ldots\ldots \frac{\xi\eta'-\xi'\eta}{\xi'\eta''-\xi''\eta'} = \frac{t'-t}{t''-t'}$$

gesetzt werden muss, kann ganz auf dieselbe Art wie im vorigen Paragraphen in einem ähnlichen Falle gezeigt werden.

so ist die Gleichung der Sehne zwischen dem ersten und dritten Orte der Erde

$$y-\eta = \frac{\eta-\eta''}{\xi-\xi''}(x-\xi),$$

und die Gleichung des mittlern Radius Vector ist

$$y = \frac{\eta'}{\xi'}x.$$

Sind nun x, y die Coordinaten des Durchschnittspunkts dieser beiden Linien; so erhält man mittelst der beiden vorhergehenden Gleichungen für x und y leicht die folgenden Ausdrücke:

$$x = \xi'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')},$$
$$y = \eta'\frac{\xi(\eta-\eta'')-\eta(\xi-\xi'')}{\xi'(\eta-\eta'')-\eta'(\xi-\xi'')};$$

und unter den gemachten Voraussetzungen hat man die Proportion

Aus den Gleichungen (11) erhält man nun durch eine ganz einfache Betrachtung

$$0 = R\cos\Theta+\xi, \quad 0 = R\sin\Theta+\eta;$$
$$0 = R'\cos\Theta'+\xi', \quad 0 = R'\sin\Theta'+\eta';$$
$$0 = R''\cos\Theta''+\xi'', \quad 0 = R''\sin\Theta''+\eta'';$$

und folglich

$$\xi = -R\cos\Theta, \quad \eta = -R\sin\Theta;$$
$$\xi' = -R'\cos\Theta', \quad \eta' = -R'\sin\Theta';$$
$$\xi'' = -R''\cos\Theta'', \quad \eta'' = -R''\sin\Theta'';$$

also nach (60), wie man leicht findet:

$$\frac{R\sin(\Theta-\Theta')}{R''\sin(\Theta'-\Theta'')} = \frac{t'-t}{t''-t'} \ldots\ldots\ldots\ldots (61)$$

oder

$$\sin(\Theta-\Theta') : \sin(\Theta'-\Theta'') = \frac{t'-t}{R} : \frac{t''-t'}{R''} \ldots\ldots (62)$$

Aus der Vergleichung dieser Proportion mit der Proportion (57) ergiebt sich die Proportion

$$\frac{\sin(\Theta'-\varphi)\{\sin(\Theta-\alpha)\cot\beta\cos\varphi+\cos\Theta\cot i\} - \sin(\Theta-\varphi)\{\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i\}}{\sin(\Theta''-\varphi)\{\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i\} - \sin(\Theta'-\varphi)\{\sin(\Theta''-\alpha'')\cot\beta''\cos\varphi+\cos\Theta''\cot i\}}$$
$$: \frac{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi)-\cot i}{\cot\beta''\sin(\alpha''-\varphi)-\cot i} = \sin(\Theta-\Theta') : \sin(\Theta'-\Theta''),$$

Digitized by Google

und diese Proportion führt ferner sogleich zu der Gleichung

$$\begin{aligned}&\sin(\Theta-\Theta')\{\cot\beta\,\sin(\alpha-\varphi)-\cot i\}\begin{Bmatrix}\sin(\Theta''-\varphi)[\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i]\\-\sin(\Theta'-\varphi)[\sin(\Theta''-\alpha'')\cot\beta''\cos\varphi+\cos\Theta''\cot i]\end{Bmatrix}\\=\;&\sin(\Theta'-\Theta'')\{\cot\beta''\sin(\alpha''-\varphi)-\cot i\}\begin{Bmatrix}\sin(\Theta'-\varphi)[\sin(\Theta-\alpha)\cot\beta\cos\varphi+\cos\Theta\cot i]\\-\sin(\Theta-\varphi)[\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i]\end{Bmatrix}\end{aligned}$$

Weil, wie man leicht findet,

$$\sin(\Theta-\Theta')\sin(\Theta''-\varphi)+\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\Theta-\varphi)=-\sin(\Theta''-\Theta)\sin(\Theta'-\varphi)$$

ist; so erhält man aus der obigen Gleichung ohne Schwierigkeit die Gleichung

$$\begin{aligned}0=\;&\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\Theta'-\varphi)\{\sin(\Theta-\alpha)\cot\beta\cos\varphi+\cos\Theta\cot i\}\cot i\\&+\sin(\Theta''-\Theta)\sin(\Theta'-\varphi)\{\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i\}\cot i\\&+\sin(\Theta-\Theta')\sin(\Theta'-\varphi)\{\sin(\Theta''-\alpha'')\cot\beta''\cos\varphi+\cos\Theta''\cot i\}\cot i\\&+\cot\beta\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)\begin{Bmatrix}\sin(\Theta''-\varphi)[\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i]\\-\sin(\Theta'-\varphi)[\sin(\Theta''-\alpha'')\cot\beta''\cos\varphi+\cos\Theta''\cot i]\end{Bmatrix}\\&+\cot\beta''\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)\begin{Bmatrix}\sin(\Theta-\varphi)[\sin(\Theta'-\alpha')\cot\beta'\cos\varphi+\cos\Theta'\cot i]\\-\sin(\Theta'-\varphi)[\sin(\Theta-\alpha)\cot\beta\cos\varphi+\cos\Theta\cot i]\end{Bmatrix}\end{aligned}$$

Weil nun aber, wie man mittelst einer bekannten goniometrischen Formel ohne Schwierigkeit findet,

$$\cos\Theta\sin(\Theta'-\Theta'')+\cos\Theta'\sin(\Theta''-\Theta)+\cos\Theta''\sin(\Theta-\Theta')=0$$

ist, so nimmt die vorhergehende Gleichung die folgende einfachere Gestalt an:

$$\begin{aligned}0=\;&\begin{Bmatrix}\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\Theta'')\\+\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\Theta)\\+\cot\beta''\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta-\Theta')\end{Bmatrix}\cos\varphi\sin(\Theta'-\varphi)\cot i\\&+\cot\beta\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)\{\cos\Theta'\sin(\Theta''-\varphi)-\cos\Theta''\sin(\Theta'-\varphi)\}\cot i\\&+\cot\beta''\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)\{\cos\Theta'\sin(\Theta-\varphi)-\cos\Theta\sin(\Theta'-\varphi)\}\cot i\\&+\cot\beta\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)\begin{Bmatrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\varphi)\\-\cot\beta''\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta'-\varphi)\end{Bmatrix}\cos\varphi\\&+\cot\beta''\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)\begin{Bmatrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta-\varphi)\\-\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\varphi)\end{Bmatrix}\cos\varphi.\end{aligned}$$

Ueberlegt man nun, dafs

$$\begin{aligned}\cos\Theta'\sin(\Theta''-\varphi)-\cos\Theta''\sin(\Theta'-\varphi)&=-\sin(\Theta'-\Theta'')\cos\varphi,\\\cos\Theta'\sin(\Theta-\varphi)-\cos\Theta\sin(\Theta'-\varphi)&=\sin(\Theta-\Theta')\cos\varphi\end{aligned}$$

ist, so erhält man, wenn man zugleich durch $\cos\varphi$ dividirt, die Gleichung

$$\begin{aligned}0=\;&\begin{Bmatrix}\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\Theta'')\\+\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\Theta)\\+\cot\beta''\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta-\Theta')\end{Bmatrix}\sin(\Theta'-\varphi)\cot i\\&-\sin(\Theta-\Theta')\sin(\Theta'-\Theta'')\{\cot\beta\sin(\alpha-\varphi)-\cot\beta''\sin(\alpha''-\varphi)\}\cot i\\&+\cot\beta\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)\begin{Bmatrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\varphi)\\-\cot\beta''\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta'-\varphi)\end{Bmatrix}\\&+\cot\beta''\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)\begin{Bmatrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta-\varphi)\\-\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\varphi)\end{Bmatrix}\end{aligned}$$

Es ist aber, wie man leicht findet,

$$\begin{aligned}\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\varphi)-\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)&=\sin(\Theta'-\alpha)\sin(\Theta-\varphi),\\\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta'-\varphi)+\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)&=\sin(\Theta'-\alpha'')\sin(\Theta''-\varphi),\end{aligned}$$

und folglich

$$\begin{aligned}(63)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 0=\;&\cot\beta\sin(\Theta-\Theta')\sin(\alpha-\varphi)\begin{Bmatrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\varphi)\\-\cot\beta''\sin(\Theta''-\alpha'')\sin(\Theta'-\varphi)\end{Bmatrix}\\&+\cot\beta''\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\alpha''-\varphi)\begin{Bmatrix}\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta-\varphi)\\-\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)\sin(\Theta'-\varphi)\end{Bmatrix}\\&+\begin{Bmatrix}\cot\beta\sin(\Theta'-\alpha)\sin(\Theta'-\Theta'')\sin(\Theta-\varphi)\\+\cot\beta'\sin(\Theta'-\alpha')\sin(\Theta''-\Theta)\sin(\Theta'-\varphi)\\+\cot\beta''\sin(\Theta'-\alpha'')\sin(\Theta-\Theta')\sin(\Theta''-\varphi)\end{Bmatrix}\cot i,\end{aligned}$$

Digitized by Google

welche Gleichung in Bezug auf $cot\, i$ als unbekannte Gröfse vom ersten Grade ist.

§. 8.

In den in den beiden vorhergehenden Paragraphen gefundenen Gleichungen (59) und (63) sind nun noch zwei unbekannte Gröfsen, nämlich die Gröfsen φ und i enthalten, und diese Gleichungen reichen also zur Bestimmung dieser beiden unbekannten Gröfsen nicht hin. Hat man aber noch drei durch kleine Zwischenzeiten getrennte Beobachtungen des Cometen, so kann man sich eine zweite ähnliche Gleichung wie (59) oder (63) bilden, und hat dann also eine zur Bestimmung der beiden in Rede stehenden unbekannten Gröfsen hinreichende Anzahl von Gleichungen. Man sieht hieraus, dafs zwei Systeme dreier durch geringe Zwischenzeiten von einander getrennter Beobachtungen, überhaupt also 6 Beobachtungen, zur näherungsweisen Bestimmung der beiden unbekannten Gröfsen φ und i hinreichen, darf aber nicht übersehen, dafs auch schon vier durch kleine Zwischenzeiten von einander getrennte Beobachtungen hinreichend sind, indem man sich aus der ersten, zweiten und dritten dieser Beobachtungen das erste, aus der zweiten, dritten und vierten Beobachtung das zweite System dreier durch kleine Zwischenzeiten von einander getrennter Beobachtungen bilden kann. Dagegen ist aber auch nicht unbeachtet zu lassen, dafs die erste Methode, wenn man namentlich die beiden Systeme der drei durch kleine Zwischenzeiten von einander getrennten Beobachtungen an zwei möglichst weit von einander entfernt liegenden Stellen der Cometenbahn wählen kann, der Genauigkeit der Bestimmung der Gröfsen φ und i sehr förderlich seyn wird.

Wenn wir nun für das erste System der drei durch geringe Zwischenzeiten von einander getrennten Beobachtungen die geocentrischen Längen und Breiten des Cometen, die Zeiten der Beobachtungen, die geocentrischen Längen der Sonne und die Vectoren der Erde durch α, α', α''; β, β', β''; t, t', t''; Θ, Θ', Θ''; R, R', R''; für das zweite System solcher Beobachtungen dieselben Gröfsen aber durch $\alpha_{,}$, $\alpha_{,}'$, $\alpha_{,}''$; $\beta_{,}$, $\beta_{,}'$, $\beta_{,}''$; $t_{,}$, $t_{,}'$, $t_{,}''$,; $\Theta_{,}$, $\Theta_{,}'$, $\Theta_{,}''$; $R_{,}$, $R_{,}'$, $R_{,}''$ bezeichnen, und

$$\frac{t'-t}{R}=\mu,\quad \frac{t''-t'}{R''}=\mu',\ldots\ldots\ldots(64)$$

so wie

$$\frac{t_{,}'-t_{,}}{R_{,}}=\mu_{,},\quad \frac{t_{,}''-t_{,}'}{R_{,}''}=\mu_{,}'\ldots\ldots\ldots(65)$$

setzen; so haben wir nach (63) zwischen den zwei Gröfsen φ und i die beiden folgenden Gleichungen, mittelst welcher diese beiden unbekannten Gröfsen zu bestimmen sind:

$$\left.\begin{aligned}0 \;=\;& cot\,\beta\, sin(\Theta-\Theta')\, sin(\alpha-\varphi)\left\{\begin{matrix}cot\,\beta'\, sin(\Theta'-\alpha')\, sin(\Theta''-\varphi)\\ -cot\,\beta''\, sin(\Theta''-\alpha'')\, sin(\Theta'-\varphi)\end{matrix}\right\}\\ &+cot\,\beta''\, sin(\Theta'-\Theta'')\, sin(\alpha''-\varphi)\left\{\begin{matrix}cot\,\beta'\, sin(\Theta'-\alpha')\, sin(\Theta-\varphi)\\ -cot\,\beta\, sin(\Theta-\alpha)\, sin(\Theta'-\varphi)\end{matrix}\right\}\\ &+\left\{\begin{matrix}cot\,\beta\, sin(\Theta'-\alpha)\, sin(\Theta'-\Theta'')\, sin(\Theta-\varphi)\\ +cot\,\beta'\, sin(\Theta'-\alpha')\, sin(\Theta''-\Theta)\, sin(\Theta'-\varphi)\\ +cot\,\beta''\, sin(\Theta'-\alpha'')\, sin(\Theta-\Theta')\, sin(\Theta''-\varphi)\end{matrix}\right\}cot\,i\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(66)$$

und

$$\left.\begin{aligned}0 \;=\;& cot\,\beta_{,}\, sin(\Theta_{,}-\Theta_{,}')\, sin(\alpha_{,}-\varphi)\left\{\begin{matrix}cot\,\beta_{,}'\, sin(\Theta_{,}'-\alpha_{,}')\, sin(\Theta_{,}''-\varphi)\\ -cot\,\beta_{,}''\, sin(\Theta_{,}''-\alpha_{,}'')\, sin(\Theta_{,}'-\varphi)\end{matrix}\right\}\\ &+cot\,\beta_{,}''\, sin(\Theta_{,}'-\Theta_{,}'')\, sin(\alpha_{,}''-\varphi)\left\{\begin{matrix}cot\,\beta_{,}'\, sin(\Theta_{,}'-\alpha_{,}')\, sin(\Theta_{,}-\varphi)\\ -cot\,\beta_{,}\, sin(\Theta_{,}-\alpha_{,})\, sin(\Theta_{,}'-\varphi)\end{matrix}\right\}\\ &+\left\{\begin{matrix}cot\,\beta_{,}\, sin(\Theta_{,}'-\alpha_{,})\, sin(\Theta_{,}'-\Theta_{,}'')\, sin(\Theta_{,}-\varphi)\\ +cot\,\beta_{,}'\, sin(\Theta_{,}'-\alpha_{,}')\, sin(\Theta_{,}''-\Theta_{,})\, sin(\Theta_{,}'-\varphi)\\ +cot\,\beta_{,}''\, sin(\Theta_{,}'-\alpha_{,}'')\, sin(\Theta_{,}-\Theta_{,}')\, sin(\Theta_{,}''-\varphi)\end{matrix}\right\}cot\,i\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(67)$$

oder der Kürze wegen

$$P+Q\,cot\,i=0,\quad P_{,}+Q_{,}\,cot\,i=0,$$

wo die Bedeutung der Symbole P, Q und $P_{,}$, $Q_{,}$ leicht von selbst erhellen wird. Also ist

$$(68)\ldots\ldots cot\,i=-\frac{P}{Q},\quad cot\,i=-\frac{P_{,}}{Q_{,}};$$

und folglich

$$(69)\ldots\ldots\frac{P}{Q}=\frac{P_{,}}{Q_{,}}\text{ oder }\frac{P}{P_{,}}=\frac{Q}{Q_{,}},$$

eine Gleichung, welche nun blofs noch die eine unbekannte Gröfse φ enthält. Dividirt man Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{P}{P_{,}}$ durch $cos\,\varphi^3$, Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{Q}{Q_{,}}$ durch $cos\,\varphi$, so bleibt blofs $tang\,\varphi$ als unbekannte Gröfse in der Gleichung, und dieselbe erhält, wenn man der Kürze wegen

$$\begin{aligned}a &= cot\,\beta\, cot\,\beta'\, sin(\Theta'-\alpha')\, sin(\Theta-\Theta')\\ b &= cot\,\beta'\, cot\,\beta''\, sin(\Theta'-\alpha')\, sin(\Theta'-\Theta'')\\ c &= cot\,\beta\, cot\,\beta''\, sin(\Theta''-\alpha'')\, sin(\Theta-\Theta')\\ d &= cot\,\beta\, cot\,\beta''\, sin(\Theta-\alpha)\, sin(\Theta'-\Theta'')\\ e &= a\, sin\,\alpha\, sin\,\Theta''\\ f &= a\, cos\,\alpha\, cos\,\Theta''\\ g &= b\, sin\,\alpha''\, sin\,\Theta\\ h &= b\, cos\,\alpha''\, cos\,\Theta\\ i &= c\, sin\,\alpha\, sin\,\Theta'\\ k &= c\, cos\,\alpha\, cos\,\Theta'\end{aligned}$$

Digitized by Google

$$m = d \sin\alpha'' \sin\Theta'$$
$$n = d \cos\alpha'' \cos\Theta'$$
$$p = a \sin(\Theta'' + \alpha)$$
$$q = b \sin(\Theta + \alpha'')$$
$$r = c \sin(\Theta' + \alpha)$$
$$s = d \sin(\Theta' + \alpha'')$$
$$A = (a + g) - (i + m)$$
$$B = (p + q) - (r + s)$$
$$C = (f + h) - (k + n)$$

und

$$a_1 = \cot\beta, \cot\beta_1' \sin(\Theta_1' - \alpha_1') \sin(\Theta_1 - \Theta_1')$$
$$b_1 = \cot\beta_1' \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1' - \alpha_1') \sin(\Theta_1' - \Theta_1'')$$
$$c_1 = \cot\beta, \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1'' - \alpha_1'') \sin(\Theta_1 - \Theta_1')$$
$$d_1 = \cot\beta, \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1 - \alpha_1) \sin(\Theta_1' - \Theta_1'')$$
$$e_1 = a_1 \sin\alpha, \sin\Theta_1''$$
$$f_1 = a_1 \cos\alpha, \cos\Theta_1''$$
$$g_1 = b_1 \sin\alpha_1'' \sin\Theta_1$$
$$h_1 = b_1 \cos\alpha_1'' \cos\Theta_1$$
$$i_1 = c_1 \sin\alpha, \sin\Theta_1'$$
$$k_1 = c_1 \cos\alpha, \cos\Theta_1'$$
$$m_1 = d_1 \sin\alpha_1'' \sin\Theta_1'$$
$$n_1 = d_1 \cos\alpha_1'' \cos\Theta_1'$$
$$p_1 = a_1 \sin(\Theta_1'' + \alpha_1)$$
$$q_1 = b_1 \sin(\Theta_1 + \alpha_1'')$$
$$r_1 = c_1 \sin(\Theta_1' + \alpha_1)$$
$$s_1 = d_1 \sin(\Theta_1' + \alpha_1'')$$
$$A_1 = (e_1 + g_1) - (i_1 + m_1)$$
$$B_1 = (p_1 + q_1) - (r_1 + s_1)$$
$$C_1 = (f_1 + h_1) - (k_1 + n_1)$$

Ferner

$$a' = \cot\beta \sin(\Theta' - \alpha) \sin(\Theta' - \Theta'')$$
$$b' = \cot\beta' \sin(\Theta' - \alpha') \sin(\Theta'' - \Theta)$$
$$c' = \cot\beta'' \sin(\Theta' - \alpha'') \sin(\Theta - \Theta')$$
$$d' = a' \sin\Theta$$
$$e' = b' \sin\Theta'$$
$$f' = c' \sin\Theta''$$
$$g' = a' \cos\Theta$$
$$h' = b' \cos\Theta'$$
$$i' = c' \cos\Theta''$$
$$A' = d' + e' + f'$$
$$B' = g' + h + i'$$

und

$$a_1' = \cot\beta, \sin(\Theta_1' - \alpha_1) \sin(\Theta_1' - \Theta_1'')$$
$$b_1' = \cot\beta_1' \sin(\Theta_1' - \alpha_1') \sin(\Theta_1'' - \Theta_1)$$
$$c_1' = \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1' - \alpha_1'') \sin(\Theta_1 - \Theta_1')$$
$$d_1' = a_1' \sin\Theta_1$$
$$e_1' = b_1' \sin\Theta_1'$$
$$f_1' = c_1' \sin\Theta_1''$$
$$g_1' = a_1' \cos\Theta_1$$
$$h_1' = b_1' \cos\Theta_1'$$
$$i_1' = c_1' \cos\Theta_1''$$
$$A_1' = d_1' + e_1' + f_1'$$
$$B_1' = g_1' + h_1' + i_1'$$

setzt, die Gestalt

$$\frac{A - B\,tang\,\varphi + C\,tang\,\varphi^2}{A_1 - B_1\,tang\,\varphi + C_1 tang\,\varphi^2} = \frac{A' - B'\,tang\,\varphi}{A_1' - B_1'\,tang\,\varphi} \quad \ldots\ldots (70)$$

oder nach gehöriger Entwickelung die Gestalt

$$\left.\begin{aligned} 0 = {} & (B'C_1 - C\,B_1')\,tang\,\varphi^3 \\ & + \{(B\,B_1' - B'B_1) + (C A_1' - A' C_1)\}\,tang\,\varphi^2 \\ & + (A'B_1 - B\,A_1')\,tang\,\varphi \\ & + A\,A_1' - A'A_1, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (71)$$

welche Gleichung in Bezug auf $tang\,\varphi$ als unbekannte Grösse eine gewöhnliche Gleichung des dritten Grades ist. Hat man mittelst dieser Gleichung φ gefunden, so kann i mittelst eines der beiden Ausdrücke (68) berechnet werden.

Die hier entwickelte Methode zur näherungsweisen Bestimmung der Grösen φ und i betrachtet auch die von der Erde zwischen den einzelnen Beobachtungen in den beiden Systemen dreier durch geringe Zwischenzeiten von einander getrennter Beobachtungen beschriebenen Bogen als gerade Linien, indem die Grösen φ und i, wenn man sich diese Voraussetzung nicht gestatten wollte, nicht aus den beiden Gleichungen (66) und (67), sondern vielmehr aus den beiden folgenden, aus (59) sich ergebenden Gleichungen bestimmt werden müsten:

$$(72)\ldots 0 = \left\{\begin{aligned} & \{\mu \sin(\Theta' - \Theta'') - \mu' \sin(\Theta - \Theta')\} \cot i^2 \\ & - \left\{\begin{aligned} & \mu[\cot\beta \sin(\Theta' - \Theta'') \sin(\alpha - \varphi) + \cot\beta' \sin(\Theta' - \alpha') \sin(\Theta'' - \varphi) - \cot\beta'' \sin(\Theta'' - \alpha'') \sin(\Theta' - \varphi)] \\ & - \mu'[\cot\beta'' \sin(\Theta - \Theta') \sin(\alpha'' - \varphi) + \cot\beta \sin(\Theta - \alpha) \sin(\Theta' - \varphi) - \cot\beta' \sin(\Theta' - \alpha') \sin(\Theta - \varphi)] \end{aligned}\right\} \cot i \\ & + \mu \cot\beta \sin(\alpha - \varphi) \{\cot\beta' \sin(\Theta' - \alpha') \sin(\Theta'' - \varphi) - \cot\beta'' \sin(\Theta'' - \alpha'') \sin(\Theta' - \varphi)\} \\ & - \mu' \cot\beta'' \sin(\alpha'' - \varphi) \{\cot\beta \sin(\Theta - \alpha) \sin(\Theta' - \varphi) - \cot\beta' \sin(\Theta' - \alpha') \sin(\Theta - \varphi)\} \end{aligned}\right.$$

und

$$(73)\ldots 0 = \left\{\begin{aligned} & \{\mu_1 \sin(\Theta_1' - \Theta_1'') - \mu_1' \sin(\Theta_1 - \Theta_1')\} \cot i^2 \\ & - \left\{\begin{aligned} & \mu_1[\cot\beta_1 \sin(\Theta_1' - \Theta_1'') \sin(\alpha_1 - \varphi) + \cot\beta_1' \sin(\Theta_1' - \alpha_1') \sin(\Theta_1'' - \varphi) - \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1'' - \alpha_1'') \sin(\Theta_1' - \varphi)] \\ & - \mu_1'[\cot\beta_1'' \sin(\Theta_1 - \Theta_1') \sin(\alpha_1'' - \varphi) + \cot\beta_1 \sin(\Theta_1 - \alpha_1) \sin(\Theta_1' - \varphi) - \cot\beta_1' \sin(\Theta_1' - \alpha_1') \sin(\Theta_1 - \varphi)] \end{aligned}\right\} \cot i \\ & + \mu_1 \cot\beta_1 \sin(\alpha_1 - \varphi) \{\cot\beta_1' \sin(\Theta_1' - \alpha_1') \sin(\Theta_1'' - \varphi) - \cot\beta_1'' \sin(\Theta_1'' - \alpha_1'') \sin(\Theta_1' - \varphi)\} \\ & - \mu_1' \cot\beta_1'' \sin(\alpha_1'' - \varphi) \{\cot\beta_1 \sin(\Theta_1 - \alpha_1) \sin(\Theta_1' - \varphi) - \cot\beta_1' \sin(\Theta_1' - \alpha_1') \sin(\Theta_1 - \varphi)\} \end{aligned}\right.$$

Digitized by Google

Wollte man aus diesen beiden Gleichungen $\cot i$ eliminiren, so würde die resultirende Gleichung in Bezug auf $tang\ \varphi$ vom vierten Grade seyn, deren an sich auch keinesweges schwierige Entwickelung wir jedoch hier der Kürze wegen für jetzt übergehen wollen. Ueberdies kann man sich von der Voraussetzung der in Rede stehenden geradlinigen Bewegungen der Erde, auch ohne die beiden vorhergehenden Gleichungen unmittelbar zum Grunde zu legen, auf folgende Art wenigstens gröfstentheils unabhängig machen.

Wenn man nach der im Obigen vollständig entwickelten Methode einen Näherungswerth von φ gefunden hat, so bilde man sich zwei demselben benachbarte Werthe φ_1 und φ_2, für deren einen man übrigens natürlich auch den in Rede stehenden Näherungswerth von φ selbst nehmen kann. Diese beiden Werthe φ_1 und φ_2 führe man für φ in die Gleichungen (72) und (73) ein, und bestimme mittelst derselben die entsprechenden Werthe von i, welche für die Gleichung (72) respective i_1 und i_2, für die Gleichung (73) dagegen i_1' und i_2' seyn mögen, und sämmtlich offenbar nur wenig von einander verschieden seyn werden, weil φ_1 und φ_2 dem wahren Werthe von φ benachbarte Werthe, und also auch selbst nur wenig von einander verschieden sind. Die den Functionen, durch welche die Abhängigkeit der Gröfse i von der Gröfse φ vermöge der beiden Gleichungen (72) und (73) dargestellt wird, entsprechenden Curven wird man offenbar in dem kleinen Intervalle $\varphi_1\varphi_2$ näherungsweise als zwei gerade Linien, deren Gleichungen respective

$$i = M\varphi + N \quad \text{und} \quad i = M'\varphi + N'$$

seyn mögen, betrachten können, und man wird also nach dem Obigen die Gleichungen

$$i_1 = M\varphi_1 + N, \quad i_2 = M\varphi_2 + N$$

und

$$i_1' = M'\varphi_1 + N', \quad i_2' = M'\varphi_2 + N'$$

haben, aus denen sich leicht

$$M = \frac{i_1 - i_2}{\varphi_1 - \varphi_2}, \quad N = i_1 - M\varphi_1 = i_2 - M\varphi_2 = -\frac{i_1\varphi_2 - i_2\varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

und

$$M' = \frac{i_1' - i_2'}{\varphi_1 - \varphi_2}, \quad N' = i_1' - M'\varphi_1 = i_2' - M'\varphi_2 = -\frac{i_1'\varphi_2 - i_2'\varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

ergiebt. Da nun die gesuchten Werthe von φ und i offenbar als die Coordinaten des Durchschnittspunkts der beiden in Rede stehenden geraden Linien zu betrachten sind, so hat man zur Bestimmung von φ und i die beiden Gleichungen

$$i = M\varphi + N, \quad i = M'\varphi + N',$$

aus denen sich

$$\varphi = -\frac{N - N'}{M - M'}, \quad i = M\varphi + N = M'\varphi + N' = \frac{MN' - M'N}{M - M'}$$

ergiebt. Diese Werthe von φ und i sind natürlich auch blofse Näherungswerthe dieser beiden Gröfsen; man wird nun aber diesen Näherungswerth von φ mit demjenigen der beiden Näherungswerthe dieser Gröfsen, von denen man ausging, welchem er am nächsten kommt, zu einem neuen Systeme zweier Näherungswerthe von φ verbinden, und so mittelst der vorhergehenden Methode zu fernern Näherungswerthen von φ und i gelangen, überhaupt aber dieses Verfahren beliebig weit fortsetzen können.

§. 9.

Wir wollen nun zeigen, wie man sich, wenn mittelst der vorher entwickelten Methode Näherungswerthe von φ und i gefunden worden sind, den wahren Werthen dieser Gröfsen nach und nach immer mehr nähern kann.

Zu dem Ende nehmen wir jetzt den Mittelpunkt der Sonne als den Anfang eines neuen rechtwinkligen Coordinatensystems der x'', y'', z'' an. Die Ebene der Cometenbahn soll die Ebene der $x''y''$, und der auf der positiven Seite der Axe der x liegende Theil der Durchschnittslinie der Ebene der Cometenbahn mit der Ebene der xy soll der positive Theil der Axe der x'' seyn. Die positiven Theile der Axen der y'' und z'' sollen so angenommen werden, dafs sie auf der positiven Seite der Ebene der xy liegen.

Nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten hat man die Gleichungen

$$\begin{aligned} x &= x''\cos(x\,x'') + y''\cos(x\,y'') + z''\cos(x\,z''),\\ y &= x''\cos(y\,x'') + y''\cos(y\,y'') + z''\cos(y\,z''),\\ z &= x''\cos(z\,x'') + y''\cos(z\,y'') + z''\cos(z\,z''); \end{aligned}$$

wo es nun vorzüglich auf die Bestimmung der neun in diesen Gleichungen vorkommenden Cosinusse ankommt.

Dabei mufs man zwei Fälle, jenachdem $\varphi < 90°$ oder $\varphi > 90°$ ist, und in jedem dieser beiden Fälle wieder zwei Fälle, jenachdem $i < 90°$ oder $i > 90°$, unterscheiden.

Wenn $\varphi < 90°$ ist, und in den folgenden Formeln die ersten und zweiten Ausdrücke in den Klammern sich immer auf die Fälle $i < 90°$ und $i > 90°$ beziehen, so ergeben sich aus den Principien der sphärischen Trigonometrie leicht die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \cos(x\,x'') &= \cos\varphi,\\ \cos(y\,x'') &= \cos(90° - \varphi) = \sin\varphi,\\ \cos(z\,x'') &= \cos 90° = 0;\\ \cos(x\,y'') &= \left\{\begin{matrix}\cos i\cos(90°+\varphi)\\ \cos(180°-i)\cos(90°-\varphi)\end{matrix}\right\} = -\cos i\sin\varphi,\\ \cos(y\,y'') &= \left\{\begin{matrix}\cos i\cos\varphi\\ \cos(180°-i)\cos(180°-\varphi)\end{matrix}\right\} = \cos i\cos\varphi,\\ \cos(z\,y'') &= \left\{\begin{matrix}\cos(90°-i)\\ \cos(i-90°)\end{matrix}\right\} = \sin i; \end{aligned}$$

Digitized by Google

$$\cos(xz'') = \begin{Bmatrix}\cos(90°-i)\cos(90°-\varphi)\\ \cos(i-90°)\cos(90°+\varphi)\end{Bmatrix} = \pm\sin i\sin\varphi,$$

$$\cos(yz'') = \begin{Bmatrix}\cos(90°-i)\cos(180°-\varphi)\\ \cos(i-90°)\cos\varphi\end{Bmatrix} = \mp\sin i\cos\varphi,$$

$$\cos(zz'') = \begin{Bmatrix}\cos i\\ \cos(180°-i)\end{Bmatrix} = \pm\cos i.$$

Wenn $\varphi > 90°$ ist, und wieder in den folgenden Formeln die ersten und zweiten Ausdrücke in den Klammern sich immer auf die Fälle $i < 90°$ und $i > 90°$ beziehen, so ergeben sich eben so leicht aus den Principien der sphärischen Trigonometrie die folgenden Gleichungen:

$$\cos(xx'') = \cos\varphi,$$
$$\cos(yx'') = \cos(\varphi - 90°) = \sin\varphi,$$
$$\cos(zx'') = \cos 90° = 0;$$

$$\cos(xy'') = \begin{Bmatrix}\cos i\cos(270°-\varphi)\\ \cos(180°-i)\cos(\varphi-90°)\end{Bmatrix} = -\cos i\sin\varphi,$$

$$\cos(yy'') = \begin{Bmatrix}\cos i\cos\varphi\\ \cos(180°-i)\cos(180°-\varphi)\end{Bmatrix} = \cos i\cos\varphi,$$

$$\cos(zy'') = \begin{Bmatrix}\cos(90°-i)\\ \cos(i-90°)\end{Bmatrix} = \sin i;$$

$$\cos(xz'') = \begin{Bmatrix}\cos(90°-i)\cos(\varphi-90°)\\ \cos(i-90°)\cos(270°-\varphi)\end{Bmatrix} = \pm\sin i\sin\varphi,$$

$$\cos(yz'') = \begin{Bmatrix}\cos(90°-i)\cos(180°-\varphi)\\ \cos(i-90°)\cos\varphi\end{Bmatrix} = \mp\sin i\cos\varphi.$$

$$\cos(zz'') = \begin{Bmatrix}\cos i\\ \cos(180°-i)\end{Bmatrix} = \pm\cos i.$$

Also ist in beiden Fällen

$$\cos(xx'') = \cos\varphi, \quad \cos(xy'') = -\cos i\sin\varphi, \quad \cos(xz'') = \pm\sin i\sin\varphi;$$
$$\cos(yx'') = \sin\varphi, \quad \cos(yy'') = \cos i\cos\varphi, \quad \cos(yz'') = \mp\sin i\cos\varphi;$$
$$\cos(zx'') = 0, \quad \cos(zy'') = \sin i, \quad \cos(zz'') = \pm\cos i;$$

und folglich

$$x = x''\cos\varphi - y''\cos i\sin\varphi \pm z''\sin i\sin\varphi$$
$$y = x''\sin\varphi + y''\cos i\cos\varphi \mp z''\sin i\cos\varphi$$
$$z = y''\sin i \pm z''\cos i.$$

Für $z'' = 0$, d. h. für alle in der Ebene der Cometenbahn liegende Punkte, also für alle Punkte der Cometenbahn selbst, ist

$$(74)\ldots\ldots\begin{cases} x = x''\cos\varphi - y''\cos i\sin\varphi,\\ y = x''\sin\varphi + y''\cos i\cos\varphi,\\ z = y''\sin i.\end{cases}$$

Bezeichnet nun r den Radius Vector eines Punktes der Cometenbahn und θ den von diesem Radius Vector mit dem positiven Theile der Axe der x'' eingeschlossenen Winkel, indem man diesen Winkel von dem positiven Theile der Axe der x'' an durch den rechten Winkel $(x''y'')$ hindurch von 0 bis 360° zählt; so ist

$$x'' = r\cos\theta, \quad y'' = r\sin\theta,$$

und folglich nach (74)

$$(75)\ldots\ldots\begin{cases} x = r(\cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\cos i\sin\varphi)\\ y = r(\cos\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos i\cos\varphi)\\ z = r\sin\theta\sin i.\end{cases}$$

Sind nun

$$(76)\ldots\ldots\ldots x = Az + B, \quad y = \mathfrak{A}z + \mathfrak{B}$$

die Gleichungen der von dem Mittelpunkte der Erde nach dem in Rede stehenden Punkte der Cometenbahn gezogenen geraden Linie; so erhält man mittelst (74) sogleich die folgenden Gleichungen:

$$(77)\ldots\begin{cases} r(\cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\cos i\sin\varphi - A\sin\theta\sin i) = B\\ r(\cos\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}\sin\theta\sin i) = \mathfrak{B}\end{cases}$$

Da die Cometenbahn eine Ellipse ist, in deren einem Brennpunkte sich die Sonne befindet; so ist, wenn wir die halbe grofse Axe dieser Ellipse durch a, den von der von der Sonne nach dem Perihelium gezogenen geraden Linie mit dem positiven Theile der Axe der x'' eingeschlossenen Winkel, indem dieser Winkel von dem positiven Theile der Axe der x'' an durch den rechten Winkel $(x''y'')$ hindurch von 0 bis 360° gezählt wird, durch ω, die Excentricität durch e bezeichnen, und der Kürze wegen

$$\frac{e}{a} = k \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (78)$$

setzen, nach der Lehre von den Kegelschnitten, wie leicht erhellen wird, in völliger Allgemeinheit

$$r = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\theta-\omega)} \ldots\ldots\ldots\ldots (79)$$

Hat man nun fünf vollständige Beobachtungen des Cometen, so hat man funfzehn Gleichungen von der folgenden Form:

$$r(\cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\cos i\sin\varphi - A\sin\theta\sin i) = B,$$
$$r_1(\cos\theta_1\cos\varphi - \sin\theta_1\cos i\sin\varphi - A_1\sin\theta_1\sin i) = B_1,$$
$$r_2(\cos\theta_2\cos\varphi - \sin\theta_2\cos i\sin\varphi - A_2\sin\theta_2\sin i) = B_2,$$
$$r_3(\cos\theta_3\cos\varphi - \sin\theta_3\cos i\sin\varphi - A_3\sin\theta_3\sin i) = B_3,$$
$$r_4(\cos\theta_4\cos\varphi - \sin\theta_4\cos i\sin\varphi - A_4\sin\theta_4\sin i) = B_4,$$
$$r(\cos\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}\sin\theta\sin i) = \mathfrak{B},$$
$$r_1(\cos\theta_1\sin\varphi + \sin\theta_1\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}_1\sin\theta_1\sin i) = \mathfrak{B}_1,$$
$$r_2(\cos\theta_2\sin\varphi + \sin\theta_2\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}_2\sin\theta_2\sin i) = \mathfrak{B}_2,$$
$$r_3(\cos\theta_3\sin\varphi + \sin\theta_3\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}_3\sin\theta_3\sin i) = \mathfrak{B}_3,$$
$$r_4(\cos\theta_4\sin\varphi + \sin\theta_4\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}_4\sin\theta_4\sin i) = \mathfrak{B}_4;$$

$$r = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\theta-\omega)},$$
$$r_1 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\theta_1-\omega)},$$
$$r_2 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\theta_2-\omega)},$$
$$r_3 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\theta_3-\omega)},$$
$$r_4 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\theta_4-\omega)}.$$

Digitized by Google

Diese funfzehn Gleichungen enthalten die funfzehn unbekannten Gröfsen r, r_1, r_2, r_3, r_4; θ, θ_1, θ_2, θ_3, θ_4; i, φ, ω, α, k, und reichen also zu deren Bestimmung gerade hin. Die strenge Auflösung dieser Gleichungen ist aber mit Schwierigkeiten verknüpft, und wird auch hier von uns für jetzt nicht beabsichtigt, indem diese Gleichungen uns für jetzt vielmehr nur dienen sollen, die durch die im Obigen entwickelte Methode gefundenen Näherungswerthe von i und φ der Wahrheit noch näher zu führen.

§. 10.

Zu dem Ende wollen wir zuvörderst zeigen, wie sich die den gefundenen Näherungswerthen von i und φ entsprechenden Näherungswerthe von r, r_1, r_2, r_3, r_4 und θ, θ_1, θ_2, θ_3, θ_4 berechnen lassen.

Nach dem vorigen Paragraphen hat man zwischen den Gröfsen i, φ, θ, r die beiden folgenden Gleichungen:

$$r(\cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\cos i\sin\varphi - A\sin\theta\sin i) = B,$$
$$r(\cos\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos i\cos\varphi - \mathfrak{A}\sin\theta\sin i) = \mathfrak{B};$$

oder, weil nach (14)

$$A = \cos\alpha\cot\beta, \quad \mathfrak{A} = \sin\alpha\cot\beta;$$
$$B = -R\cos\Theta, \quad \mathfrak{B} = -R\sin\Theta$$

ist, die beiden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} r(\cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\cos i\sin\varphi - \cos\alpha\cot\beta\sin\theta\sin i) &= -R\cos\Theta \\ r(\cos\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos i\cos\varphi - \sin\alpha\cot\beta\sin\theta\sin i) &= -R\sin\Theta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (80)$$

aus denen sich durch Division und nachherige kreuzweise Multiplication

$$\sin\Theta\cos\varphi - (\cos i\sin\varphi + \cos\alpha\cot\beta\sin i)\sin\Theta\,tang\,\theta = \cos\Theta\sin\varphi + (\cos i\cos\varphi - \sin\alpha\cot\beta\sin i)\cos\Theta\,tang\,\theta,$$

also

$$(81)\ldots tang\,\theta = \frac{\sin(\Theta-\varphi)}{\cos i\cos(\Theta-\varphi) + \cot\beta\sin i\sin(\Theta-\alpha)}$$

oder

$$(82)\ldots tang\,\theta = \frac{\sin\beta\sin(\Theta-\varphi)}{\sin\beta\cos i\cos(\Theta-\varphi) + \cos\beta\sin i\sin(\Theta-\alpha)}$$

oder

$$(83)\ldots cot\,\theta = \cos i\cot(\Theta-\varphi) + \sin i\cot\beta\frac{\sin(\Theta-\alpha)}{\sin(\Theta-\varphi)}$$

ergiebt. Berechnet man den Hülfswinkel ξ mittelst der Formel

$$(84)\ldots\ldots\ldots tang\,\xi = \frac{\cot\beta\sin(\Theta-\alpha)}{\cos(\Theta-\varphi)},$$

so ist nach (81)

$$(85)\ldots\ldots\ldots tang\,\theta = \frac{\cos\xi\,tang(\Theta-\varphi)}{\cos(i-\xi)}.$$

Wenn man die erste der Gleichungen (80) mit $\sin\alpha$, die zweite mit $\cos\alpha$ multiplicirt, und dann die zweite Gleichung von der ersten abzieht, so erhält man die Gleichung

$$r\{\cos\theta\sin(\alpha-\varphi) - \sin\theta\cos i\cos(\alpha-\varphi)\} = -R\sin(\alpha-\Theta),$$

und folglich

$$r = -\frac{R\sin(\alpha-\Theta)}{\cos\theta\sin(\alpha-\varphi) - \sin\theta\cos i\cos(\alpha-\varphi)} \quad \ldots (86)$$

Berechnet man den Hülfswinkel χ mittelst der Formel

$$tang\,\chi = \cos i\,tang\,\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (87)$$

so wird, wie man leicht findet,

$$r = -\frac{R\cos\chi\sin(\alpha-\Theta)}{\cos\theta\sin(\alpha-\varphi-\chi)} \quad \ldots\ldots\ldots (88)$$

Weil

$$\cos\theta\sin(\alpha-\varphi) - \sin\theta\cos i\cos(\alpha-\varphi) = \sin(\alpha-\theta-\varphi)\cos\tfrac{1}{2}i^2 + \sin(\alpha+\theta-\varphi)\sin\tfrac{1}{2}i^2$$

ist, so ist auch

$$r = -\frac{R\sin(\alpha-\Theta)}{\sin(\alpha-\theta-\varphi)\cos\frac{1}{2}i^2 + \sin(\alpha+\theta-\varphi)\sin\frac{1}{2}i^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (89)$$

§. 11.

Ferner wollen wir auch die Differentiale von θ und r in Bezug auf φ und i als unabhängige veränderliche Gröfsen entwickeln.

Aus den beiden Gleichungen (80) erhält man ohne Schwierigkeit durch Differentiation

$$\frac{R\cos\Theta}{r}dr + r(\sin\theta\cos\varphi + \cos\theta\cos i\sin\varphi + \cos\alpha\cot\beta\cos\theta\sin i)\,d\theta$$
$$= -r(\cos\theta\sin\varphi + \sin\theta\cos i\cos\varphi)\,d\varphi + r(\sin\theta\sin i\sin\varphi - \cos\alpha\cot\beta\sin\theta\cos i)\,di,$$
$$\frac{R\sin\Theta}{r}dr + r(\sin\theta\sin\varphi - \cos\theta\cos i\cos\varphi + \sin\alpha\cot\beta\cos\vartheta\sin i)\,d\vartheta$$
$$= r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\theta\cos i\sin\varphi)\,d\varphi - r(\sin\theta\sin i\cos\varphi + \sin\alpha\cot\beta\sin\vartheta\cos i)\,di,$$

wofür wir der Kürze wegen

$$K\,dr + L\,d\theta = M\,d\varphi + N\,di,$$
$$K_1dr + L_1d\vartheta = M_1d\varphi + N_1di$$

schreiben wollen. Aus diesen beiden Gleichungen müssen die Differentiale $d\theta$ und dr bestimmt werden.

Es ist, wie leicht erhellet,

$$L\sin\theta - R\cos\vartheta\cos\Theta = r\cos\varphi,$$
$$L_1\sin\vartheta - R\cos\theta\sin\Theta = r\sin\varphi,$$

und folglich

$$(KL_1 - K_1L)\sin\theta = R\sin(\varphi-\Theta).$$

Ferner ist, wie man leicht findet,

$$KM_1 - K_1M = R\{\cos\vartheta\cos(\varphi-\Theta) - \sin\vartheta\cos i\sin(\varphi-\Theta)\}.$$

Digitized by Google

Weil

$$r\cos\alpha\cot\beta\sin\vartheta = \frac{R\cos\Theta + r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi)}{\sin i},$$

$$r\sin\alpha\cot\beta\sin\vartheta = \frac{R\sin\Theta + r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi)}{\sin i}$$

und folglich, wie man leicht findet,

$$N = -\frac{R\cos i\cos\Theta - r(\sin\vartheta\sin\varphi - \cos\vartheta\cos\varphi\cos i)}{\sin i},$$

$$N_1 = -\frac{R\cos i\sin\Theta + r(\sin\vartheta\cos\varphi + \cos\vartheta\sin\varphi\cos i)}{\sin i},$$

ist; so ist

$$KN_1 - K_1N = -\frac{R}{\sin i}\{\sin\vartheta\cos(\varphi-\Theta) + \cos\vartheta\cos i\sin(\varphi-\Theta)\}.$$

Nimmt man alles Bisherige zusammen, so ergiebt sich die Gleichung

$$\left.\begin{aligned} d\vartheta = {} & \sin\vartheta\{\cos\vartheta\cot(\varphi-\Theta) - \sin\vartheta\cos i\}d\varphi \\ & -\frac{\sin\vartheta}{\sin i}\{\sin\vartheta\cot(\varphi-\Theta) + \cos\vartheta\cos i\}di. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots(90)$$

Berechnet man den Hülfswinkel ψ mittelst der Formel

$$tang\,\psi = \cos i\,tang(\varphi-\Theta), \ldots\ldots\ldots\ldots(91)$$

so ist, wie man leicht findet,

$$d\vartheta = \frac{\sin\vartheta\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}d\varphi - \frac{\sin\vartheta\cot i\sin(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}di \ldots(92)$$

oder

$$\frac{\sin\psi}{\sin\theta}d\vartheta = \cos i\cos(\vartheta+\psi)\,d\varphi - \cot i\sin(\vartheta+\psi)\,di, \ldots(93)$$

mittelst welcher Formeln sich $d\theta$ leicht berechnen läfst. Ferner ist

$$L\sin\vartheta = R\cos\vartheta\cos\Theta + r\cos\varphi,$$
$$M_1 = r(\cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\cos i\sin\varphi),$$
$$L_1\sin\theta = R\cos\vartheta\sin\Theta + r\sin\varphi;$$
$$-M = r(\cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos i\cos\varphi);$$

und folglich, wie man nach leichter Rechnung findet,

$$(LM_1 - L_1M)\sin\theta = r\cos\theta\{r + R[\cos\theta\cos(\varphi-\Theta) - \sin\theta\cos i\sin(\varphi-\Theta)]\}.$$

Nach dem Obigen ist

$$-N_1\sin i = R\cos i\sin\Theta + r(\sin\theta\cos\varphi + \cos\theta\sin\varphi\cos i),$$
$$-N\sin i = R\cos i\cos\Theta - r(\sin\theta\sin\varphi - \cos\theta\cos\varphi\cos i);$$

und folglich, wie man nach leichter Rechnung findet,

$$-(LN_1 - L_1N)\sin\theta\sin i = r\sin\theta\{r + R[\cos\theta\cos(\varphi-\Theta) - \sin\theta\cos i\sin(\varphi-\Theta)]\}.$$

Nimmt man alles Bisherige zusammen, so ergiebt sich

$$(94)\ldots\ldots\ldots\ldots R\sin(\varphi-\Theta)\,dr = -r\cos\theta\{r + R[\cos\theta\cos(\varphi-\Theta) - \sin\theta\cos i\sin(\varphi-\Theta)]\}\,d\varphi + r\frac{\sin\theta}{\sin i}\{r + R[\cos\theta\cos(\varphi-\Theta) - \sin\theta\cos i\sin(\varphi-\Theta)]\}\,di,$$

oder nach dem Obigen

$$(95)\ldots\ldots\ldots\ldots R\sin(\Phi-\Theta)\,dr = -r\cos\theta\left\{r + R\sin(\Phi-\Theta)\frac{\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right\}d\Phi + r\frac{\sin\theta}{\sin i}\left\{r + R\sin(\Phi-\Theta)\frac{\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right\}di$$

und folglich

$$(96)\ldots\ldots\ldots\ldots dr = -r\cos\theta\left\{\frac{r}{R\sin(\Phi-\Theta)} + \frac{\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right\}d\Phi + r\frac{\sin\theta}{\sin i}\left\{\frac{r}{R\sin(\psi-\Theta)} + \frac{\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right\}di,$$

oder

$$(97)\ldots\ldots\ldots\ldots dr = -r\left\{\frac{r}{R\sin(\psi-\Theta)} + \frac{\cos i\cos(\vartheta+\psi)}{\sin\psi}\right\}\left(\cos\theta\,d\Phi - \frac{\sin\theta}{\sin i}\,di\right).$$

§. 12.

In diesem Paragraphen wollen wir zeigen, wie man aus den vier Gleichungen

$$r = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\vartheta-\omega)},$$

$$r_1 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\vartheta_1-\omega)},$$

$$r_2 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\vartheta_2-\omega)},$$

$$r_3 = \frac{a(1-k^2)}{1+k\cos(\vartheta_3-\omega)}$$

die drei unbekannten Gröfsen a, k, ω eliminiren kann. Durch Elimination von a erhält man zuvörderst

$$r - r_1 = -k\{r\cos(\theta-\omega) - r_1\cos(\theta_1-\omega)\},$$
$$r - r_2 = -k\{r\cos(\theta-\omega) - r_2\cos(\theta_2-\omega)\},$$
$$r - r_3 = -k\{r\cos(\theta-\omega) - r_3\cos(\theta_3-\omega)\},$$

also durch Division

$$\frac{r-r_1}{r-r_2} = \frac{r\cos(\theta-\omega) - r_1\cos(\theta_1-\omega)}{r\cos(\theta-\omega) - r_2\cos(\theta_2-\omega)},$$
$$\frac{r-r_1}{r-r_3} = \frac{r\cos(\theta-\omega) - r_1\cos(\theta_1-\omega)}{r\cos(\theta-\omega) - r_3\cos(\theta_3-\omega)};$$

Digitized by Google

oder

$$\frac{r-r_1}{r-r_2} = \frac{r\cos\theta - r_1\cos\theta_1 + (r\sin\theta - r_1\sin\theta_1)\,tang\,\omega}{r\cos\theta - r_2\cos\theta_2 + (r\sin\theta - r_2\sin\theta_2)\,tang\,\omega},$$
$$\frac{r-r_1}{r-r_3} = \frac{r\cos\theta - r_1\cos\theta_1 + (r\sin\theta - r_1\sin\theta_1)\,tang\,\omega}{r\cos\theta - r_3\cos\theta_3 + (r\sin\theta - r_3\sin\theta_3)\,tang\,\omega},$$

und folglich

$$\left.\begin{aligned} tang\,\omega &= -\frac{r(r_2-r_1)\cos\theta + r_1(r-r_2)\cos\theta_1 + r_2(r_1-r)\cos\theta_2}{r(r_2-r_1)\sin\theta + r_1(r-r_2)\sin\theta_1 + r_2(r_1-r)\sin\theta_2} \\ tang\,\omega &= -\frac{r(r_3-r_1)\cos\theta + r_1(r-r_3)\cos\theta_1 + r_3(r_1-r)\cos\theta_3}{r(r_3-r_1)\sin\theta + r_1(r-r_3)\sin\theta_1 + r_3(r_1-r)\sin\theta_3} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (98)$$

woraus sich, wenn man diese beiden Werthe von $tang\,\omega$ einander gleich setzt, ohne Schwierigkeit die folgende Gleichung ergiebt:

$$\begin{aligned} (99)\ldots\ldots 0 = {} & rr_1(r_3-r_2)\sin(\theta-\theta_1) \\ & + rr_2(r_1-r_3)\sin(\theta-\theta_2) \\ & + rr_3(r_2-r_1)\sin(\theta-\theta_3) \\ & + r_1r_2(r_3-r)\sin(\theta_1-\theta_2) \\ & + r_1r_3(r-r_2)\sin(\theta_1-\theta_3), \\ & + r_2r_3(r_1-r)\sin(\theta_2-\theta_3); \end{aligned}$$

welche sich auch auf nachstehende Form bringen läfst:

$$\begin{aligned} (100)\ldots 0 = {} & rr_1r_2\{\sin(\theta-\theta_1)+\sin(\theta_1-\theta_2)+\sin(\theta_2-\theta)\} \\ & - rr_1r_3\{\sin(\theta-\theta_1)+\sin(\theta_1-\theta_3)+\sin(\theta_3-\theta)\} \\ & + rr_2r_3\{\sin(\theta-\theta_2)+\sin(\theta_2-\theta_3)+\sin(\theta_3-\theta)\} \\ & - r_1r_2r_3\{\sin(\theta_1-\theta_2)+\sin(\theta_2-\theta_3)+\sin(\theta_3-\theta_1)\}, \end{aligned}$$

oder, wie man leicht findet,

$$\begin{aligned} (101)\ldots 0 = {} & rr_1r_2\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta) \\ & - rr_1r_3\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta) \\ & + rr_2r_3\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta) \\ & - r_1r_2r_3\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta_1), \end{aligned}$$

oder auch

$$\begin{aligned} (102)\ldots 0 = {} & \frac{\sin\frac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\frac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\frac{1}{2}(\theta_3-\theta_1)}{r} \\ & - \frac{\sin\frac{1}{2}(\theta-\theta_2)\sin\frac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\frac{1}{2}(\theta_3-\theta)}{r_1} \\ & + \frac{\sin\frac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\frac{1}{2}(\theta_1-\theta_3)\sin\frac{1}{2}(\theta_3-\theta)}{r_2} \\ & - \frac{\sin\frac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\frac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\frac{1}{2}(\theta_2-\theta)}{r_3}. \end{aligned}$$

Die Gleichung (99) kann auch auf folgende Form gebracht werden:

$$\begin{aligned} (103)\ldots\ldots 0 = {} & \left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)\sin(\theta-\theta_1) \\ & + \left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_1}\right)\sin(\theta-\theta_2) \\ & + \left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\sin(\theta-\theta_3) \\ & + \left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)\sin(\theta_1-\theta_2) \\ & + \left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r}\right)\sin(\theta_1-\theta_3) \\ & + \left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)\sin(\theta_2-\theta_3), \end{aligned}$$

oder, wenn man der Kürze wegen

$$\frac{1}{r} = q,\quad \frac{1}{r_1} = q_1,\quad \frac{1}{r_2} = q_2,\quad \frac{1}{r_3} = q_3$$

setzt, auf die Form

$$\begin{aligned} (104)\ldots\ldots 0 = {} & (q_2-q_3)\sin(\theta-\theta_1) \\ & + (q_3-q_1)\sin(\theta-\theta_2) \\ & + (q_1-q_2)\sin(\theta-\theta_3) \\ & + (q-q_3)\sin(\theta_1-\theta_2) \\ & + (q_2-q)\sin(\theta_1-\theta_3) \\ & + (q-q_1)\sin(\theta_2-\theta_3) \end{aligned}$$

Setzt man überhaupt

$$\begin{aligned} (105)\ldots\ldots F = {} & (q_2-q_3)\sin(\theta-\theta_1) \\ & + (q_3-q_1)\sin(\theta-\theta_2) \\ & + (q_1-q_2)\sin(\theta-\theta_3) \\ & + (q-q_3)\sin(\theta_1-\theta_2) \\ & + (q_2-q)\sin(\theta_1-\theta_3) \\ & + (q-q_1)\sin(\theta_2-\theta_3) \end{aligned}$$

und differentiirt diese Function, so erhält man

$$\begin{aligned} (106)\ldots\ldots dF = {} & \{(q_1-q_2)\cos(\theta-\theta_3)+(q_2-q_3)\cos(\theta-\theta_1)+(q_3-q_1)\cos(\theta-\theta_2)\}d\theta \\ & - \{(q-q_2)\cos(\theta_1-\theta_3)+(q_2-q_3)\cos(\theta_1-\theta)+(q_3-q)\cos(\theta_1-\theta_3)\}d\theta_1 \\ & + \{(q-q_1)\cos(\theta_2-\theta_3)+(q_1-q_3)\cos(\theta_2-\theta)+(q_3-q)\cos(\theta_2-\theta_1)\}d\theta_2 \\ & - \{(q_1-q_2)\cos(\theta_3-\theta)+(q_2-q)\cos(\theta_3-\theta_1)+(q-q_1)\cos(\theta_3-\theta_2)\}d\theta_3 \\ & - 4\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta_1)\,dq \\ & + 4\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta)\,dq_1 \\ & - 4\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_3)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_3-\theta)\,dq_2 \\ & + 4\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\theta_1)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_1-\theta_2)\sin\tfrac{1}{2}(\theta_2-\theta_3)\,dq_3 \\ = {} & C\,d\theta + C_1\,d\theta_1 + C_2\,d\theta_2 + C_3\,d\theta_3 + E\,dq + E_1\,dq_1 + E_2\,dq_2 + E_3\,dq_3, \end{aligned}$$

Digitized by Google

wo zwischen den Coefficienten C, C_1, C_2, C_3 und E, E_1, E_2, E_3 auch die beiden folgenden leicht zu beweisenden Gleichungen Statt finden:

(107).....$C + C_1 + C_2 + C_3 = 0, \quad E + E_1 + E_2 + E_3 = 0.$

Setzt man nun:

(108).....
$$d\theta = g\,d\Phi + h\,di, \quad dq = -\frac{dr}{r^2} = g'\,d\Phi + h'\,di;$$
$$d\theta_1 = g_1\,d\Phi + h_1\,di, \quad dq_1 = -\frac{dr_1}{r_1^2} = g_1'\,d\Phi + h_1'\,di;$$
$$d\theta_2 = g_2\,d\Phi + h_2\,di, \quad dq_2 = -\frac{dr_2}{r_2^2} = g_2'\,d\Phi + h_2'\,di;$$
$$d\theta_3 = g_3\,d\Phi + h_3\,di, \quad dq_3 = -\frac{dr_3}{r_3^2} = g_3'\,d\Phi + h_3'\,di;$$

wo die Gröfsen g, g_1, g_2, g_3; h, h_1, h_2, h_3 und g', g_1', g_2', g_3'; h', h_1', h_2', h_3' nach der im §. 11 gegebenen Anleitung berechnet werden können; so ist

(109).....
$$dF = (gC + g_1C_1 + g_2C_2 + g_3C_3 + g'E + g_1'E_1 + g_2'E_2 + g_3'E_3)\,d\Phi + (hC + h_1C_1 + h_2C_2 + h_3C_3 + h'E + h_1'E_1 + h_2'E_2 + h_3'E_3)\,di.$$

Nehmen wir jetzt F fehlerhaft bestimmt an, so ist nicht $F = 0$, sondern vielmehr $F + dF = 0$, und folglich nach dem Obigen

(110).....
$$Eq + E_1q_1 + E_2q_2 + E_3q_3 + (gC + g_1C_1 + g_2C_2 + g_3C_3 + g'E + g_1'E_1 + g_2'E_2 + g_3'E_3)\,d\Phi + (hC + h_1C_1 + h_2C_2 + h_3C_3 + h'E + h_1'E_1 + h_2'E_2 + h_3'E_3)\,di.$$

Solcher Gleichungen wie diese lassen sich wegen der fünf Gleichungen

$$r = \frac{a(1-k^2)}{1 + k\cos(\theta - \omega)},$$
$$r_1 = \frac{a(1-k^2)}{1 + k\cos(\theta_1 - \omega)},$$
$$r_2 = \frac{a(1-k^2)}{1 + k\cos(\theta_2 - \omega)},$$
$$r_3 = \frac{a(1-k^2)}{1 + k\cos(\theta_3 - \omega)},$$
$$r_4 = \frac{a(1-k^2)}{1 + k\cos(\theta_4 - \omega)}$$

zwei bilden. Mittelst dieser beiden Gleichungen kann man die Gröfsen $d\Phi$ und di bestimmen, und erhält also für die Gröfsen, deren erste Näherungswerthe vorher durch Φ und i bezeichnet wurden, die beiden neuen Näherungswerthe $\Phi + d\Phi$ und $i + di$, von denen man auf ganz ähnliche Art zu fernern Näherungswerthen der in Rede stehenden Gröfsen übergehen, und diese Rechnung überhaupt so weit fortsetzen kann, bis zwei auf einander folgende Näherungswerthe in der verlangten Anzahl von Decimalstellen sich nicht mehr von einander unterscheiden. Hat man aber Φ und i gefunden, so kann man mittelst der im Obigen enthaltenen Formeln auch θ, θ_1, θ_2, θ_3, θ_4; r, r_1, r_2, r_3, r_4 und ω, k, a ohne Schwierigkeit berechnen.

Um diese Abhandlung nicht zu weit auszudehnen, wollen wir jetzt nicht noch weiter zeigen, wie man sich zu verhalten hat, wenn man die Bahn als eine Parabel betrachtet, wo man nur vier Beobachtungen nöthig hat, werden aber vielleicht späterhin einmal auf diesen Gegenstand zurückkommen. Eben so wenig wollen wir jetzt noch zeigen, wie man sich zu verhalten haben würde, wenn man eine die unbedingt erforderliche übersteigende Anzahl von Beobachtungen in Rechnung nehmen wollte, und schliefsen mit der folgenden Bemerkung.

Die Gleichung (71) kann drei reelle Wurzeln haben. Welche dieser drei Wurzeln man zu nehmen hat, wird man z. B. immer dadurch entscheiden können, dafs man, nachdem die Elemente bestimmt worden sind, aus denselben für eine bei dieser Bestimmung nicht mit zum Grunde gelegte Beobachtung den Ort des Cometen in der Bahn bestimmt, und hierauf den berechneten Ort mit dem beobachteten vergleicht. Hier mehr über den in Rede stehenden Fall, wenn nämlich die Gleichung (71) drei reelle Wurzeln hat, zu sagen, halten wir für unnöthig.

An einem andern Orte werden wir verschiedene mit den obigen in naher Verbindung stehende rein geometrische Betrachtungen mittheilen, welche hier einen für solche Untersuchungen zu grofsen Raum in Anspruch nehmen würden.

Grunert.

Inhalt.

(zu Nr. 455.) Mondculminationen in Altona 1842. Von Herrn *Th. Clausen*. p. 385.
Beitrag zur Theorie der dreiseitigen Pyramide. Von demselben. p. 389.
Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber. p. 393.
(zu Nr. 456.) Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald (Beschlufs.) p. 401.

Altona 1842. August 4.

Digitized by Google

Register.

A.

Airy, G. B. Professor, Director der Sternwarte in Greenwich, Report of the Astronomer Royal to the board of visitors, read at the annual visitation of the Royal Observatory, Greenwich, June 5, 1841. 7.
Jupitermasse nach demselben 187.
Ueber dessen Beobachtungen des *Enckeschen* Cometen 1842, von Professor *Encke* 306.

Alcyone (η Plejadum) Bedeckung vom Monde Octbr. 31, 1841 beobachtet in Dorpat 95.

Aleschnowo Geographische Lage 343. Magnet. Elemente 373.

Altona Beobachtete Sternbedeckung daselbst 1841 Febr. 4. 247.

America Bericht über die Küsten-Vermessung von Nord-America, von *F. R. Hassler* 353, 377.

Angikowa Geographische Lage 347.
Magnetische Elemente 373.

Anzeigen, Dr. *Lehmann's* Werk über die grofsen Sonnenfinsternisse 215, 231, 248, 263, 383.
Bessels „Astronomische Untersuchungen" erster Theil. — Beilage zu Nr. 442.
Nettopreise der Astronomischen Nachrichten 383.

Arago, F. J. D., Ueber dessen Beobachtungen zur Bestimmung der Entfernung von Montjony nach Mola, von Geheimenrath *Bessel* 97.

Argelander, Fr. G. A. Professor, Director der Sternwarte in Bonn. Ueber die Lichtveränderungen der 3 Sterne, δ Cephei, β Lyrae und η Aquilae 393.
Ueber die grofse Eigene-Bewegung eines Sterns 7^m. 393.
Ueber neue Sternkarten von ihm gezeichnet, welche in Berlin bei *S. Schropp u. Comp.* bald erscheinen werden 394.

Astronomische Nachrichten Berichtigungen in selbigen 115, 199, 204.
Nettopreise derselben 383.

Astronomische Untersuchungen von *F. W. Bessel*. Erster Band, Königsberg 1841 im Verlage der Gebrüder *Bornträger*. 4to. Ueber dieses neue Werk, von Conferenzrath *Schumacher* 17.
Anzeige dafs der erste Theil dieses Werkes erschienen und Preis desselben, Beilage zu Nr. 442.

Atlas (f Plejadum) Bedeckung vom Monde beobachtet in Dorpat 1841 Octbr. 31. 95.
Denselben unter sehr günstigen Umständen untersucht und ohne die geringste Spur eines Nebensterns gefunden, von Hofrath *Mädler* 96.

Aufgabe Ueber eine astronomische von Dr. Prof. *Grunert* 169.
Geometrische Construction einer astronomischen von *Th. Clausen* 261.

B.

Barometer-Beobachtungen. Ueber die täglichen in Christiania und Dresden, von Professor *Hansteen* 291.
Vergl. „Meteorologische Beobachtungen."

Beilage. Zu Nr. 438. 117.
Zu Nr. 442. 184.

Beobachtungen siehe Planeten, Sternbedeckungen etc.

Bergins, A. Th. Dr. Beobachtungen desselben auf der Altonaer Sternwarte mit einem *Repsold*schen Universalinstrument 239.

Berichtigungen in *Lubbock's* „Theory of the Moon" 39.
in den Astronomischen Nachrichten Nr. 333. 115.
Nr. 423 bis 426 und Nr. 438. 199.
Nr. 363. 204.
in dem Berliner astronomischen Jahrbuche 119.
in *Burckhardt's* Mondtafeln 221.

Berlin Geographische Lage 315.
Magnetische Elemente 373.

Bernoulli, Daniel († März 17. 1782) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 92.

Bernoulli, Johann († Januar 1. 1748) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 92.

Bernoulli, Nicolaus († 1759) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 92.

Bessel, F. W. Geheimerrath, Director der Königsberger Sternwarte. Ueber dessen neues Werk „Astronomische Untersuchungen" von Conferenzrath *Schumacher* 17.
Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde 97.
Planetenmassen nach demselben 187.
Beobachtungen desselben von p Ophiuchi 203.
Ueber *Clausens* Preisschrift über den Cometen von 1770. 336.

Bibliothek. Bericht über die der Hauptsternwarte in Pulkowa, von Staatsrath *v. Struve* 307, 321.
Ueber die des verstorbenen Dr. *Olbers*, angekauft für die Sternwarte in Pulkowa, von demselben 309.

Biot, J. B. Ueber dessen Beobachtungen zur Bestimmung der Entfernung der Parallelen von Montjony und Mola, von Geheimenrath *Bessel* 97.

Bodöe (Handholm) Geographische Lage 238.
Beobachtete Sonnenfinsternifs 1833 Juli 16 daselbst 239.

Bogorodsk Geographische Lage 343.
Magnetische Elemente 373.

v. Boguslawski, Professor, Director der Breslauer Sternwarte. Ueber die von demselben 1839 August 10 beobachteten Sternschnuppen, von Professor *Erman* und *H. Petersen* 25.
Schreiben an den Herausgeber 117.
Beobachtung der Sonnenfinsternifs 1841 Juli 18. 117.
Beobachtung der gröfsten Lichtphase Mira's 118.
Beobachtungen von Sternbedeckungen von August 24, 1840 bis Juli 4, 1841, 118.
Mai 12, 1842. 351.

Bonvard, A., Planetenmassen nach demselben 187.

Breite, geographische. Von Montjony, Matas und Mola, von Geheimenrath *Bessel* 113.
Von Copenhagen 119.
Vergleiche „Geographische Lage."

Digitized by Google

Breithaupt, Münzmeister in Cassel. Prüfung eines Breithauptschen Theodoliten, von Professor *Gerling* 245.

Bremiker, C. Dr., Ephemeride des *Enckeschen* Cometen 1842. 189.

Breslau Länge nach Professor *Hansen* 27.
Daselbst beobachtete Sonnenfinsternifs 1841 Juli 18. 117.
Sternbedeckungen von 1840 August 24 bis 1841 Juli 4. 117.
1842 Mai 12. 351.

Burckhardt, J. K. († Juni 21, 1825) Ueber dessen Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770, von *Th. Clausen* 121.
Planetenmassen nach demselben 187.
Fehler in dessen Mondstafeln 221.

Bazengelgor Ueber dessen Entwickelung der *Legendre*schen Formel des sphärischen Excesses, von Geheimenrath *Bessel* 104.

C.

Colaeno (g Plejadum) Bedeckung vom Monde, beobachtet 1840 Octbr. 18, Decbr. 7 in Breslau 119.

Ceres Beobachtungen derselben in der Opposition 1841 von Dr. *Sawitsch* 181.
Beobachtungen 1836 in Wilna 227.

Christiania Daselbst beob. Sonnenfinsternifs 1841 Juli 18. 240.
Tägliche Barometerbeobachtungen daselbst 291.

Clairaut, A. C. († Mai 17. 1765) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 93.

Clausen, Th., Observator der Dorpater Sternwarte.
Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770. 121.
Ueber ein Integral in *Legendre's* „Traité des fonctions elliptiques 177.
Beitrag zur Theorie der elliptischen Transcendenten 181.
Fehler in *Burckhardt's* Mondstafeln 221.
Entwickelung der Wurzel einer cubischen Gleichung des irreducibeln Falles in einen Kettenbruch 241.
Die Construction des Siebenzehnecks der Lemniscata 243.
Monds-Ephemeride für die Zeit der Culmination in Altona für 1842. 249, 287, 337, 385.
Ueber die Bestimmung der geographischen Länge aus beobachteten Mondsazimuthen 259.
Geometrische Construction einer astronomischen Aufgabe 261.
Ueber die Längenbestimmungen durch beobachtete Mondeshöhen 263.
Ueber dessen Preisschrift von Geheimenrath *Bessel* 335.
Beitrag zur Theorie der dreiseitigen Pyramide 389.

Coast-Survey Bericht über die in Nord-Amerika von *F. R. Hassler* 355.

Comet Bestimmung der Bahn des von 1770, von *Th. Clausen* 121.
Wiederkehr des *Pons*schen (*Encke*schen) 1842, von Professor *Encke* 185.
Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen, von Dr. Professor *Grunert* 265, 401.

Copenhagen Länge und Breite des runden Thurmes daselbst 119.

Cramer, Gabriel († Jan. 4. 1752) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 93.

D.

Damoiseau, Baron de. Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und der Knotenlinie des Mondes, verglichen mit *Damoiseau's* Resultaten und *Plana's* Théorie du mouvement de la lune, von Professor *Hansen* 191.

Dansy Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola nach demselben 97.

Dawes, W. R., Beobachtungen von p Ophiuchi 203

Delambre, Jean Jos. († August 19. 1822) Planetenmassen nach demselben 187.

Denzler, H. H. Ueber die terrestrische Refraction 347.

Dmitrowsk Geographische Lage 343.
Magnetische Elemente 373.

Dollen Beobachtung der Plejadenbedeckung 1841 October 31 in Dorpat 95.

Doppelsterne Ueber p Ophiuchi von Hofrath *Mädler* 201.
Ueber die Bahnbewegungen derselben, von Hofrath *Mädler* 349.
Ueber einige neu entdeckte, von *O. Struve* 287.

Dorpat Daselbst beobachtete Plejadenbedeckung October 31. 1841. 95.
Mondfinsternifs Jannar 26, 1842. 197.
Sonnenfinsternifs Mai 18, 1841. 209.

Doskino Geographische Lage 345.
Magnetische Elemente 373.

Dresden Ueber die täglichen Barometerbeobachtungen daselbst, von Professor *Hansteen* 291.

Druckfehler siehe Berichtigungen.

Dubrowa Geographische Lage 371.
Magnetische Elemente 375.

Duc, Officier in der Norwegischen Marine.
Beobachtete Sternbedeckungen auf Tromsöe in den Jahren 1836, 1837 und 1838. 237.
Sonnenfinsternifs 1833 Juli 16 auf Bodöe 239.

E.

Eigene-Bewegung. Ueber die grofse eines Sterns 7^m Nr. 1830 in *Grombridge's* Catalog von Circumpolarsternen, von Professor *Argelander* 393.

Elemente Des Cometen von 1770, von *Th. Clausen* 165.
Des *Pons*schen (*Encke*schen) für 1842. 189.
Des Doppelsterns p Ophiuchi 201. 349.
Mehrerer Doppelsterne 349.
Vergleiche „Magnetische Elemente."

Elliptische Transcendenten Beitrag zur Theorie derselben von *Th. Clausen* 177. 181.

Emulgasch Geographische Lage 347.
Magnetische Elemente 373.

Encke, J. F. Professor, Director der Sternwarte in Berlin.
Wiederkehr des *Pons*schen (*Encke*schen) Cometen 1842 185.
Tafel der allmähligen Verbesserungen der Planetenmassen 187.
Elemente und Beobachtungen von p Ophiuchi 201, 203.
Schreiben an den Herausgeber, enthaltend Beobachtungen des *Pons*schen (*Encke*schen) Cometen im Februar, März und April 1842. 305.

Ephemeride Der Sonne von Juni 14 bis October 3. 1770. von *Th. Clausen* 121.
Der Vergleichungs-Sterne des Cometen von 1770, von *Th. Clausen* 129.
Des *Encke*schen Cometen für 1842 von Dr. *Bremiker* 189.
Des Mondes für die Zeit der Culmination in Altona für 1842 von *Th. Clausen* 249, 287, 337, 385.

Digitized by Google

Erde Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde, von Geheimenrath *Bessel* 97.
Masse und Dichtigkeit derselben 187.
Numerische Bestimmung der Trägheitsmomente derselben, von Professor *Hansen* 197.

Erdmagnetismus Vergleichung der *Gaussischen* Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Erman's* magnetischen Beobachtungen, von *H. Petersen* 311, 341, 369.

Erman, A., Professor in Berlin. Ueber die Bahnen mehrerer Sternschnuppen von August 10, 1839, von *A. Erman* und *H. Petersen* 25.
Vergleichung dessen magnetischen Beobachtungen mit der *Gaussischen* Theorie des Erdmagnetismus, von *H. Petersen* 311, 341, 369.

Euler, Leonhard († Sept. 7, 1783) Ueber dessen Correspondenz mit *Daniel, Jean* und *Nicolaus Bernoulli*, mit *G. Cramer, Clairaut, Naudé, Poleni, Lambert* und *Goldbach*, so wie über eine zu veranstaltende Herausgabe eines systematischen Catalogs der sämmtlichen *Euler*schen Schriften, von Staatsrath *v. Fuss* 91.

F.

Fischer Ueber dessen Beobachtungen am Refractor der Münchener Sternwarte, von Dr. *Lamont* 211.

Formel Für den sphärischen Excess, von Geh.-Rath *Bessel* 103.
Zur Bestimmung der Entfernung der Parallelen zweier Puncte, durch die Entfernung der Puncte selbst und die Azimuthe der sie verbindenden geodätischen Linie an beiden, von demselben 113.

Forward, W., Secretary of the Treasury. Letter to *John White*, Speaker Ho. of Reps., transmitting a report of *F. R. Hassler*, superintendent of the coast survey, showing the progress made therein up to the present time 353. Letter to him from *J. R. Hassler* 354.

Fundamenta nova investigationis orbitae verae quam luna perinstrat, auctore *Petro Andrea Hansen*, Gothae in commissis apud *Carolum Glaeser* 1838. Hinweisung auf dieses Werk 56.

Funk, Joh. Gehülfe an der Hamburger Sternwarte. Beob. Sternbedeckungen 1842 Mai 12, 14. 351.

v. Fuss, würklicher Staatsrath, Excellenz, Mitglied und beständiger Secretair der Keiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg. Extrait du procès verbal de l'Académie Impérialo des sciences de St. Petersbourg du 24 Septembre (6 Octobre) 1841. 91.

v. Fuss, G., Professor bei der Pulkowaer Sternwarte. Beschäftigung desselben an dem grofsen Refractor, bei einer vorläufigen Bestimmung aller Sterne des nördlichen Himmels bis zur 7ten Gröfse 284.

G.

Galle, G., Gehülfe der Berliner Sternwarte.
Auffinden des *Encke*schen Cometen 185.
Beobachtungen von p Ophiuchi 203.
Beobachtungen des *Encke*schen Cometen 1842 im Februar, März und April 305.

Gauss, C. F. Hofrath, Director der Göttinger Sternwarte.
Ueber dessen „Theoria Motuum Corporum Coelestium," von Conferenzrath *Schumacher* 216.
Vergleichung dessen Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Erman's* magnetischen Beobachtungen, von *H. Petersen* 311, 341, 369.

Geographische Lage von:

Aleschnowo	343.	Newgorod	317.
Angikowa	347.	Osablikowo	343.
Berlin	315.	Perm	371.
Bodöe	238.	Petersburg	315.
Bogorodsk	343.	Platowa	343.
Copenhagen	119.	Poljesn	345.
Dmitrewsk	343.	Pomerania	317.
Doskino	345.	Potsdam	315.
Dubrowa	371.	Saizowa	319.
Emuingasch	347.	Slatoustown	373.
Kasan	369.	Suri	371.
Kojil	371.	Torjok	319.
Königsberg	315.	Tosna	317.
Kreilassowo	373.	Tromsöe	237.
Milet	369.	Tschebokssar	347.
Mitjeschka	369.	Tschuguuui	345.
Moskwa	341.	Twer	319.
Murom	343.	Waldai	319.
Nijnei Nowgorod	345.	Wuischnij Wolotschok	319.
Nowaja Derewnja	341.		

Gerling, Professor in Marburg. Vorgenommene Prüfung eines *Breithaupt*schen Theodolithen 245.

Gleichung Entwickelung der Warzel einer cubischen Gleichung des irreducibleu Falles in einen Kettenbruch von *Th. Clausen* 241.

Goldbach, Chr. Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 93.

Gradmessung Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde, von Geheimenrath *Bessel* 97.

Grunert, Joh. Aug., Doctor der Philosophie, und Professor der Mathematik zu Greifswald.
Ueber eine astronomische Aufgabe 169.
Versuch einer neuen Methode, die Bahnen der Cometen zu berechnen 265, 401.

Grüshong, Dr. Beobachtete Sternbedeckungen 1842 Mai 12 in Breslau 352.

H.

Habicht, Professor in Bernburg. Beobachtungen mit dessen *Repsold*schen Universalinstrument von Dr. *Bergius* auf der Altonaer Sternwarte 239.

Hagerup Officier in der Norwegischen Marine.
Beobachtete Sternbedeckungen auf Tromsöe in den Jahren 1836, 1837 und 1838. 237.
Sonnenfinsternifs 1833 Juli 16 auf Bodöe 239.

Hamburg Daselbst beobachtete Sternbedeckungen 1842
Januar 23. 219.
Mai 12 und 14. 351.
Mondfinsternifs 1842 Januar 26. 219.

Digitized by Google

Hansen, P. A. Professor, Director der Seeberger Sternwarte.
Auszug aus einem Schreiben an den Herausgeber, betreffend bisher unbekannte Störungsglieder des Uranus, Jupiters und Saturns 7.
Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes 33.
Dichtigkeit der Sonne und älteren Planeten 187.
Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und Knotenlinie des Mondes, verglichen mit *Plana's* Théorie du mouvement de la lune, und *Damoiseau's* Resultaten 191.
Schreiben desselben an den Herausgeber, betreffend den numerischen Werth der Einwirkung der Abplattung der Erde auf die Mondbewegung 195.
Numerische Bestimmung der Trägheitsmomente der Erde 197.
Anzeige dafs derselbe von der Königl. astronomischen Gesellschaft in London die goldene Medaille für seine Arbeiten in der Störungstheorie erhalten, von Conferenzrath *Schumacher* 215.

Hansteen, Chr. Prof., Director der Sternwarte in Christiania.
Auszug aus einem Schreiben an den Herausgeber 237.
Ueber die täglichen Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden 291.

Hassler, F. R., Director der Küsten-Vermessung in Nord-America.
Schreiben desselben an *W. Forward* 354.
Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America 355, 377.
Ueber ähnliche Vermessungen in andern Ländern 367.

Henop Beschäftigung desselben bei der vorläufigen Bestimmung aller Sterne des nördlichen Himmels bis zur 7ten Gröfse, mit dem grofsen Refractor der Pulkowaer Sternwarte 284.

Herschel, J. F. W. Baronet.
Auszug aus einem Schreiben desselben an den Herausgeber 175.
Elemente und Beobachtungen von p Ophiuchi 201, 203.

Hundholm (Bedöe) Geographische Lage 238.

I.

Juno Beobachtungen derselben 1836 auf der Wilnaer Sternwarte 227.

Jupiter Ueber bisher unbekannte Störungsglieder desselben, von Professor *Hansen* 7.
Masse und Dichtigkeit desselben 187.

Jupiterstrabanten-Verfinsterungen Beobachtet 1836 Januar 16, Februar 8, April 8, 24, Mai 17, und Dec. 24 in Wilna 235.

K.

Kaiser, F. Professor, Director der Sternwarte in Leiden.
Beobachtungen von p Ophiuchi 204.

Kasan Geographische Lage 369.
Magnetische Elemente 373.

Kojil Geographische Lage 371.
Magnetische Elemente 375.

Königsberg Geographische Lage 315.
Magnetische Elemente 373.

Krullassowo Geographische Lage 373.
Magnetische Elemente 375.

Kupfertafeln siehe Steindrücke.

L.

Lagrange, Jos. Louis († April 10, 1813) Planetenmassen nach demselben 187.

Lambert, Joh. Heinr. († Sept. 25, 1777) Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 93.

Lamont, J. Dr., Director der Münchener Sternwarte.
Uranusmasse nach demselben 187.
Schreiben desselben an den Herausgeber 211.

Länge Von Copenhagen 119.
Vergleiche „Geographische Lage."

Längenbestimmungen, geographische. Aus beobachteten Monds-Azimuthen von *Th. Clausen* 259.
Aus Mondshöhen von demselben 263.

Laplace, P. S. Marquis de († Mai 5, 1827) Ueber die von ihm berechnete grofse Annäherung des Cometen von 1770 an den Jupiter, von *Th. Clausen* 121.
Planetenmassen nach demselben 187.
Ueber den von ihm angenommenen numerischen Werth der Einwirkung der Abplattung der Erde auf die Mondbewegung, von Professor *Hansen* 195.

Largeteau Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola nach demselben 97.

Lehmann, Dr. J. W. H. Prediger zu Derwitz und Krielow bei Potsdam. Anzeige dessen Werk „Ueber die sehr grofsen und totalen Sonnen-Verfinsterungen auf der Erde überhaupt" als Supplement zu dem 19ten Bande der Astronomischen Nachrichten, von Conferenzrath *Schumacher* 215, 231, 248, 263, 383.

Leibnitz, Gottfr. Wilh. Freih. v. († Novbr. 14, 1716) Ueber dessen Correspondenz, von Staatsrath *v. Fuss* 94.

Leonhardt Ueber dessen Zonenbeobachtungen auf der Münchener Sternwarte, von Dr. *Lamont* 211.

Lichtwechsel Tafeln über die Lichtveränderungen von δ Cephei, β Lyrae und η Aquilae, von Prof. *Argelander* 393.
Beobachtung der gröfsten Lichtphase des Sterns Mira, von Professor *Boguslawski* 118.

Lohrmann, W. G. Ueber dessen Barometerbeobachtungen und ein 10jähriges Mittel aus denselben, von Professor *Hansteen* 298.

Lubbock, J. W. Ueber dessen Urtheil in seiner „Theory of the Moon" über Professor *Hansens* Arbeiten in der Störungstheorie, von Professor *Hansen* 33.
Druckfehler in seinem Werke 39.

M.

Mädler, J. H. Hofrath, Director der Dorpater Sternwarte.
Physische Beobachtungen des Mars bei seiner Opposition im Jahre 1841. 19.
Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen, und Bedeckungen der letzteren für 1843. 31.
Plejadenbedeckung 1841 Oct. 31 beobachtet in Dorpat 95.
Den Plejadenstern Atlas bei sehr günstigen Umständen ohne Spur eines Nebensterns gefunden 96.
Beobachtung der Mondfinsternifs 1842 Jan. 26 in Dorpat 197.
Ueber den Doppelstern p Ophiuchi 201.
Beobachtete Sonnenfinsternifs 1841 Juli 18 am Dorpater Refractor 209.
Meteorologische Beobachtungen auf der Dorpater Sternwarte 1841. 237.
Ueber die Bahnbewegungen der Doppelsterne 349.

Digitized by Google

Magnetische Beobachtungen Versuche über magnetische Beobachtungen mit verschiedenen Apparaten, von Dr. *Lamont* 211.

Vergleichung der Beobachtungen von *A. Erman* mit der *Gauss*'schen Theorie des Erdmagnetismus, von *H. Petersen* 311, 341, 369.

Vergleiche „Magnetische Elemente."

Magnetische Elemente, Declination, Inclination und Horizontalintensität, berechnete und beobachtete von:

Aleschnowo	373.	Nowgorod	373.
Angikowa	373.	Osablikowo	373.
Berlin	373.	Perm	375.
Bogorodsk	373.	Petersburg	373.
Dmitrewsk	373.	Platowa	373.
Doskino	373.	Poljana	373.
Dubrowa	375.	Pomerania	373.
Emmingasch	373.	Potsdam	373.
Kasan	373.	Saizowa	373.
Kojil	375.	Slatoustowo	375.
Königsberg	373.	Suri	375.
Krnilassowo	375.	Torjok	373.
Milet	373.	Tosna	373.
Mitjeschka	373.	Tscheboksar	373.
Moskwa	373.	Tschugunúl	373.
Murom	373.	Twer	373.
Nijnei Nowgorod	373.	Waldai	373.
Nowaja Derewnja	373.	Wnischnij Wolotschok	373.

Maja (c Plejadum) Bedeckung vom Monde, beobachtet 1840 Octbr. 13, Decbr. 7. in Breslau 119.

Mars Physische Beobachtungen desselben bei seiner Opposition im Jahr 1841, von Hofrath *Mädler* 19.

Masse und Dichtigkeit desselben 187.

Maskelyne, Nevil († 1811). Dessen von *Th. Clausen* reducirte Beobachtungen des Cometen von 1770. 137.

Matas Polhöhe 113.

Mathieu Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola nach demselben 97.

Méchain, P. F. A. († Sept. 12. 1804) Azimuth von Matas in Montjouy nach dessen Beobachtungen 113.

Medaille Ertheilung der goldenen Medaille an Professor *Hansen* von der Königl. astron. Gesellschaft in London 215.

Merope (d Plejadum) Bedeckung vom Monde 1841 Octbr. 31, beobachtet in Dorpat 95.

Merz und Mahler in München. Ueber den von ihnen verfertigten grofsen Refractor der Pulkovaer Sternwarte, von Staatsrath v *Struve* 281.

Messier, Charl. († 1817 April 12) Dessen von *Th. Clausen* reducirte Beobachtungen des Cometen von 1770. 131.

Meteorologische Beobachtungen. Auszug aus den im Jahre 1836 auf der Wilnaer Sternwarte gemachten 235.

Im Jahre 1841 auf der Dorpater Sternwarte 237.

Vergleiche „Barometer-Beobachtungen."

Milet Geographische Lage 369.

Magnetische Elemente 373.

Mira (o Ceti) Beobachtung der gröfsten Lichtphase dieses Sterns im August 1841, von Professor v. *Boguslawski* 118.

Mitjeschka Geographische Lage 369.

Magnetische Elemente 373.

Mola (auf Formentera) Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola 97, 114.

Polhöhe 113.

Mond Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes, von Professor *Hansen* 33.

Ueber die Bewegung der Apsidenlinie und der Knotenlinie des Mondes, verglichen mit *Plana's* Théorie du mouvement de la lune, und *Damoiseau's* Resultaten, von Professor *Hansen* 191, 195.

Mondfinsternifs Beobachtet 1842 Januar 26 in Dorpat 197, in Hamburg 219.

Monds-Ephemeride für die Zeit der Culmination in Altona 1842, von *Th. Clausen* 249, 287, 337, 385.

Mondstafeln Fehler in *Burckhardts*, von *Th. Clausen* 221.

Mondsterne beobachtet auf der Wilnaer Sternwarte 1836. 233.

Montjouy (auf Formentera) Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola 97, 114.

Polhöhe 113.

Moskwa Geographische Lage 341.

Magnetische Elemente 373.

Münster, E., Observator der Sternwarte in Christiania.

Berechnung der Constanten für Maxima und Minima der Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden 295.

Murom Geographische Lage 343.

Magnetische Elemente 373.

N.

Naudé Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 93.

Newton, Isaak († 1727 März 20) Planetenmassen nach demselben 187.

Nicolai, B. Hofrath, Director der Mannheimer Sternwarte. Jupitermasse nach demselben 187.

Nijnei Nowgorod Geographische Lage 345.

Magnetische Elemente 373.

Nowaja Derewnja Geographische Lage 341.

Magnetische Elemente 373.

Nowgorod Geographische Lage 317.

Magnetische Elemente 373.

O.

Olbers, H. W. M. († 1840 März 2) Ueber dessen Bibliothek angekauft für die Hauptsternwarte in Pulkova, von Staatsrath *v. Struve* 309.

Osablikowo Geographische Lage 343.

Magnetische Elemente 373.

P.

Pallas Beobachtungen derselben 1836 auf der Wilnaer Sternwarte 229.

Pendeluhr. Eine verkäufliche astronomische von *Liebherr* 216.

Perm Geographische Lage 371.

Magnetische Elemente 375.

Petersburg Geographische Lage 315.

Magnetische Elemente 373.

Digitized by Google

Petersen, A. C., Observator der Altonaer Sternwarte. Beobachtete Sternbedeckung 1841 Febr. 4. 247.

Petersen, H. Ueber die Bahnen mehrerer Sternschnuppen vom 10ten August 1839, von *A. Erman* und *H. Petersen* 25.

Vergleichung der *Gaussischen* Theorie des Erdmagnetismus mit *A. Ermans* magnet. Beobachtungen 311, 341, 369.

Plana, G. Ueber dessen „Théorie du mouvement de la lune" von Professor *Hansen* 33, 191.

Planeten Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen, und Bedeckungen der letzteren für 1843, von Hofrath *Mädler* 31.

Tafel der allmähligen Verbesserungen der Planetenmassen, von Professor *Encke* 187.

Vergleiche „Venus, Erde, Mars, Vesta, Juno, Pallas, Ceres, Jupiter, Saturn, Uranus."

Platowa Geographische Lage 343.
Magnetische Elemente 373.

Plejaden Alcyone, Atlas, Merope, Plejone und p Plejadum. Bedeckung dieser Sterne vom Monde 1841 October 31, beobachtet in Dorpat 95.

Plejone (h Plejadum) Bedeckung vom Monde 1841 October 31 beobachtet in Dorpat 95.

Poléni Ueber dessen Correspondenz mit *Euler*, von Staatsrath *v. Fuss* 93.

Poljana Geographische Lage 345.
Magnetische Elemente 373.

Pomerania Geographische Lage 317.
Magnetische Elemente 373.

de Pontécoulant, G. Ueber dessen Methode die Störungen der kleinen Planeten zu berechnen, von Prof. *Hansen* 72.

Potsdam Geographische Lage 315.
Magnetische Elemente 373.

Preis Des ersten Theils von *Bessels* „Astronomische Untersuchungen" Beilage zu Nr. 442. 184.

Einer verkäuflichen astronom. Pendeluhr von *Liebherr* 216.

Lehmanns Werk „Ueber die sehr grofsen und totalen Sonnen-Verfinsterungen" 263.

Der „Astronomischen Nachrichten" 383.

Puissant, L. Entfernung der Parallelen von Montjouy und Mola nach demselben 97.

Pyramide Beitrag zur Theorie der dreiseitigen, von *Th. Clausen* 389.

R.

Refraction Ueber die terrestrische, von *Denzler* 347.

Report Of the Astronomer Royal to the board of visitors, read at the annual visitation of the Royal Observatory, Greenwich Juni 5, 1841 von *G. B. Airy* 7.

Of *F. R. Hassler*, superintendent of the coast survey in North-America, showing the progress made therein up to the present time 353, 377.

Repsold, A. u. G. in Hamburg. Beobachtungen mit einem von ihnen verfertigten Universalinstrument, von Dr. *Bergius* 239.

Riemann Beobachtungen von Sternbedeckungen in Breslau 119.

Rümeker, C. Director der Hamburger Sternwarte.
Schreiben an den Herausgeber 183, 219.
Beobachtete Sternbedeckungen 219, 351.
Mondfinsternifs 1842 Januar 26. 219.

S.

Saizowa Geographische Lage 319.
Magnetische Elemente 373.

Saturn Ueber bisher unbekannte Störungsglieder desselben, von Professor *Hansen* 7.

Masse und Dichtigkeit desselben 187.

Saturnkugel Beobachtungen über die Excentricität derselben im Ringe 1841, von Hofrath *Schwabe* in Dessau 1.

Sawitsch, A. Dr. in Petersburg. Beobachtete Oppositionen der Planeten Uranus, Ceres und Vesta im Jahre 1841. 177.

Schlüter, Gehülfe beim Geheimenrath *Bessel*. Berechnung der Entfernung von Mola nach Matas aus den Beobachtungen von *Biot* und *Arago* 112.

Schumacher, H. C. Conferenzrath, Director der Alton. Sternwarte.
Ueber *Bessels* neues Werk „Astronomische Untersuchungen" 17.

Mittheilung eines Berichtes von *Hassler*, über die Küsten-Vermessung in Nord-America 353.

Ueber von demselben August 10. 1839 in Altona beobachtete Sternschnuppen, von Prof. *Erman* und *H. Petersen* 25.

Länge und Breite des runden Thurmes in Copenhagen 119.

Bemerkungen über *Clausens* Abhandlung „Bestimmung der Bahn des Cometen von 1770. 121.

Ueber eine Behauptung in dem Wiener Wirthschafts-Kalender für 1840 über *Herschel* 178.

Anerbietung auf *Rümekers* Sterncatalog Bestellungen annehmen zu wollen 184.

Vermischte Nachrichten 215, 231, 247, 335.

Ueber Beobachtungen des Dr. *Bergius* auf der Altonaer Sternwarte 239.

Anzeigen 263, 383.

Schwabe, S. H. Hofrath in Dessau
Beobachtungen über die Excentricität der Saturnkugel im Ringe 1841. 1.

Ueber die Sonnenflecken im Jahre 1841. 217.

Schweizer Beschäftigung desselben bei der vorläufigen Bestimmung aller Sterne des nördlichen Himmels bis zur 7ten Gröfse mit dem grofsen Pulkowaer Refractor 284.

Seidl Berechnung der Jupiterstörungen von 1838—1842 zur vorläufigen Verbesserung der Elemente des *Enckeschen* Cometen für 1842. 188.

Slatoustowo Geographische Lage 373.
Magnetische Elemente 375.

Slawinsky, Professor, Director der Wilnaer Sternwarte.
Suite des observations faits à l'Observatoire de Vilna, pendant l'année 1836. 227, 233.

Sonne Masse und Dichtigkeit 187.

Ephemeride vom Juni 14 bis October 3, 1770, von *Th. Clausen* 121.

Sonnenfinsternifs „Ueber die sehr grofsen und totalen Sonnen-Verfinsterungen auf der Erde überhaupt, von Dr. *J. W. H. Lehmann*, Prediger zu Derwitz und Krielow bei Potsdam" Anzeige dieses Werkes, als Supplement zu dem 19ten Bande der Astronomischen Nachrichten, von Conferenzrath *Schumacher* 215, 231, 248, 263, 383.

Digitized by Google

Beobachtete Sonnenfinsternisse:
1833 Juli 16 auf Bodöe 239.
1836 Mai 15 in Wilna 235.
1841 Juli 18 in Breslau 117.
in Christiania 239.
in Dorpat 209.

Sonnenfleeke Ueber die im Jahr 1841, von Hofrath *Schwabe* 217.

South, James, Baronet. Beobachtungen von p Ophiuchi 203.

Sphärischer Exeeſs Formel zur Bestimmung desselben von Geheimenrath *Bessel* 103.

Steindruck Ein Blatt mit Zeichnungen des Mars 1841 zu Seite 19. 247.
Zwei Steindrücke zu Professor *Hansteens* Abhandlung über die täglichen Barometerbeobachtungen in Christiania und Dresden 303.

Sterne Nahe Zusammenkünfte der älteren Planeten mit Zodiakalsternen und Bedeckung der letzteren für 1843, von Hofrath *Mädler* 31.
Ephemeride der Vergleichungssterne des Cometen von 1770, von *Th. Clausen* 129.
Ueber die grofse Eigene-Bewegung eines Sterns 7m von Professor *Argelander* 393.
Ueber Lichtveränderungen von δ Cephei, β Lyræ und η Aquilæ, von Professor *Argelander* 393.
Beobachtung der gröfsten Lichtphase Mira's im August 1841, von Professor *Boguslawski* 118.
Vergleiche „Doppelsterne."

Sternbedeckungen beobachtet:
in Altona 1841 Febr. 4. 247.
in Breslau 1840 Aug. 24, Sept. 3, Oct. 13, Dec. 7, 14. 117, 119.
1841 Febr. 4, 15, März 2, April 28, 30, Mai 23, 28, Juni 2, Juli 4. 119.
1842 Mai 12. 351.
in Dorpat 1841 October 31. 95.
in Hamburg 1842 Januar 23. 219.
Mai 12, 14. 351.
auf Tromsöe 1836 März 22, November 22. 237.
1837 December 9. 237.
1838 Januar 3, 5. 237.
in Wilna 1836 März 24, April 23, Juni 22. 235.

1836 (März 22) 237, (März 24, April 23, Juni 22) 235. (Novbr. 22) 237.
1837 (December 9) 237.
1838 (Januar 3, 5) 237,
1840 (Aug. 24, Septbr. 3, Octbr. 13, Decbr. 7, 14) 117.
1841 (Febr. 4) 119, 247 (Febr. 15, März 2, April 28, 30, Mai 23, 28, Juni 2, Juli 4) 119 (October 31) 95.
1842 (Januar 23) 219 (Mai 12, 14) 351.

Sternencatalog Ueber einen neuen von *Rümcker* 183.

Sternkarten Ueber neue von Professor *Argelander* gezeichnete, welche bald in Berlin bei *S. Schropp u. Cnie* erscheinen werden 394.

Sternschnuppen Ueber die Bahnen mehrerer vom 10ten August 1839, von *A. Erman* und *H. Petersen* 25.
Beobachtungen in Berlin und Breslau 1839 Aug. 10. 28.

Störungen Bemerkungen über die Behandlung der Theorie der Störungen des Mondes, von Professor *Hansen* 33.
Bisher unbekannte Störungsglieder des Uranus, von Professor *Hansen* 7.

Struve, O., Observator der Pulkovaer Sternwarte.
Notice sur une revision de l'hémisphère céleste boréal, par rapport aux étoiles fixes jusqu'à la septième grandeur et aux étoiles doubles exécutée à l'aide de la grande lunette de l'observatoire central de Pulkova 283.

v. Struve, W., wirklicher Staatsrath, Excellenz, Director der Pulkovaer Sternwarte.
Beobachtungen von p Ophiuchi 203.
Ueber den grofsen Refractor der Pulkovaer Sternwarte 281.
Bericht über die Bibliothek der Hauptsternwarte in Pulkova, nach deren Bereicherung durch den Ankauf der Büchersammlung des verstorbenen Dr. *Olbers* in Bremen, nebst einigen angehängten bibliographischen Notizen 307, 321.

Suri Geographische Lage 371.
Magnetische Elemente 375.

T.

Taygeta (e Plejadum) Bedeckung desselben vom Monde, beobachtet 1840 Octbr. 13, Decbr. 7 in Breslau 117.

Theodolith Prüfung eines *Breithauptschen*, von Professor *Gerling* 245.

Theoria Motuum Corporum Coelestium, auctore *C. F. Gauss*, über dieses Werk von Conferenzrath *Schumacher* 216.

Theorie der Störungen des Mondes, Bemerkungen über die Behandlung derselben von Professor *Hansen* 33.
Beitrag zur Theorie der elliptischen Transcendenten, von *Th. Clausen* 181.

Torjok Geographische Lage 319.
Magnetische Elemente 373.

Toona Geographische Lage 317.
Magnetische Elemente 373.

Tralles, J. G. Ueber eine Abhandlung desselben, betreffend die Einwirkung der Feuchtigkeit auf terrestrische Refractionen, von *Denzler* 347.

Tromsöe Geographische Lage 237.
Beobachtete Sternbedeckungen daselbst 237.

Tschebeksar Geographische Lage 347.
Magnetische Elemente 373.

Tschugunui Geographische Lage 345.
Magnetische Elemente 373.

Twer Geographische Lage 319.
Magnetische Elemente 373.

U.

Universalinstrument. Beobachtungen mit einem *Repsold*schen auf der Altonaer Sternwarte, von Dr. *Bergius* 239.

Untersuchung über die gegenseitigen Störungen des Jupiters und Saturns, von *P. A. Hansen*. Berlin 1831. Hinweisung auf dieses Werk 73.

Uranus Bisher unbekannte Störungsglieder desselben, von Professor *Hansen* 7.
Beobachtungen desselben in der Opposition 1841 von Dr. *Sawitsch* 181.
Masse und Dichtigkeit desselben 187.

Digitized by Google

V.

Venus Masse und Dichtigkeit derselben 187.

Vermessung Bericht über die Küsten-Vermessung in Nord-America von *Hassler* 353, 377.

Vermischte Nachrichten 215, 231, 247.

Vesta Beobachtungen derselben zur Zeit der Opposition 1841 von Dr. *Sawitsch*, 181.
Beobachtungen 1836 auf der Wilnaer Sternwarte 229.

W.

Waldai Geographische Lage 319.
Magnetische Elemente 373.

Westphalen, H. L., Berechnung der Resultate einer von Professor *Gerling* vorgenommenen Prüfung mit einem *Breithaupt*schen Theodoliten 246.

Weyer, G. D. E., Gehülfe auf der Hamburger Sternwarte. Beobachtete Sternbedeckungen 219, 351.

White, John, Speaker Ho. of Reps. Letter to him from *W. Forward*, Secretary of the Treasury, transmitting a report of *F. R. Hassler*, superintendent of the coast survey, showing the progress made therein up to the present time 353.

Wilna Daselbst beobachtete Sonnenfinsternifs 1836 Mai 15, Sternbedeckungen und Jupiterstrabanten-Verfinsterungen 1836 und Auszug aus den meteorologischen Beobachtungen 1836. 235.

Wolfers, Dr., Berichtigung dessen Länge von Copenhagen in dem Berliner astronomischen Jahrbuche, von Conferenzrath *Schumacher* 119.

Wuischnji Wolotschok Geographische Lage 319
Magnetische Elemente 373.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

Der Mond, wie er 1842 Jul. 7 in Wien im umkehrenden Fernrohre gesehen vor der Sonne erschien.

Digitized by Google

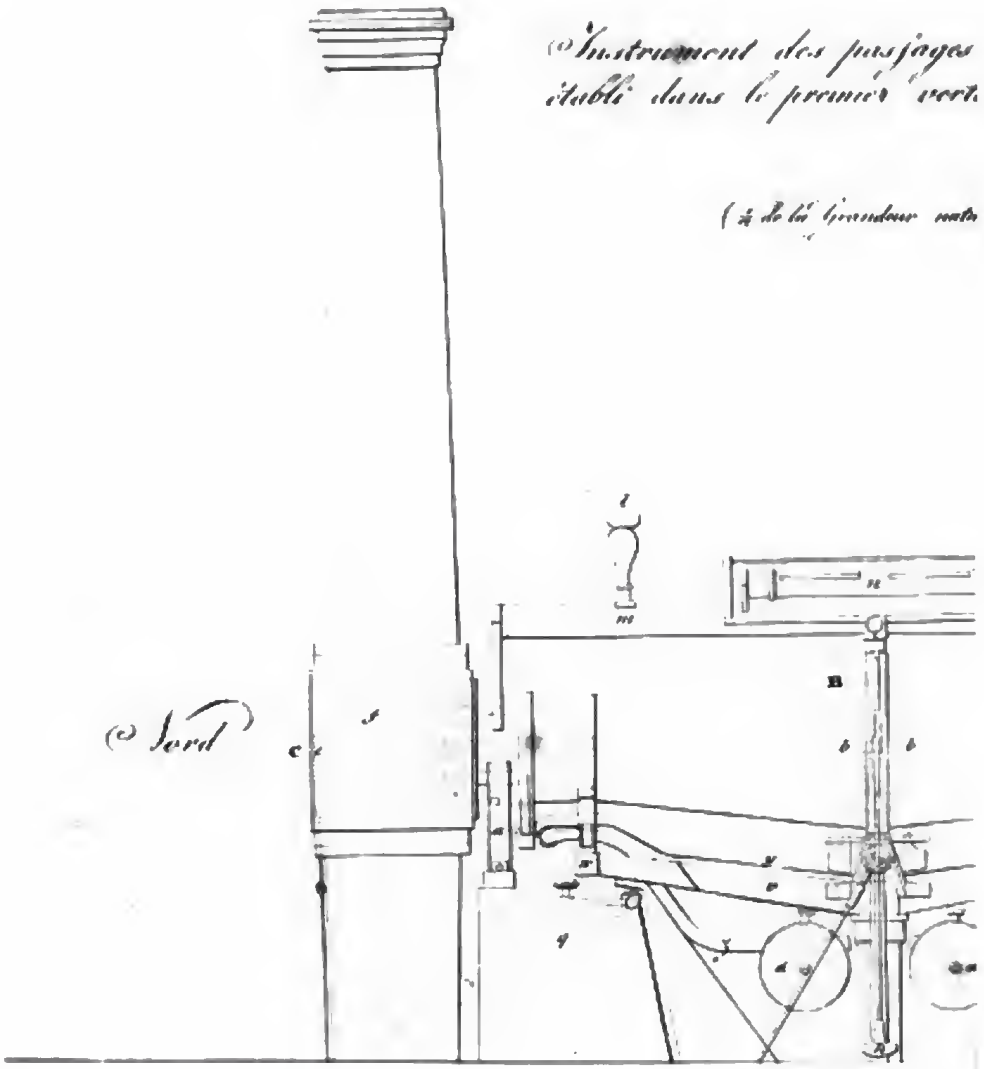
Venus Ma
Vermessun
Am
Vermischt
Vesta Beo
vo
Beobach

Waldai G
Ma
Westphale
fes
Aa

(1) Instrument des passages établi dans le premier vert

(1/4 de la grandeur natu

(2) Sud



Digitized by Google

Venus
Vermi

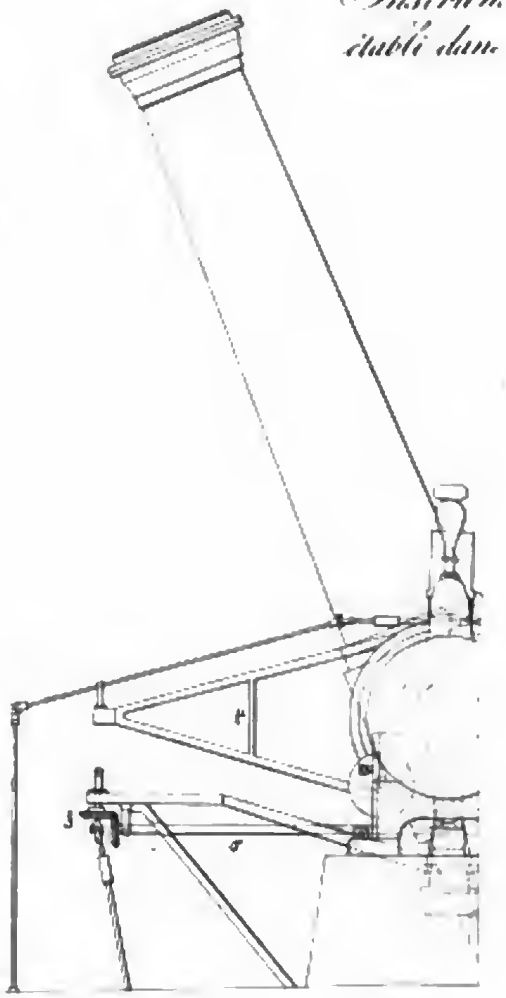
Vermi
Vesta

Be

Walde

Westg

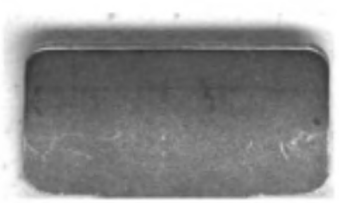
Instrum.
établi dans



Pl.

Digitized by Google

Venus
Verme
Vermi
Vesta
Be
Walda
Westp



Digitized by Google

Digitized by Google